Teorema celor trei perpendiculare. Distanțe în spațiu

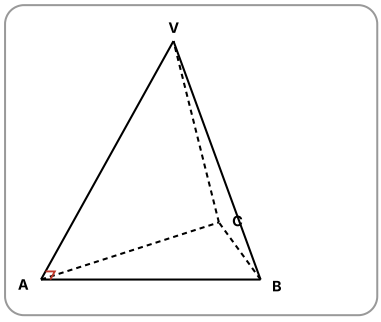
Teorema celor trei perpendiculare și reciproca ei, distanța de la un punct la o dreaptă, calcule de distanțe în corpuri.

Teorema celor trei perpendiculare

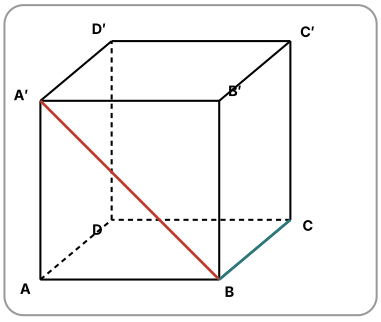
Fie α un plan, $A \in \alpha$, $VA \perp \alpha$, $d \subset \alpha$, $B \in d$ cu $AB \perp d$. Atunci $VB \perp d$. Cu alte cuvinte, dacă o dreaptă din plan este perpendiculară pe **proiecția** unei oblice, ea este perpendiculară și pe oblică (și reciproc).

$VA \perp \alpha \quad AB \perp d \quad \Rightarrow \quad VB \perp d \quad (T3\perp)$

distanța de la V la d = VB $\quad VB^2 = VA^2 + AB^2$



VA ⊥ (ABC), AB ⊥ BC ⇒ VB ⊥ BC



BC ⊥ AB și BC ⊥ BB′ ⇒ BC ⊥ A′B

Distanța de la un punct la o dreaptă

Este lungimea perpendicularei duse din punct pe dreaptă. De obicei o aflăm prin T3⊥: coborâm perpendiculara din punct pe plan, apoi din piciorul ei pe dreaptă.

Exemplul 1. Într-un paralelipiped dreptunghic cu AB = 3, BC = 4 și AA′ = 12 (cm), află distanța de la A′ la dreapta BC.

Metoda 1 (cu T3⊥). AA′ ⊥ (ABC), AB ⊥ BC ⇒ A′B ⊥ BC. Distanța = A′B = $\sqrt{(AA'^2 + AB^2)}$ = $\sqrt{(144 + 9)}$ = $\sqrt{153}$ = $3\sqrt{17}$ cm.

Metoda 2 (BC ⊥ (ABB′)). BC ⊥ AB și BC ⊥ BB′ ⇒ BC ⊥ (ABB′) ⇒ BC ⊥ A′B; aceeași concluzie.

Exemplul 2. Într-un cub cu muchia 6 cm, află distanța de la A′ la dreapta BD.

> **Metoda 1 (cu T3⊥).** Fie O mijlocul lui BD: AO ⊥ BD, AO = 3√2. AA′ ⊥ (ABC) ⇒ A′O ⊥ BD. $A'O^2 = 36 + 18 = 54 \Rightarrow A'O = 3\sqrt{6}$ cm.

> **Metoda 2 (cu triunghiul A′BD).** A′BD este echilateral cu latura 6√2; înălțimea din A′ este $6\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}/2 = 3\sqrt{6}$ cm.

Exemplul 3. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 16 și VO = 15 (cm). Află distanța de la V la AB și distanța de la O la planul (VAB).

> **Metoda 1 (apotema și aria).** OM = 8, VM = √(225 + 64) = 17 (VM ⊥ AB, T3⊥). Din OP·VM = VO·OM: OP = 15·8/17 = 120/17 cm.

> **Metoda 2 (cu asemănare).** Triunghiurile VOM și OPM sunt asemenea: OP/VO = OM/VM ⇒ OP = 15·8/17.

Greșeli frecvente

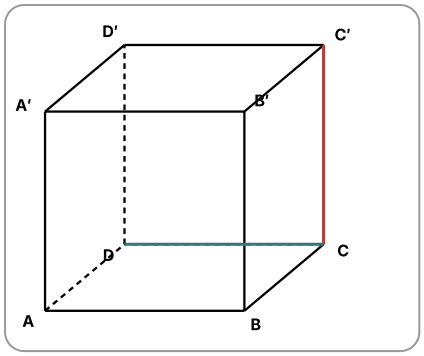
- Se aplică T3⊥ fără a verifica că prima dreaptă este perpendiculară pe planul care conține proiecția.
- Se confundă distanța de la punct la dreaptă cu cea la plan.
- Se uită să se coboare perpendiculara din piciorul înălțimii pe dreaptă.
- La A′O se uită termenul AA'^2.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

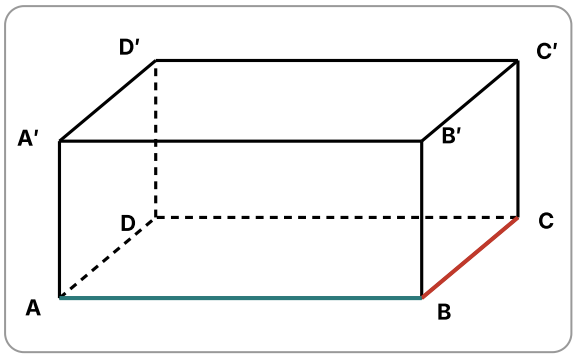
Nivel ușor (50 de exerciții)

1. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



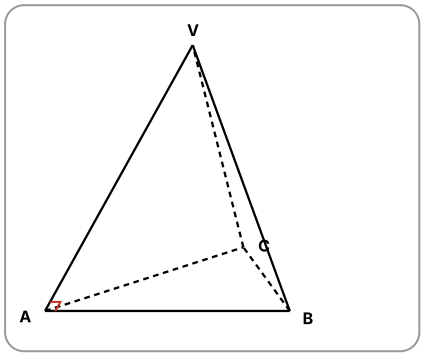
Variante: **A)** 9 · **B)** 9√2 · **C)** 9√3 · **D)** 18 · **E)** 10

2. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 9 cm, BC = 6 cm, AA′ = 2 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



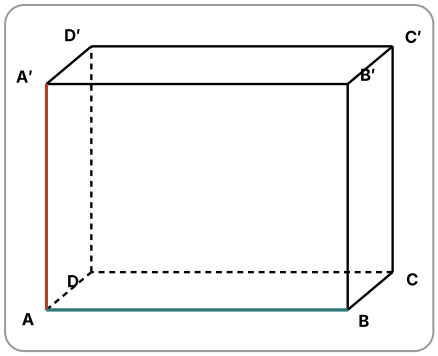
Variante: **A)** 2 · **B)** 15 · **C)** 9 · **D)** 6 · **E)** 8

3. Teorema celor trei perpendiculare: dacă VA ⊥ α, A ∈ α, d ⊂ α, AB ⊥ d (B ∈ d), atunci:



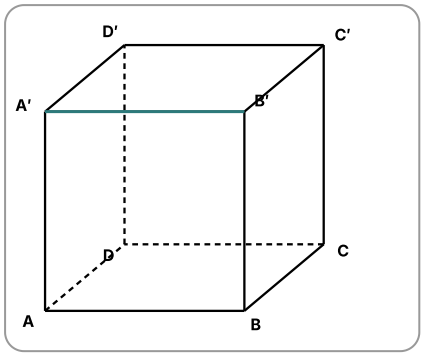
Variante: **A)** VB ⊥ α · **B)** VA ∥ d · **C)** VB = AB · **D)** VB ∥ d · **E)** VB ⊥ d

4. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 3 cm, AA′ = 6 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



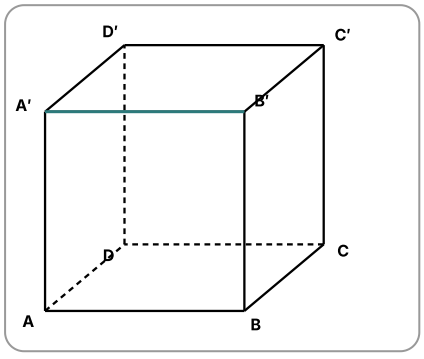
Variante: **A)** 3 · **B)** 6 · **C)** 9 · **D)** 8 · **E)** 14

5. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 5 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



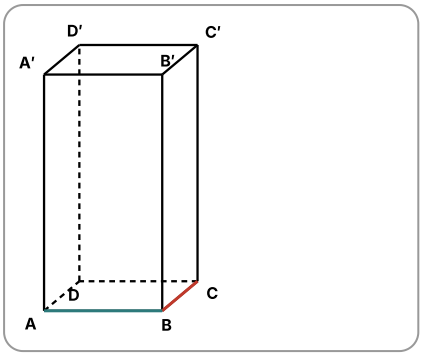
Variante: **A)** 1 · **B)** 5√2 · **C)** 0 · **D)** 5 · **E)** 10

6. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 2 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



Variante: **A)** 4 · **B)** 2 · **C)** 0 · **D)** 2√2 · **E)** 1

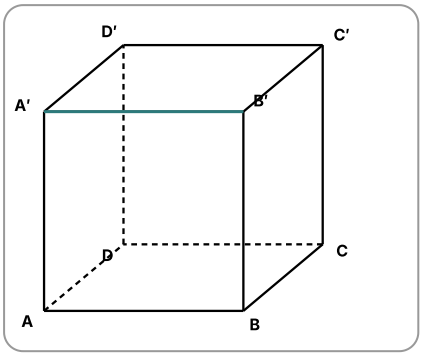
7. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 3 cm, AA′ = 8 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



Variante: **A)** 8 · **B)** 11 · **C)** 7 · **D)** 3 · **E)** 4

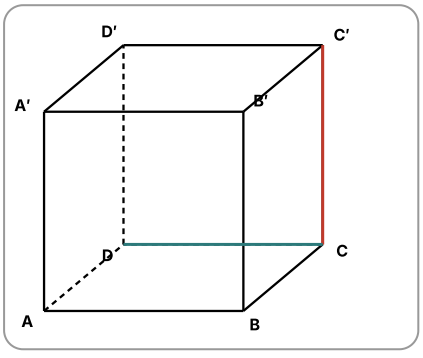
8. Distanța de la un punct la o dreaptă este lungimea:
Variante: **A)** segmentului paralel cu dreapta · **B)** segmentului dus la un punct fix al dreptei · **C)** perpendicularei duse din punct pe dreaptă · **D)** unui segment oblic · **E)** oricărui segment dus din punct la dreaptă

9. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



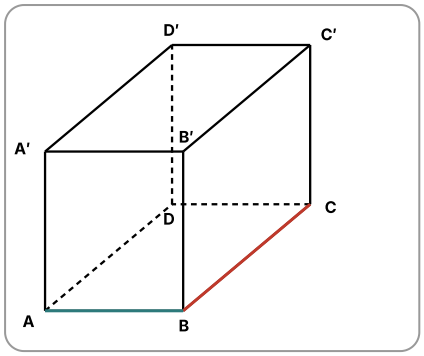
Variante: **A)** 1 · **B)** 8√2 · **C)** 0 · **D)** 16 · **E)** 8

10. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 3 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



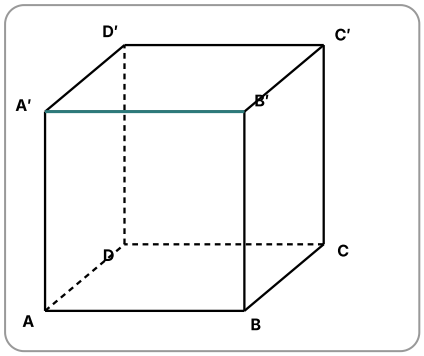
Variante: **A)** 3√2 · **B)** 3√3 · **C)** 3 · **D)** 4 · **E)** 6

11. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 10 cm, AA′ = 5 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



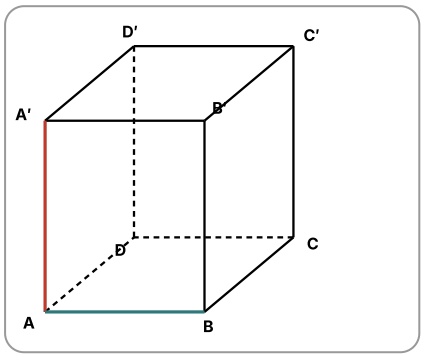
Variante: **A)** 10 · **B)** 5 · **C)** 14 · **D)** 15 · **E)** 4

12. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 7 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



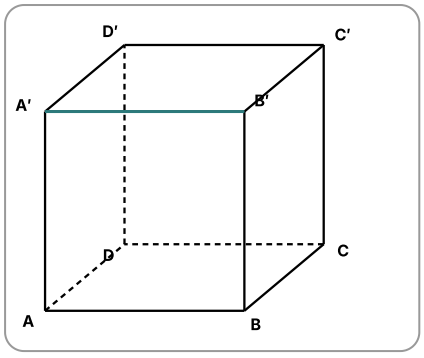
Variante: **A)** 1 · **B)** 14 · **C)** 7 · **D)** 7√2 · **E)** 0

13. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 7 cm, AA′ = 6 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



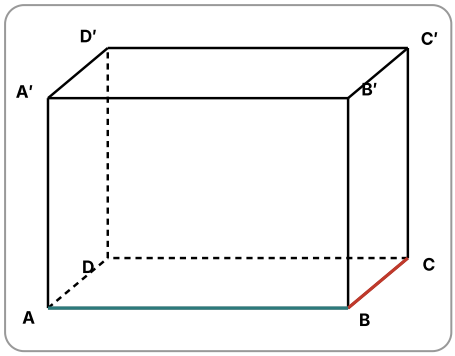
Variante: **A)** 11 · **B)** 13 · **C)** 6 · **D)** 7 · **E)** 5

14. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 11 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



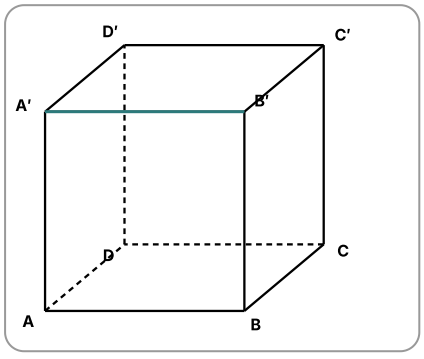
Variante: **A)** 1 · **B)** 11 · **C)** 22 · **D)** 0 · **E)** 11√2

15. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 5 cm, AA′ = 7 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



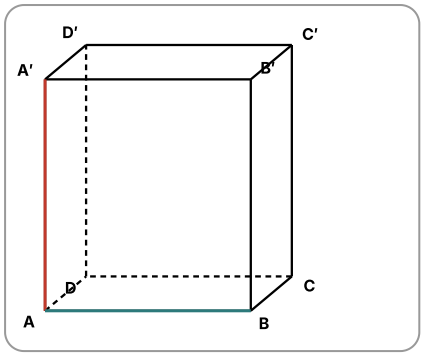
Variante: **A)** 12 · **B)** 15 · **C)** 10 · **D)** 7 · **E)** 5

16. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 6 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



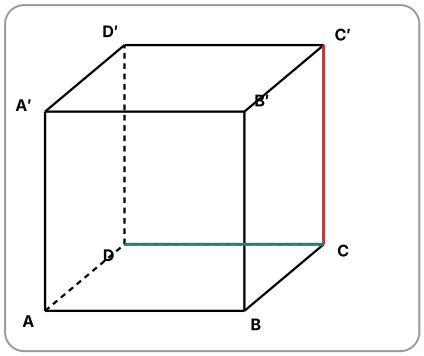
Variante: **A)** 12 · **B)** 6 · **C)** 0 · **D)** 6√2 · **E)** 1

17. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 4 cm, AA′ = 9 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



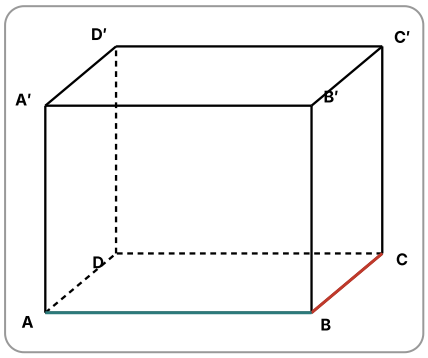
Variante: **A)** 4 · **B)** 13 · **C)** 9 · **D)** 8 · **E)** 17

18. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 5 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



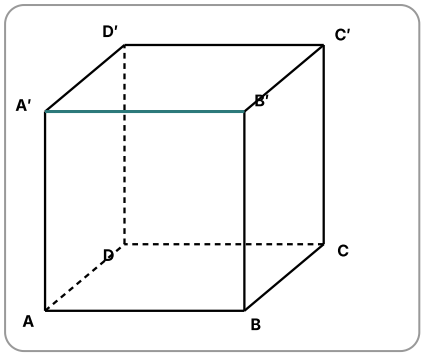
Variante: **A)** 5√3 · **B)** 6 · **C)** 5√2 · **D)** 10 · **E)** 5

19. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 9 cm, BC = 6 cm, AA′ = 7 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



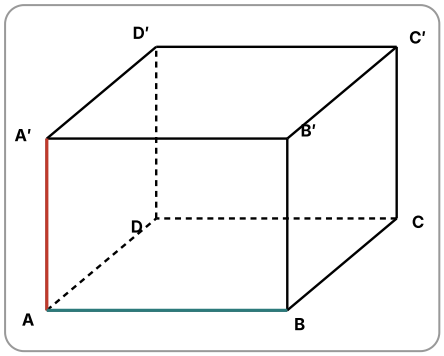
Variante: **A)** 6 · **B)** 7 · **C)** 9 · **D)** 15 · **E)** 13

20. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 12 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



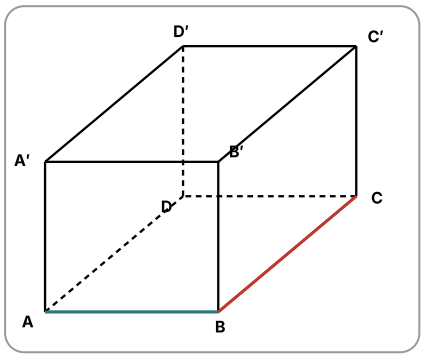
Variante: **A)** 12√2 · **B)** 1 · **C)** 12 · **D)** 0 · **E)** 24

21. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 7 cm, BC = 8 cm, AA′ = 5 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



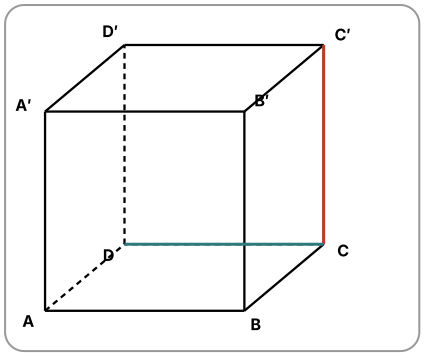
Variante: **A)** 12 · **B)** 8 · **C)** 5 · **D)** 13 · **E)** 7

22. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 10 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



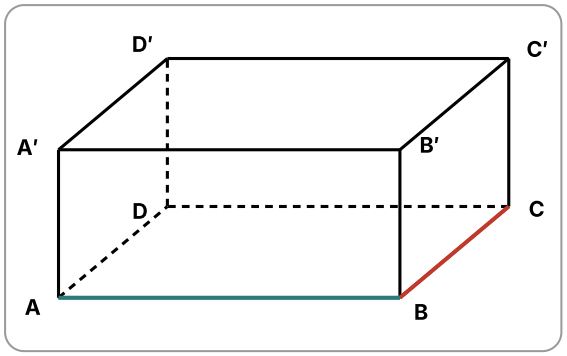
Variante: **A)** 10 · **B)** 5 · **C)** 13 · **D)** 3 · **E)** 15

23. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 7 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



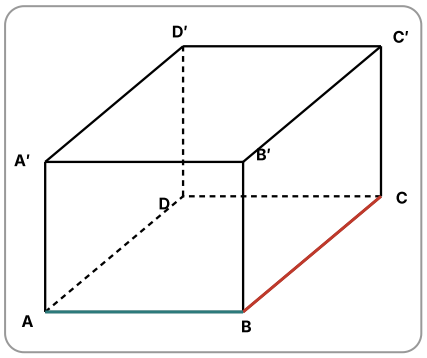
Variante: **A)** 7√3 · **B)** 7 · **C)** 7√2 · **D)** 14 · **E)** 8

24. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 8 cm, AA′ = 4 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



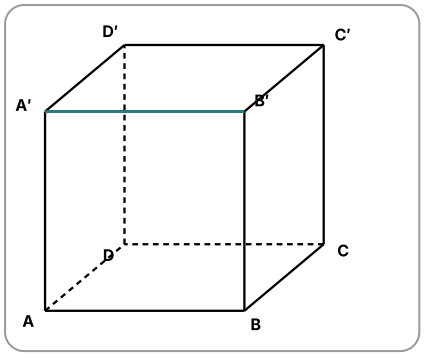
Variante: **A)** 18 · **B)** 8 · **C)** 10 · **D)** 4 · **E)** 12

25. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 7 cm, AA′ = 2 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



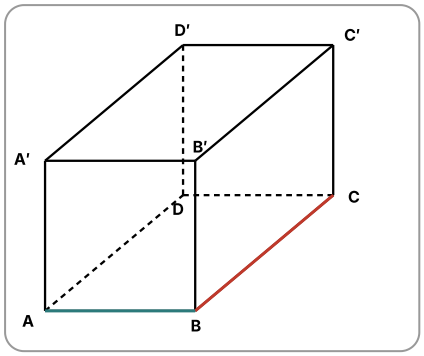
Variante: **A)** 2 · **B)** 4 · **C)** 9 · **D)** 7 · **E)** 11

26. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



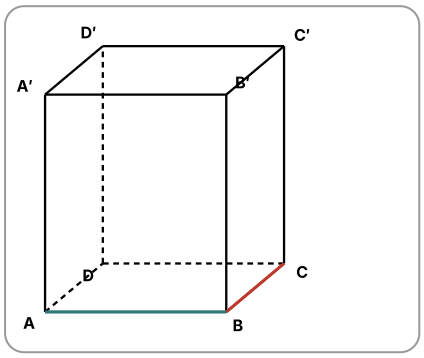
Variante: **A)** 1 · **B)** 10 · **C)** 0 · **D)** 10√2 · **E)** 20

27. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 2 cm, BC = 7 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



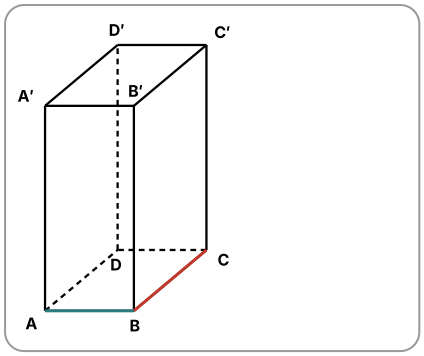
Variante: **A)** 9 · **B)** 10 · **C)** 2 · **D)** 7 · **E)** 3

28. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 4 cm, AA′ = 6 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



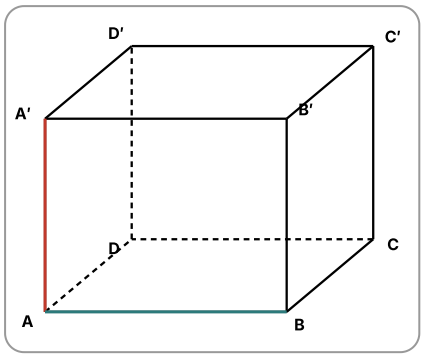
Variante: **A)** 9 · **B)** 10 · **C)** 4 · **D)** 5 · **E)** 6

29. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 3 cm, BC = 8 cm, AA′ = 9 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



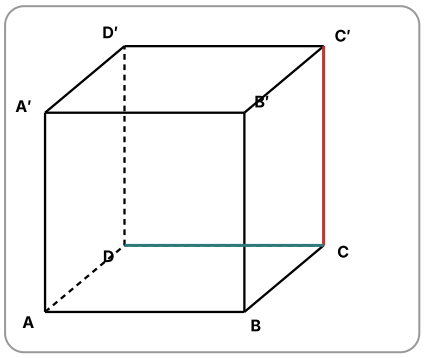
Variante: **A)** 3 · **B)** 17 · **C)** 8 · **D)** 11 · **E)** 9

30. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 9 cm, AA′ = 8 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



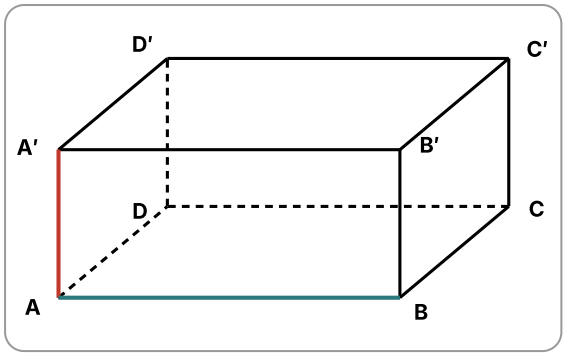
Variante: **A)** 10 · **B)** 9 · **C)** 17 · **D)** 18 · **E)** 8

31. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



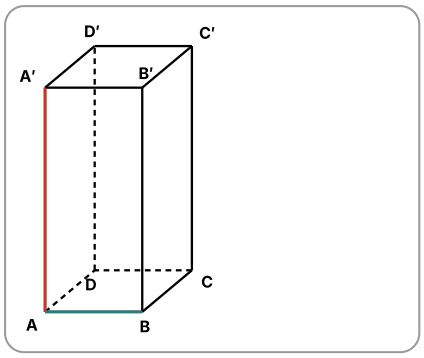
Variante: **A)** 8 · **B)** 8√3 · **C)** 8√2 · **D)** 16 · **E)** 9

32. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 8 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



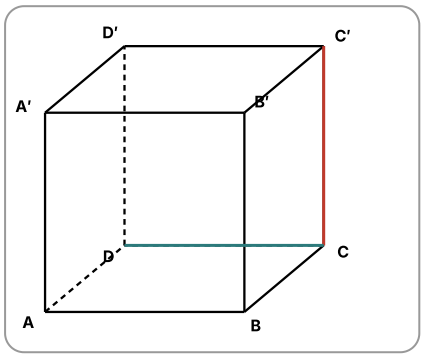
Variante: **A)** 11 · **B)** 8 · **C)** 3 · **D)** 10 · **E)** 13

33. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 2 cm, BC = 5 cm, AA′ = 9 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



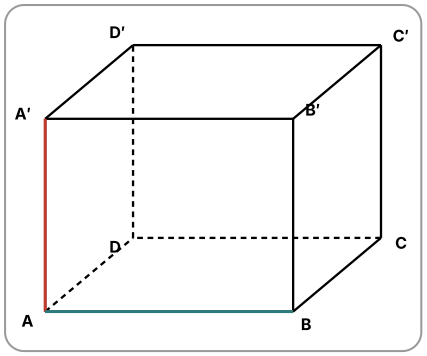
Variante: **A)** 2 · **B)** 14 · **C)** 9 · **D)** 5 · **E)** 11

34. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



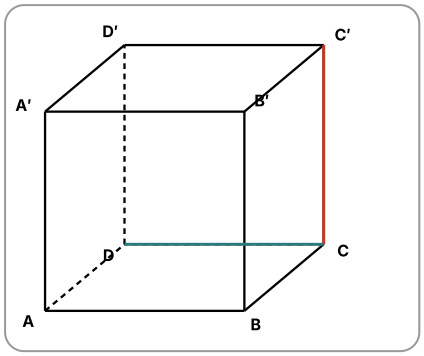
Variante: **A)** 10 · **B)** 10√3 · **C)** 20 · **D)** 10√2 · **E)** 11

35. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 9 cm, BC = 8 cm, AA′ = 7 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



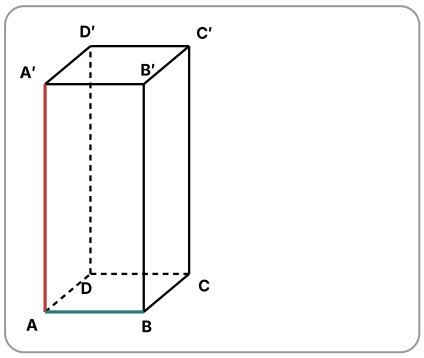
Variante: **A)** 15 · **B)** 8 · **C)** 16 · **D)** 9 · **E)** 7

36. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 6 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



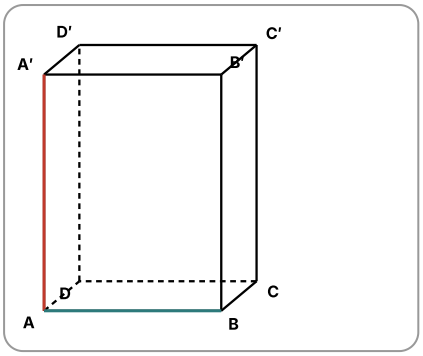
Variante: **A)** 6√3 · **B)** 12 · **C)** 7 · **D)** 6 · **E)** 6√2

37. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 2 cm, BC = 4 cm, AA′ = 8 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



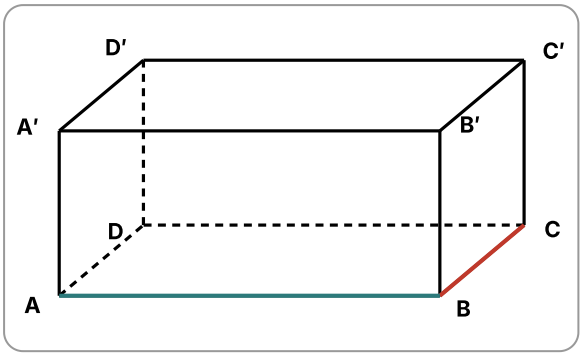
Variante: **A)** 12 · **B)** 8 · **C)** 4 · **D)** 10 · **E)** 2

38. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 6 cm, BC = 3 cm, AA′ = 8 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



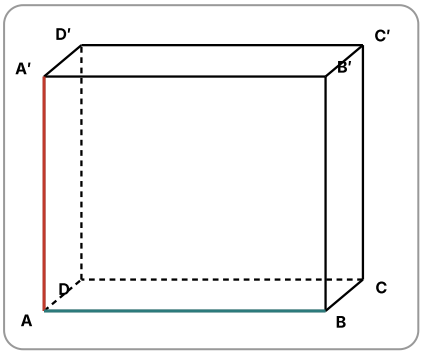
Variante: **A)** 8 · **B)** 3 · **C)** 6 · **D)** 14 · **E)** 11

39. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 9 cm, BC = 5 cm, AA′ = 2 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



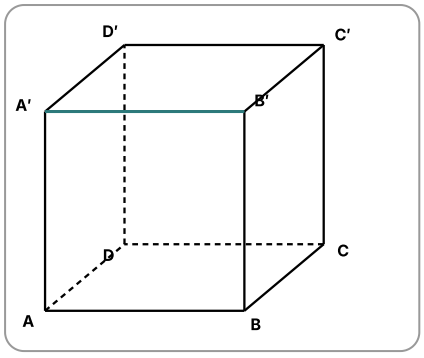
Variante: **A)** 5 · **B)** 7 · **C)** 9 · **D)** 2 · **E)** 14

40. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 6 cm, BC = 2 cm, AA′ = 5 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



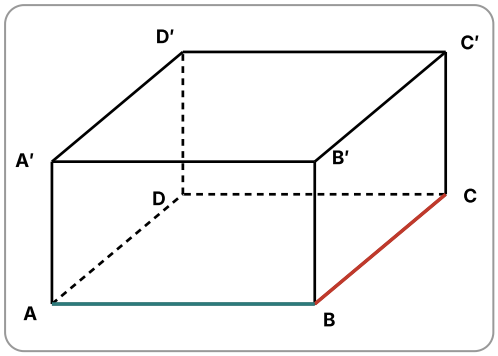
Variante: **A)** 2 · **B)** 7 · **C)** 5 · **D)** 6 · **E)** 11

41. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, distanța de la A′ la dreapta A′B′ este (cm):



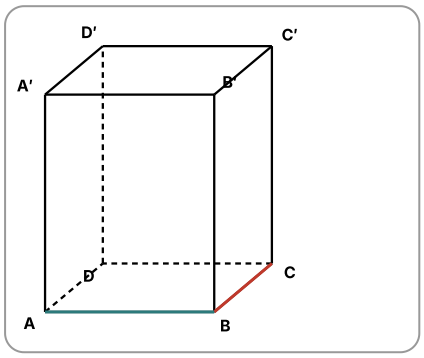
Variante: **A)** 0 · **B)** 1 · **C)** 9√2 · **D)** 9 · **E)** 18

42. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 10 cm, AA′ = 2 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



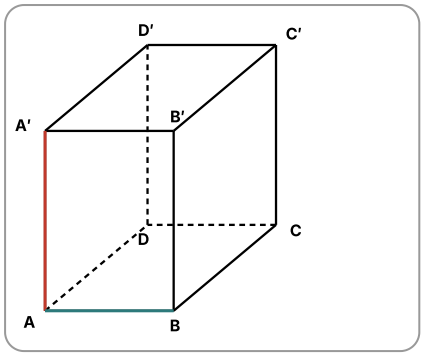
Variante: **A)** 12 · **B)** 18 · **C)** 10 · **D)** 8 · **E)** 2

43. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 7 cm, BC = 6 cm, AA′ = 9 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



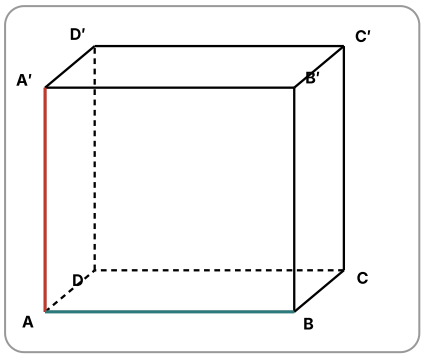
Variante: **A)** 13 · **B)** 7 · **C)** 6 · **D)** 15 · **E)** 9

44. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 10 cm, AA′ = 7 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



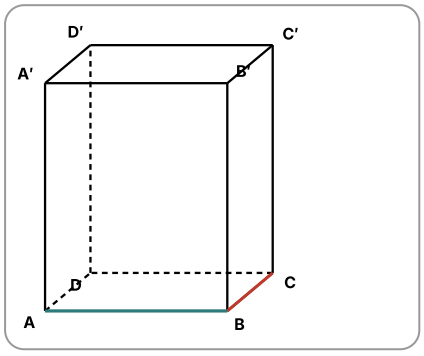
Variante: **A)** 12 · **B)** 10 · **C)** 5 · **D)** 7 · **E)** 17

45. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 5 cm, AA′ = 9 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



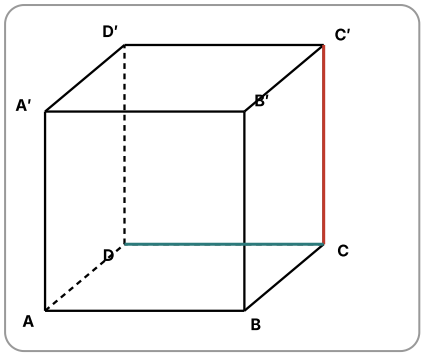
Variante: **A)** 9 · **B)** 19 · **C)** 10 · **D)** 5 · **E)** 14

46. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 5 cm, AA′ = 10 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



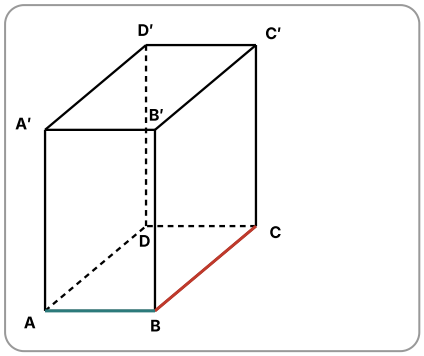
Variante: **A)** 8 · **B)** 5 · **C)** 13 · **D)** 15 · **E)** 10

47. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 4 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



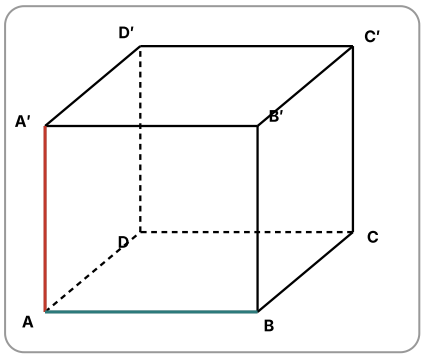
Variante: **A)** 4√3 · **B)** 8 · **C)** 4√2 · **D)** 4 · **E)** 5

48. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 3 cm, BC = 7 cm, AA′ = 5 cm), distanța de la punctul C la dreapta AB este (cm):



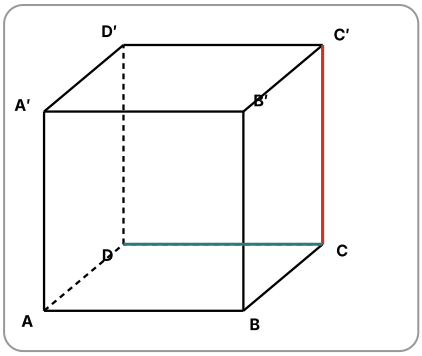
Variante: **A)** 7 · **B)** 10 · **C)** 3 · **D)** 12 · **E)** 5

49. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 9 cm, AA′ = 7 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta AB este (cm):



Variante: **A)** 7 · **B)** 15 · **C)** 8 · **D)** 9 · **E)** 16

50. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 12 cm, distanța de la C′ la dreapta CD este (cm):



Variante: **A)** 13 · **B)** 12 · **C)** 12√2 · **D)** 12√3 · **E)** 24

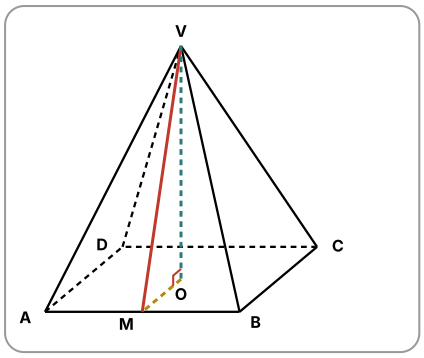
▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

1. **9** — C′C ⊥ CD, deci distanța este CC′ = s.
2. **6** — CB ⊥ AB, deci distanța de la C la AB este CB = BC.
3. **VB ⊥ d** — Dacă o dreaptă este perpendiculară pe plan și o dreaptă din plan este perpendiculară pe proiecția primei, atunci este perpendiculară și pe oblică.
4. **6** — AA′ ⊥ AB (AA′ ⊥ planul bazei), deci distanța este AA′.
5. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.
6. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.
7. **3** — CB ⊥ AB, deci distanța de la C la AB este CB = BC.
8. **perpendicularei duse din punct pe dreaptă** — Distanța punct–dreaptă este lungimea perpendicularei din punct pe dreaptă (cea mai scurtă dintre toate segmentele către punctele dreptei).
9. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.
10. **3** — C′C ⊥ CD, deci distanța este CC′ = s.
11. **10** — CB ⊥ AB, deci distanța de la C la AB este CB = BC.
12. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.
13. **6** — AA′ ⊥ AB (AA′ ⊥ planul bazei), deci distanța este AA′.
14. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.
15. **5** — CB ⊥ AB, deci distanța de la C la AB este CB = BC.
16. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.
17. **9** — AA′ ⊥ AB (AA′ ⊥ planul bazei), deci distanța este AA′.
18. **5** — C′C ⊥ CD, deci distanța este CC′ = s.
19. **6** — CB ⊥ AB, deci distanța de la C la AB este CB = BC.
20. **0** — Punctul A′ aparține dreptei A′B′, deci distanța este 0.

21. **5** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
22. **10** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
23. **7** — $C'C \perp CD$, deci distanța este $CC' = s$.
24. **8** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
25. **7** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
26. **0** — Punctul A' aparține dreptei $A'B'$, deci distanța este 0.
27. **7** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
28. **4** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
29. **8** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
30. **8** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
31. **8** — $C'C \perp CD$, deci distanța este $CC' = s$.
32. **3** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
33. **9** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
34. **10** — $C'C \perp CD$, deci distanța este $CC' = s$.
35. **7** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
36. **6** — $C'C \perp CD$, deci distanța este $CC' = s$.
37. **8** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
38. **8** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
39. **5** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
40. **5** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
41. **0** — Punctul A' aparține dreptei $A'B'$, deci distanța este 0.
42. **10** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
43. **6** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
44. **7** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
45. **9** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
46. **5** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
47. **4** — $C'C \perp CD$, deci distanța este $CC' = s$.
48. **7** — $CB \perp AB$, deci distanța de la C la AB este $CB = BC$.
49. **7** — $AA' \perp AB$ ($AA' \perp$ planul bazei), deci distanța este AA'.
50. **12** — $C'C \perp CD$, deci distanța este $CC' = s$.

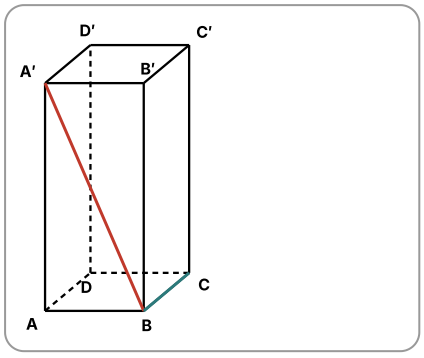
Nivel mediu (50 de exerciţii)

1. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 10 cm și apotema 13 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



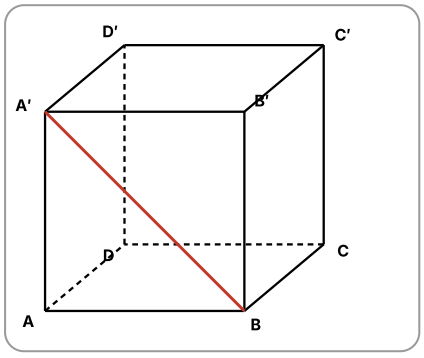
Variante: **A)** 18 · **B)** 12 · **C)** 5 · **D)** 8 · **E)** 13

2. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 3 cm, BC = 4 cm, AA′ = 8 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



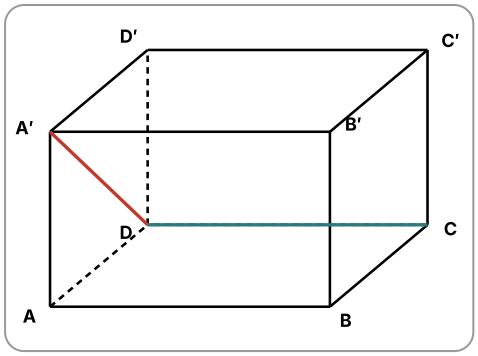
Variante: **A)** 5 · **B)** 11 · **C)** √73 · **D)** 4√5 · **E)** √89

3. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 5 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



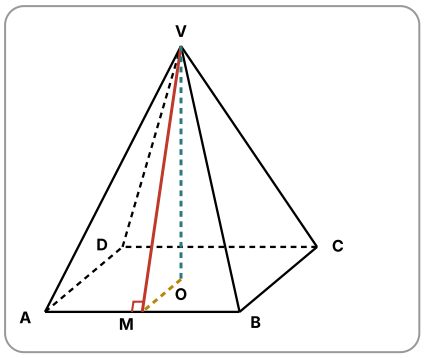
Variante: **A)** 5√3/2 · **B)** 5√6/2 · **C)** 5√2/2 · **D)** 5√2 · **E)** 5√3

4. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 7 cm, AA′ = 5 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



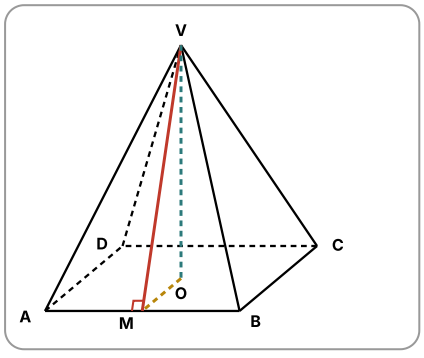
Variante: **A)** √74 · **B)** √138 · **C)** √113 · **D)** √89 · **E)** 12

5. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 40 cm și înălțimea 21 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



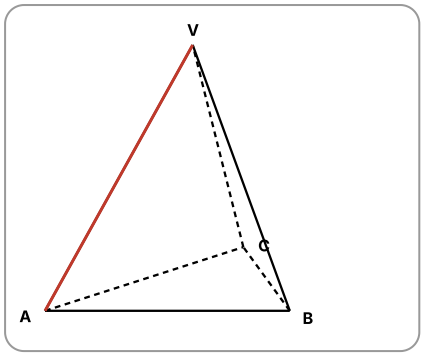
Variante: **A)** 41 · **B)** 29 · **C)** 28 · **D)** √1241 · **E)** 30

6. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 14 cm și înălțimea 24 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



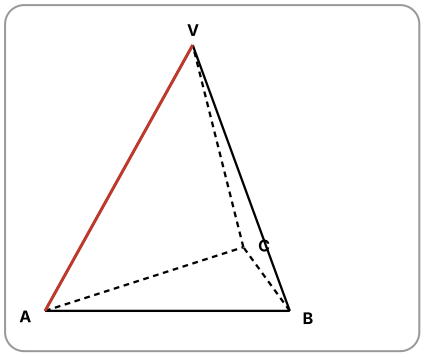
Variante: **A)** 25 · **B)** 24 · **C)** 26 · **D)** √674 · **E)** 31

7. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 6 cm și AC = 8 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 3 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



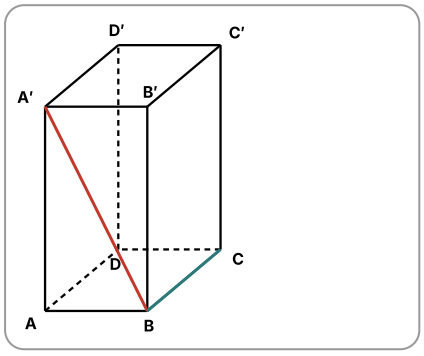
Variante: **A)** 10 · **B)** 8 · **C)** 3 · **D)** 6 · **E)** 4

8. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 8 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 3 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



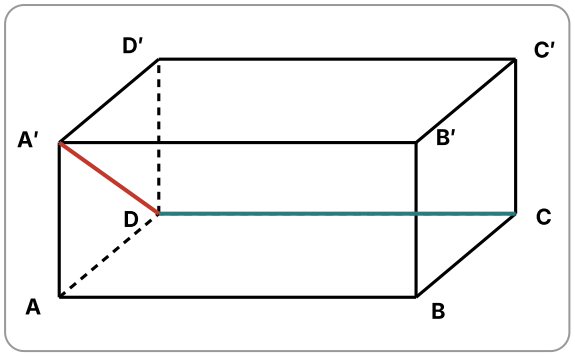
Variante: **A)** 8 · **B)** 15 · **C)** 4 · **D)** 17 · **E)** 3

9. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 9 cm, AA′ = 10 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



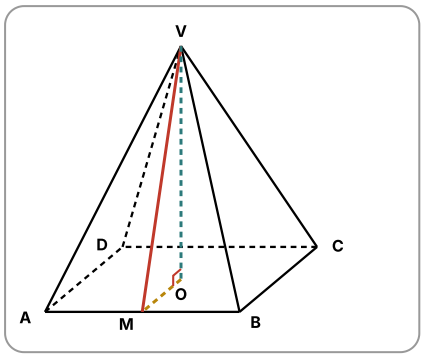
Variante: **A)** √106 · **B)** 15 · **C)** √206 · **D)** √181 · **E)** 5√5

10. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 7 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



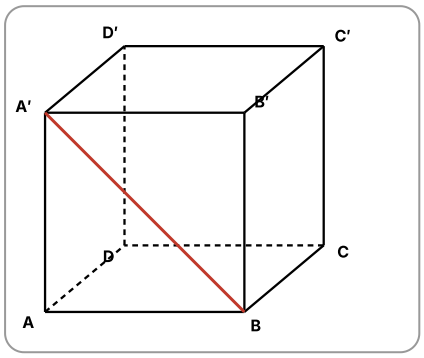
Variante: **A)** √158 · **B)** √149 · **C)** √58 · **D)** 10 · **E)** √109

11. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 14 cm și apotema 25 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



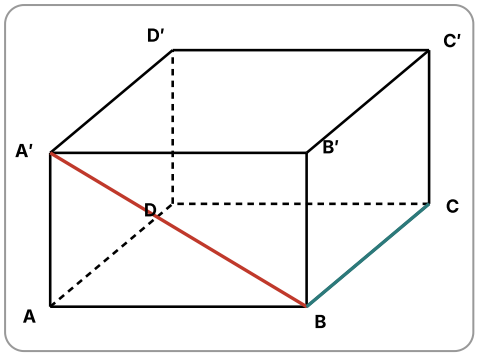
Variante: **A)** 24 · **B)** 18 · **C)** 7 · **D)** 32 · **E)** 25

12. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 4 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



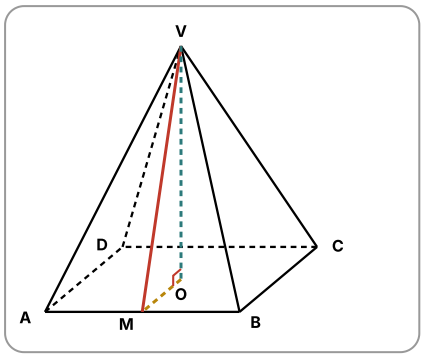
Variante: **A)** 2√3 · **B)** 4√3 · **C)** 4√2 · **D)** 2√6 · **E)** 2√2

13. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 6 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



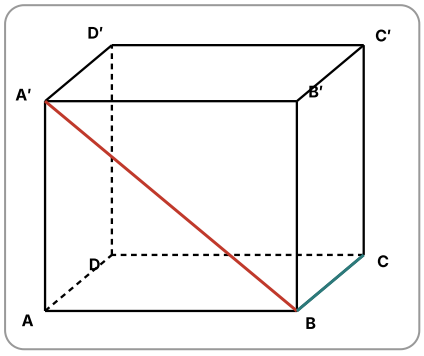
Variante: **A)** 8 · **B)** √70 · **C)** √34 · **D)** √61 · **E)** 3√5

14. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 12 cm și apotema 10 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



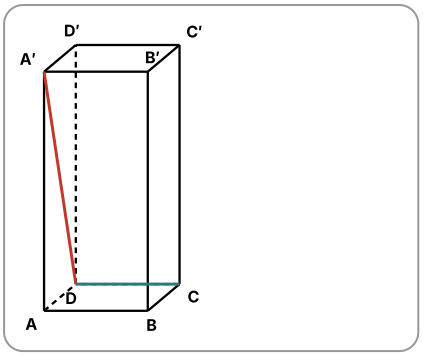
Variante: **A)** 16 · **B)** 8 · **C)** 6 · **D)** 4 · **E)** 9

15. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 6 cm, BC = 4 cm, AA′ = 5 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



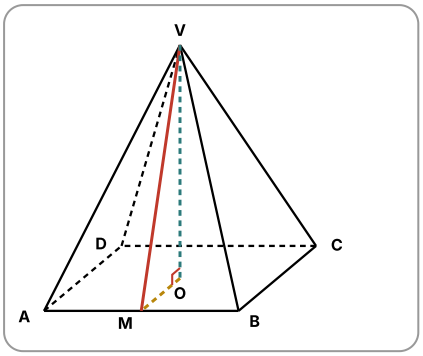
Variante: **A)** 11 · **B)** √41 · **C)** √61 · **D)** 2√13 · **E)** √77

16. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 2 cm, AA′ = 10 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



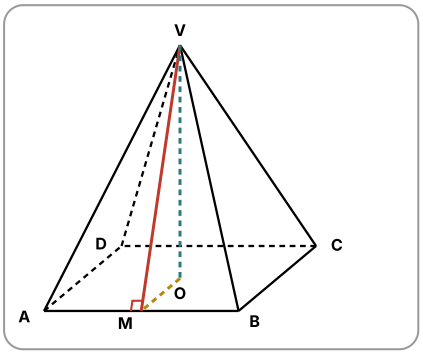
Variante: **A)** 2√30 · **B)** 2√29 · **C)** 12 · **D)** 2√5 · **E)** 2√26

17. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 40 cm și apotema 29 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



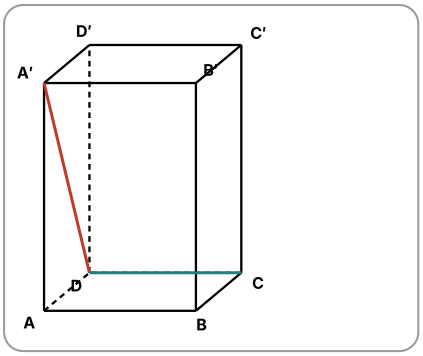
Variante: **A)** 22 · **B)** 21 · **C)** 20 · **D)** 9 · **E)** 49

18. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 16 cm și înălțimea 15 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



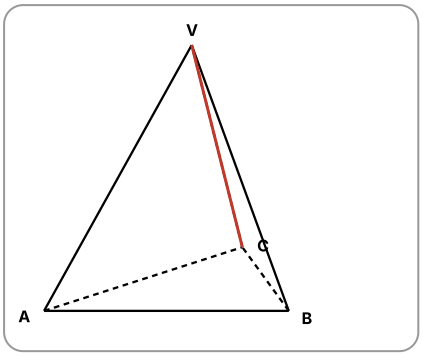
Variante: **A)** 17 · **B)** 23 · **C)** 18 · **D)** √353 · **E)** 16

19. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 3 cm, AA′ = 6 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



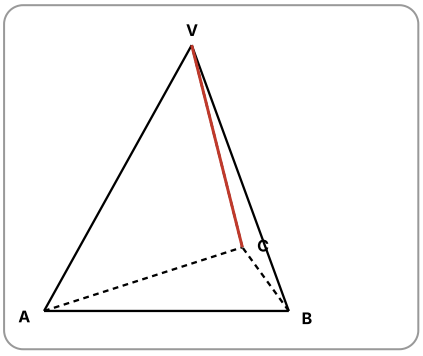
Variante: **A)** 5 · **B)** √61 · **C)** 3√5 · **D)** 2√13 · **E)** 9

20. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 5 cm și AC = 12 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 2 cm. Lungimea segmentului VC este (cm):



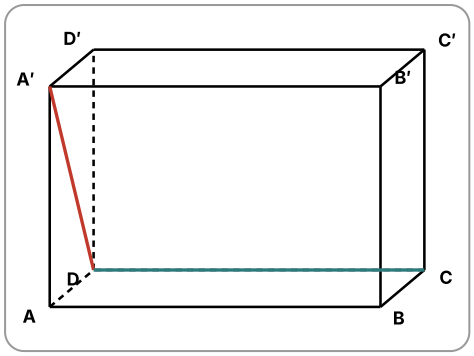
Variante: **A)** √29 · **B)** √173 · **C)** 2√37 · **D)** 14 · **E)** 13

21. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 5 cm și AC = 12 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 3 cm. Lungimea segmentului VC este (cm):



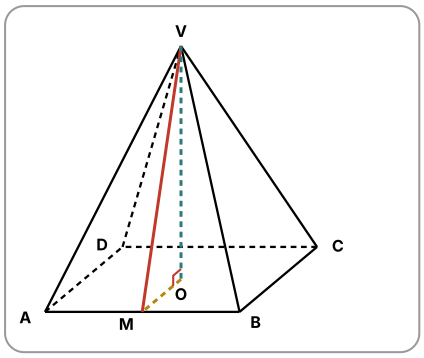
Variante: **A)** √178 · **B)** 15 · **C)** √34 · **D)** 3√17 · **E)** 13

22. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 9 cm, BC = 2 cm, AA′ = 6 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



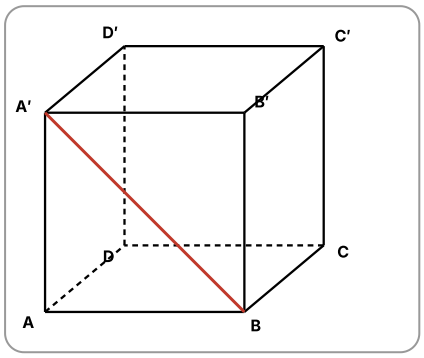
Variante: **A)** √85 · **B)** 11 · **C)** 3√13 · **D)** 2√10 · **E)** 8

23. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 30 cm și apotema 25 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



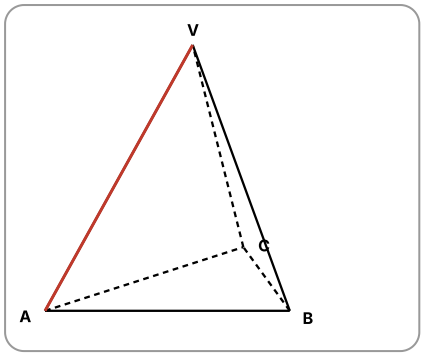
Variante: **A)** 20 · **B)** 40 · **C)** 15 · **D)** 21 · **E)** 10

24. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



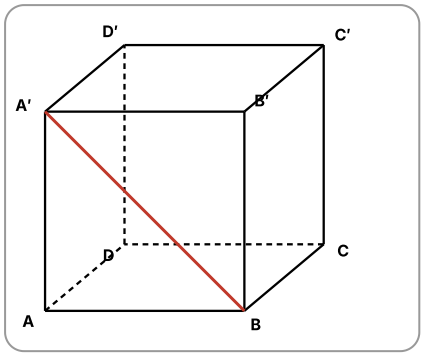
Variante: **A)** 9√6/2 · **B)** 9√2 · **C)** 9√2/2 · **D)** 9√3 · **E)** 9√3/2

25. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 8 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 2 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



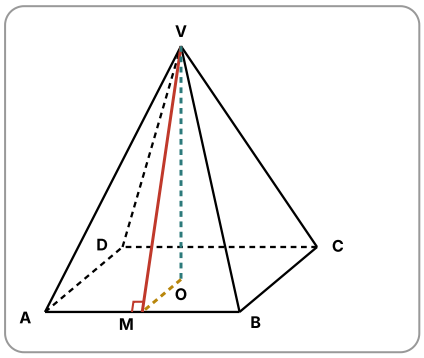
Variante: **A)** 15 · **B)** 8 · **C)** 2 · **D)** 3 · **E)** 17

26. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 3 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



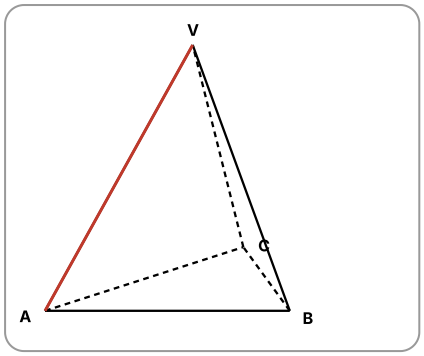
Variante: **A)** 3√6/2 · **B)** 3√2/2 · **C)** 3√3/2 · **D)** 3√3 · **E)** 3√2

27. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 6 cm și înălțimea 4 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



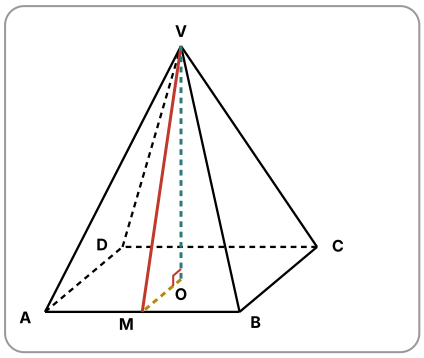
Variante: **A)** √34 · **B)** 4 · **C)** 7 · **D)** 6 · **E)** 5

28. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 8 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 6 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



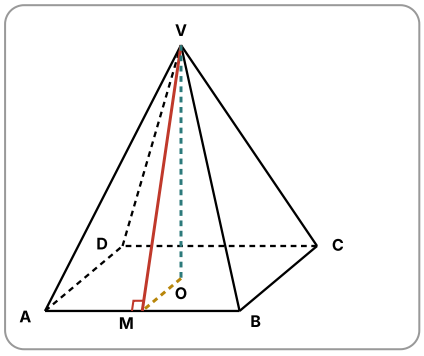
Variante: **A)** 7 · **B)** 6 · **C)** 17 · **D)** 8 · **E)** 15

29. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 6 cm și apotema 5 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



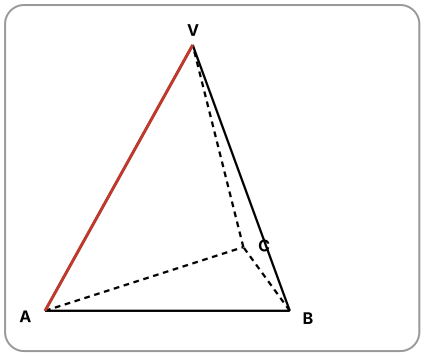
Variante: **A)** 2 · **B)** 3 · **C)** 8 · **D)** 5 · **E)** 4

30. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 10 cm și înălțimea 12 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



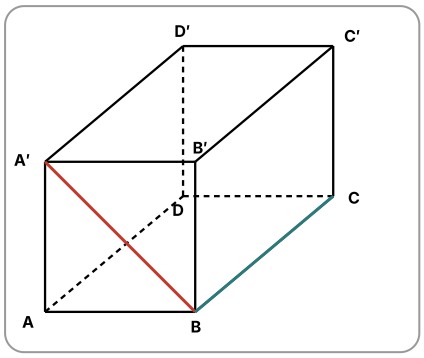
Variante: **A)** 14 · **B)** √194 · **C)** 12 · **D)** 17 · **E)** 13

31. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 3 cm și AC = 4 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 12 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



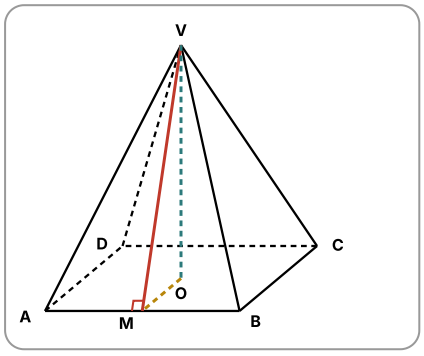
Variante: **A)** 13 · **B)** 3 · **C)** 12 · **D)** 4 · **E)** 5

32. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 10 cm, AA′ = 2 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



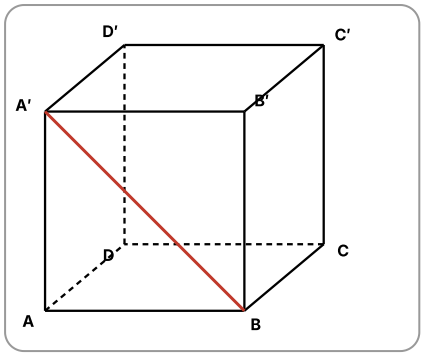
Variante: **A)** 2√30 · **B)** 2√29 · **C)** 6 · **D)** 2√26 · **E)** 2√5

33. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 24 cm și înălțimea 16 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



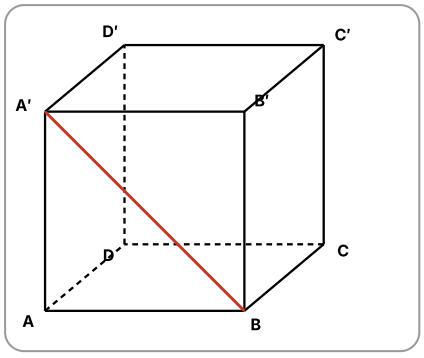
Variante: **A)** 20 · **B)** 19 · **C)** 4√34 · **D)** 21 · **E)** 28

34. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 7 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



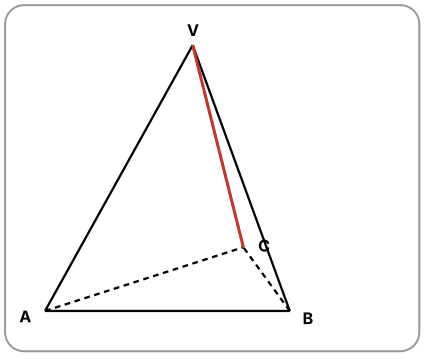
Variante: **A)** 7√3/2 · **B)** 7√6/2 · **C)** 7√2 · **D)** 7√3 · **E)** 7√2/2

35. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 6 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



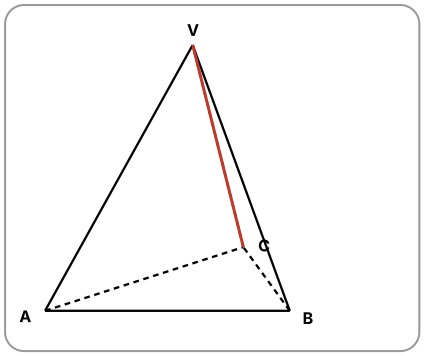
Variante: **A)** 3√2 · **B)** 6√2 · **C)** 6√3 · **D)** 3√3 · **E)** 3√6

36. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 5 cm și AC = 12 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 4 cm. Lungimea segmentului VC este (cm):



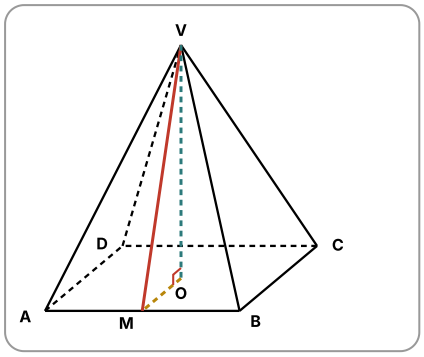
Variante: **A)** 4√10 · **B)** √41 · **C)** 16 · **D)** √185 · **E)** 13

37. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 3 cm și AC = 4 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 10 cm. Lungimea segmentului VC este (cm):



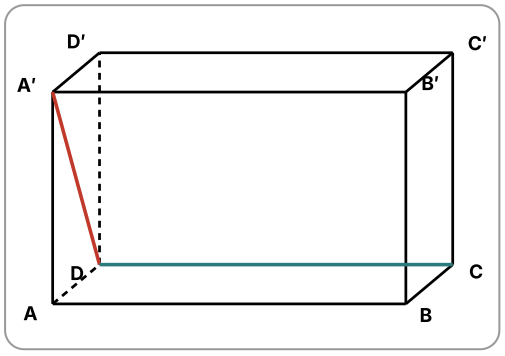
Variante: **A)** 14 · **B)** 5√5 · **C)** √109 · **D)** 2√29 · **E)** 5

38. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 16 cm și apotema 17 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



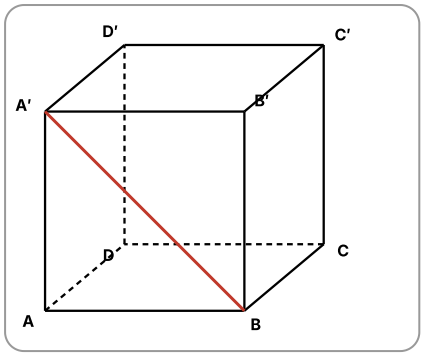
Variante: **A)** 16 · **B)** 25 · **C)** 15 · **D)** 8 · **E)** 9

39. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 3 cm, AA′ = 6 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



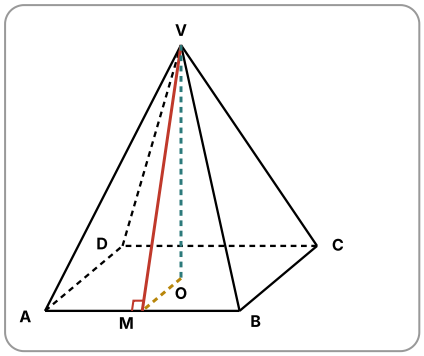
Variante: **A)** 2√34 · **B)** 3√5 · **C)** √145 · **D)** 9 · **E)** √109

40. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 11 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



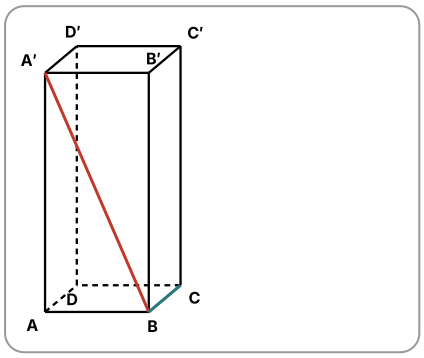
Variante: **A)** 11√2 · **B)** 11√3 · **C)** 11√6/2 · **D)** 11√3/2 · **E)** 11√2/2

41. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 18 cm și înălțimea 12 cm. Distanța de la V la dreapta AB este (cm):



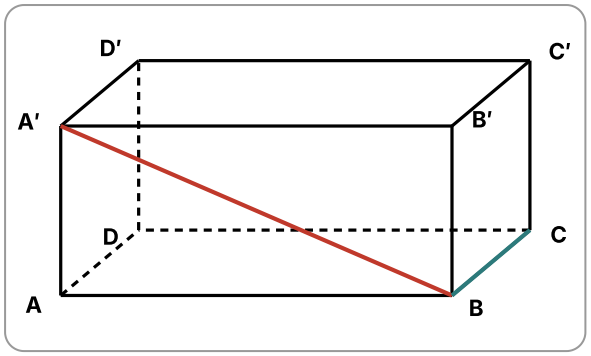
Variante: **A)** 15 · **B)** 16 · **C)** 21 · **D)** 3√34 · **E)** 14

42. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 4 cm, BC = 3 cm, AA′ = 10 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



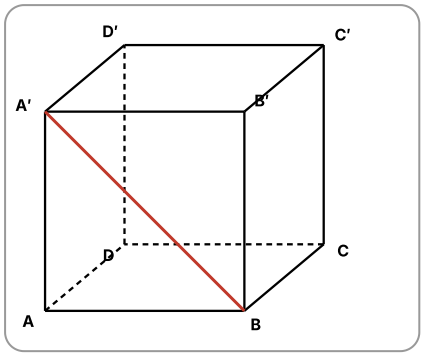
Variante: **A)** 2√29 · **B)** 5 · **C)** 5√5 · **D)** √109 · **E)** 14

43. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 10 cm, BC = 5 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



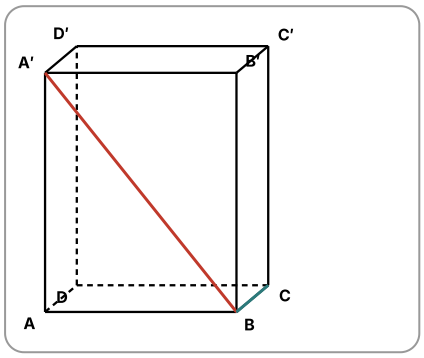
Variante: **A)** 13 · **B)** √34 · **C)** √134 · **D)** 5√5 · **E)** √109

44. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



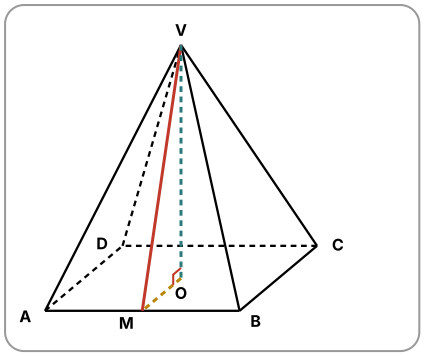
Variante: **A)** 5√6 · **B)** 5√3 · **C)** 10√3 · **D)** 10√2 · **E)** 5√2

45. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 8 cm, BC = 3 cm, AA′ = 10 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



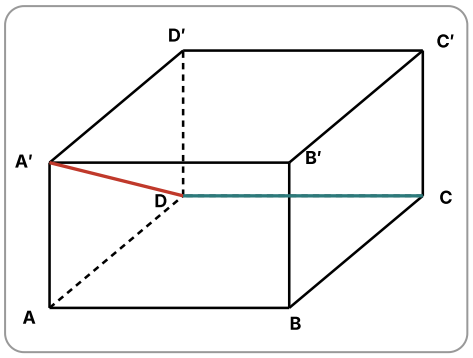
Variante: **A)** √173 · **B)** 18 · **C)** 2√41 · **D)** √109 · **E)** √73

46. Piramida patrulateră regulată VABCD are latura bazei 24 cm și apotema 20 cm. Distanța de la V la planul bazei este (cm):



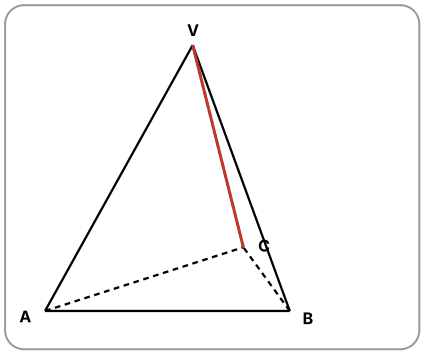
Variante: **A)** 8 · **B)** 16 · **C)** 12 · **D)** 17 · **E)** 32

47. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 5 cm, BC = 7 cm, AA′ = 3 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta CD este (cm):



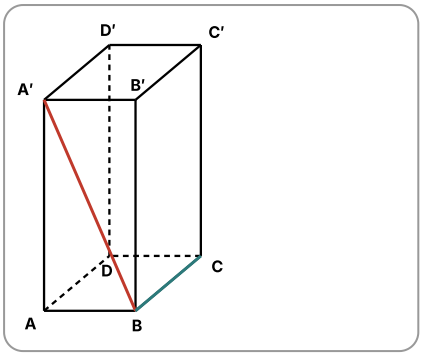
Variante: **A)** √34 · **B)** √74 · **C)** √83 · **D)** √58 · **E)** 10

48. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 6 cm și AC = 8 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 10 cm. Lungimea segmentului VC este (cm):



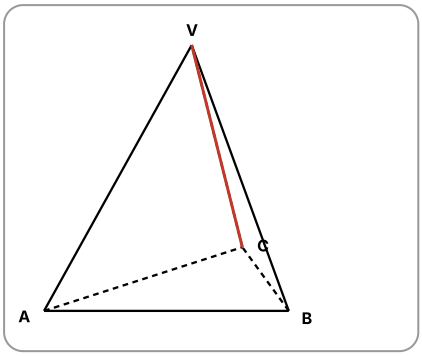
Variante: **A)** 2√34 · **B)** 10 · **C)** 18 · **D)** 2√41 · **E)** 10√2

49. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ (AB = 2 cm, BC = 7 cm, AA′ = 9 cm), distanța de la punctul A′ la dreapta BC este (cm):



Variante: **A)** √134 · **B)** √130 · **C)** √85 · **D)** 11 · **E)** √53

50. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 8 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC) cu VA = 9 cm. Lungimea segmentului VC este (cm):



Variante: **A)** √145 · **B)** √370 · **C)** 17 · **D)** 3√34 · **E)** 24

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **12** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow VO = 12$ cm.
2. **√73** — BC ⊥ AB și BC ⊥ BB′, deci BC ⊥ (ABB′), de unde BC ⊥ A′B. Distanța este A′B: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 64 + 9 = 73$.
3. **5√6/2** — Fie O mijlocul lui BD: AO ⊥ BD, AA′ ⊥ (ABC) ⇒ A′O ⊥ BD (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 25 + 25/2 = 75/2$; $A'O = 5\sqrt{6}/2$.
4. **√74** — CD ⊥ AD și CD ⊥ AA′, deci CD ⊥ (ADD′), de unde CD ⊥ A′D. Distanța este A′D: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 25 + 49 = 74$.
5. **29** — Fie M mijlocul lui AB; OM ⊥ AB și VO ⊥ (ABC) ⇒ VM ⊥ AB (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 441 + 400 = 841$, VM = 29 cm.
6. **25** — Fie M mijlocul lui AB; OM ⊥ AB și VO ⊥ (ABC) ⇒ VM ⊥ AB (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 576 + 49 = 625$, VM = 25 cm.
7. **3** — VA ⊥ (ABC) ⇒ VA ⊥ AB; distanța de la V la AB este VA = h.
8. **3** — VA ⊥ (ABC) ⇒ VA ⊥ AB; distanța de la V la AB este VA = h.

9. **$5\sqrt{5}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 100 + 25 = 125$.
10. **$\sqrt{58}$** — $CD \perp AD$ și $CD \perp AA'$, deci $CD \perp (ADD')$, de unde $CD \perp A'D$. Distanța este $A'D$: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 9 + 49 = 58$.
11. **24** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 625 - 49 = 576 \Rightarrow VO = 24$ cm.
12. **$2\sqrt{6}$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 16 + 8 = 24$; $A'O = 4\sqrt{6}/2$.
13. **$\sqrt{34}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 9 + 25 = 34$.
14. **8** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow VO = 8$ cm.
15. **$\sqrt{61}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 25 + 36 = 61$.
16. **$2\sqrt{26}$** — $CD \perp AD$ și $CD \perp AA'$, deci $CD \perp (ADD')$, de unde $CD \perp A'D$. Distanța este $A'D$: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 100 + 4 = 104$.
17. **21** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 841 - 400 = 441 \Rightarrow VO = 21$ cm.
18. **17** — Fie M mijlocul lui AB; $OM \perp AB$ și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VM \perp AB$ (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 225 + 64 = 289$, $VM = 17$ cm.
19. **$3\sqrt{5}$** — $CD \perp AD$ și $CD \perp AA'$, deci $CD \perp (ADD')$, de unde $CD \perp A'D$. Distanța este $A'D$: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 36 + 9 = 45$.
20. **$2\sqrt{37}$** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AC$; $VC^2 = VA^2 + AC^2 = 4 + 144 = 148$.
21. **$3\sqrt{17}$** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AC$; $VC^2 = VA^2 + AC^2 = 9 + 144 = 153$.
22. **$2\sqrt{10}$** — $CD \perp AD$ și $CD \perp AA'$, deci $CD \perp (ADD')$, de unde $CD \perp A'D$. Distanța este $A'D$: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 36 + 4 = 40$.
23. **20** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 625 - 225 = 400 \Rightarrow VO = 20$ cm.
24. **$9\sqrt{6}/2$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 81 + 81/2 = 243/2$; $A'O = 9\sqrt{6}/2$.
25. **2** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AB$; distanța de la V la AB este $VA = h$.
26. **$3\sqrt{6}/2$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 9 + 9/2 = 27/2$; $A'O = 3\sqrt{6}/2$.
27. **5** — Fie M mijlocul lui AB; $OM \perp AB$ și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VM \perp AB$ (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 16 + 9 = 25$, $VM = 5$ cm.
28. **6** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AB$; distanța de la V la AB este $VA = h$.
29. **4** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow VO = 4$ cm.
30. **13** — Fie M mijlocul lui AB; $OM \perp AB$ și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VM \perp AB$ (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 144 + 25 = 169$, $VM = 13$ cm.
31. **12** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AB$; distanța de la V la AB este $VA = h$.

32. **$2\sqrt{5}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 4 + 16 = 20$.

33. **20** — Fie M mijlocul lui AB; $OM \perp AB$ și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VM \perp AB$ (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 256 + 144 = 400$, $VM = 20$ cm.

34. **$7\sqrt{6}/2$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 49 + 49/2 = 147/2$; $A'O = 7\sqrt{6}/2$.

35. **$3\sqrt{6}$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 36 + 18 = 54$; $A'O = 6\sqrt{6}/2$.

36. **$4\sqrt{10}$** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AC$; $VC^2 = VA^2 + AC^2 = 16 + 144 = 160$.

37. **$2\sqrt{29}$** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AC$; $VC^2 = VA^2 + AC^2 = 100 + 16 = 116$.

38. **15** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow VO = 15$ cm.

39. **$3\sqrt{5}$** — $CD \perp AD$ și $CD \perp AA'$, deci $CD \perp (ADD')$, de unde $CD \perp A'D$. Distanța este $A'D$: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 36 + 9 = 45$.

40. **$11\sqrt{6}/2$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 121 + 121/2 = 363/2$; $A'O = 11\sqrt{6}/2$.

41. **15** — Fie M mijlocul lui AB; $OM \perp AB$ și $VO \perp (ABC) \Rightarrow VM \perp AB$ (T3⊥). $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 144 + 81 = 225$, $VM = 15$ cm.

42. **$2\sqrt{29}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 100 + 16 = 116$.

43. **$\sqrt{109}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 9 + 100 = 109$.

44. **$5\sqrt{6}$** — Fie O mijlocul lui BD: $AO \perp BD$, $AA' \perp (ABC) \Rightarrow A'O \perp BD$ (T3⊥). $A'O^2 = AA'^2 + AO^2 = 100 + 50 = 150$; $A'O = 10\sqrt{6}/2$.

45. **$2\sqrt{41}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 100 + 64 = 164$.

46. **16** — $VO^2 = VM^2 - OM^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow VO = 16$ cm.

47. **$\sqrt{58}$** — $CD \perp AD$ și $CD \perp AA'$, deci $CD \perp (ADD')$, de unde $CD \perp A'D$. Distanța este $A'D$: $A'D^2 = AA'^2 + AD^2 = 9 + 49 = 58$.

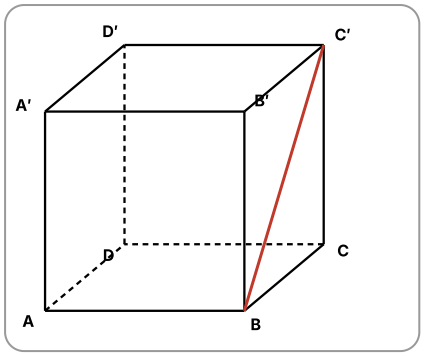
48. **$2\sqrt{41}$** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AC$; $VC^2 = VA^2 + AC^2 = 100 + 64 = 164$.

49. **$\sqrt{85}$** — $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$, deci $BC \perp (ABB')$, de unde $BC \perp A'B$. Distanța este $A'B$: $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 81 + 4 = 85$.

50. **$3\sqrt{34}$** — $VA \perp (ABC) \Rightarrow VA \perp AC$; $VC^2 = VA^2 + AC^2 = 81 + 225 = 306$.

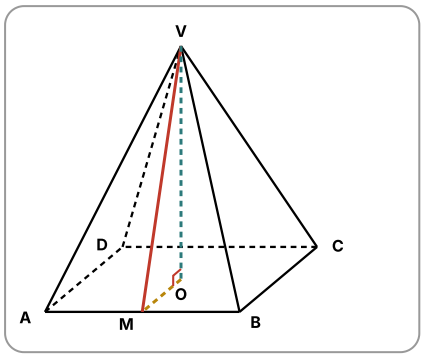
Nivel dificil (50 de exerciții)

1. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 7 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



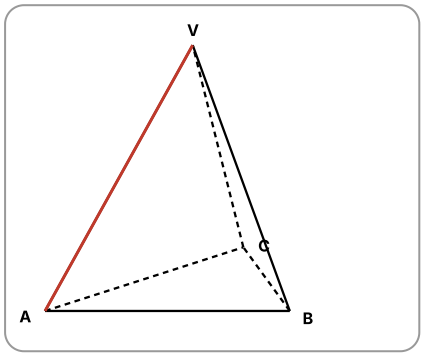
Variante: **A)** 7√2/2 · **B)** 7√3 · **C)** 7√2 · **D)** 7√6/2 · **E)** 7√3/2

2. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 24 cm și OM = 7 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



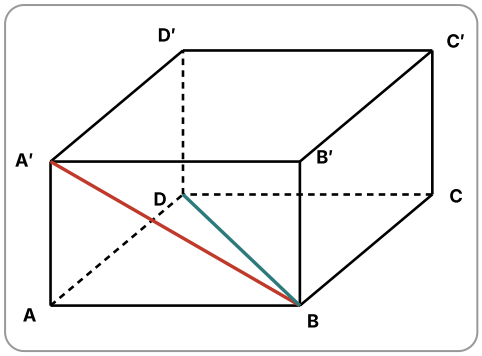
Variante: **A)** 31/2 · **B)** 7 · **C)** 168/25 · **D)** 175/24 · **E)** 600/7

3. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 20 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 9 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



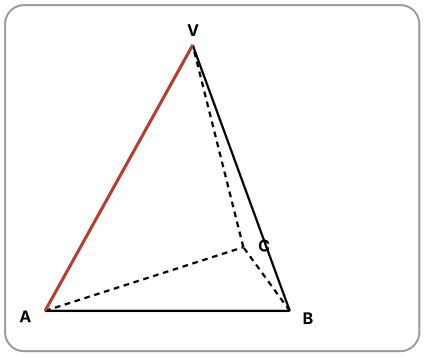
Variante: **A)** 14 · **B)** 15 · **C)** 21 · **D)** 16 · **E)** 34

4. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 30 cm, BC = 40 cm și AA′ = 10 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



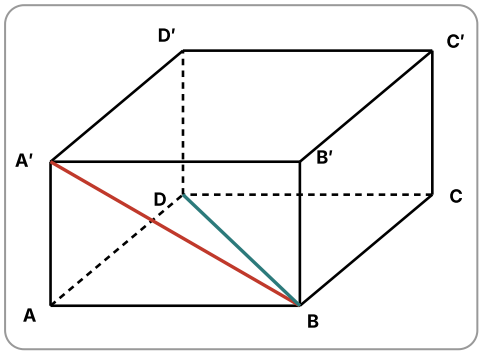
Variante: **A)** 34 · **B)** 25 · **C)** 60 · **D)** 27 · **E)** 26

5. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 15 cm și AC = 20 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 9 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



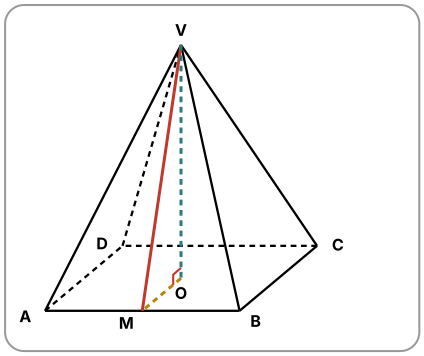
Variante: **A)** 14 · **B)** 34 · **C)** 16 · **D)** 15 · **E)** 21

6. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 30 cm, BC = 40 cm și AA′ = 7 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



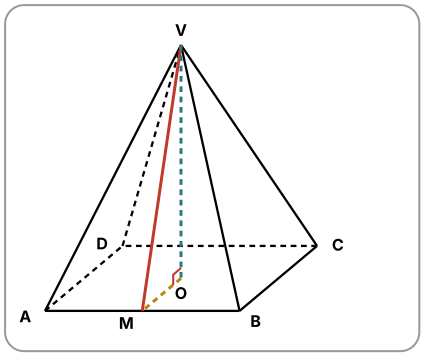
Variante: **A)** 31 · **B)** 26 · **C)** 24 · **D)** 25 · **E)** 57

7. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 12 cm și OM = 5 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



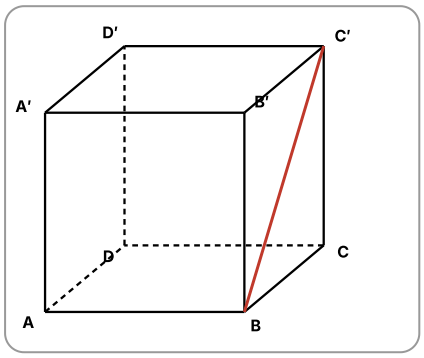
Variante: **A)** 156/5 · **B)** 65/12 · **C)** 60/13 · **D)** 17/2 · **E)** 5

8. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 24 cm și OM = 10 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



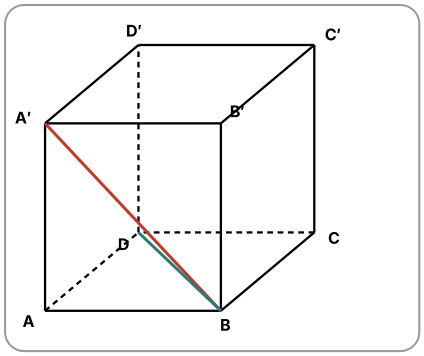
Variante: **A)** 10 · **B)** 17 · **C)** 65/6 · **D)** 312/5 · **E)** 120/13

9. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 3 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



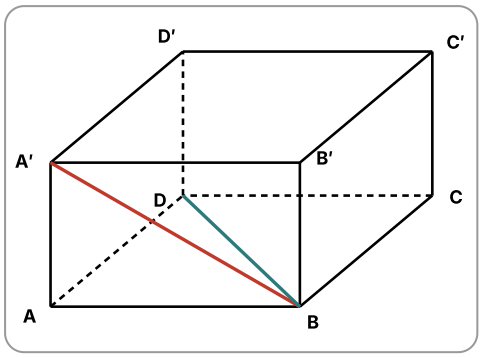
Variante: **A)** 3√6/2 · **B)** 3√3/2 · **C)** 3√2/2 · **D)** 3√2 · **E)** 3√3

10. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 30 cm, BC = 40 cm și AA′ = 32 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



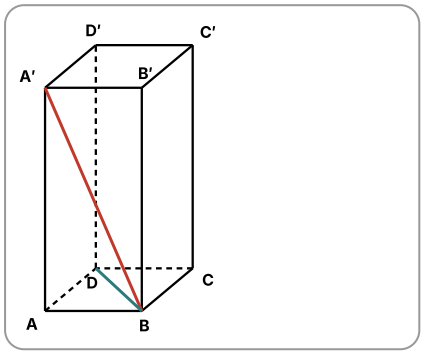
Variante: **A)** 82 · **B)** 56 · **C)** 39 · **D)** 41 · **E)** 40

11. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 15 cm, BC = 20 cm și AA′ = 5 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



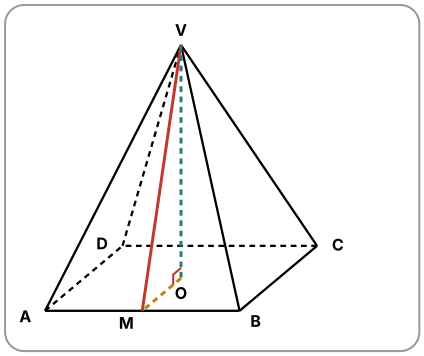
Variante: **A)** 30 · **B)** 13 · **C)** 17 · **D)** 12 · **E)** 14

12. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 15 cm, BC = 20 cm și AA′ = 35 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



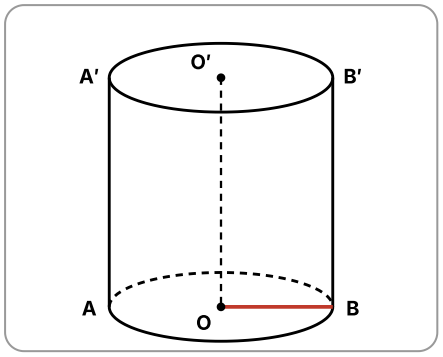
Variante: **A)** 38 · **B)** 47 · **C)** 60 · **D)** 37 · **E)** 36

13. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 20 cm și OM = 15 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



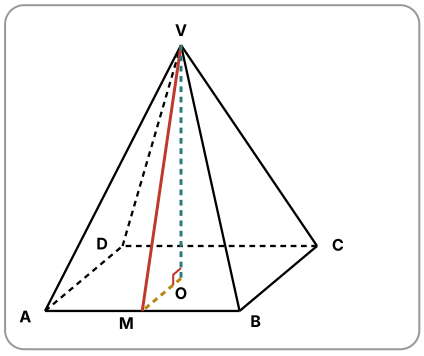
Variante: **A)** 35/2 · **B)** 12 · **C)** 75/4 · **D)** 15 · **E)** 100/3

14. Un cilindru circular drept are raza 11 cm și înălțimea 10 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



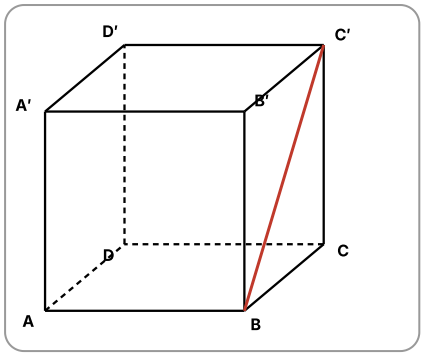
Variante: **A)** √221 · **B)** 21 · **C)** 11 · **D)** √321 · **E)** 2√146

15. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 4 cm și OM = 3 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



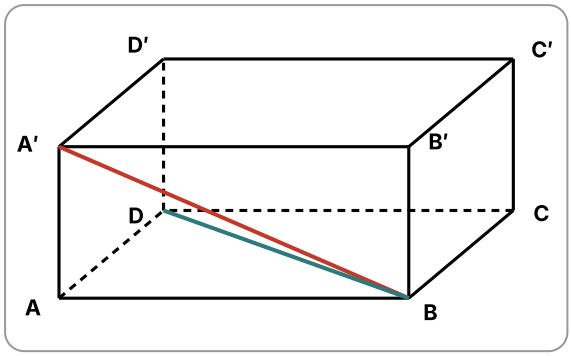
Variante: **A)** 15/4 · **B)** 12/5 · **C)** 20/3 · **D)** 3 · **E)** 7/2

16. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



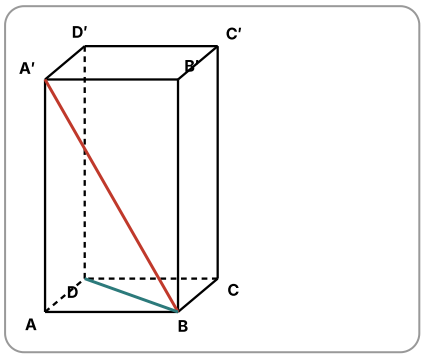
Variante: **A)** 5√3 · **B)** 10√3 · **C)** 5√2 · **D)** 5√6 · **E)** 10√2

17. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 20 cm, BC = 15 cm și AA′ = 5 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



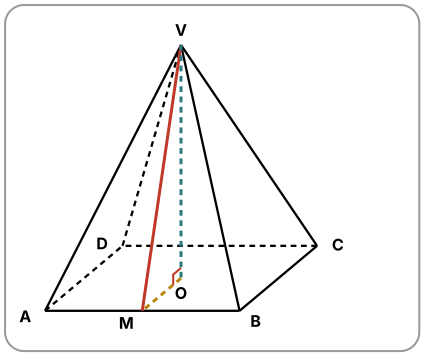
Variante: **A)** 17 · **B)** 14 · **C)** 12 · **D)** 30 · **E)** 13

18. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 20 cm, BC = 15 cm și AA′ = 35 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



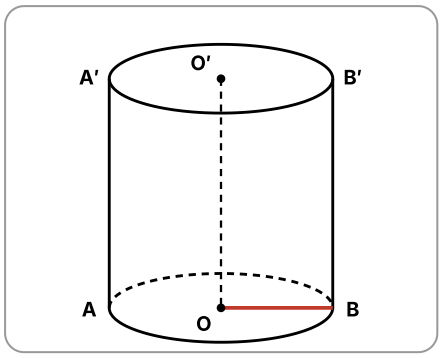
Variante: **A)** 37 · **B)** 36 · **C)** 60 · **D)** 47 · **E)** 38

19. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 8 cm și OM = 6 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



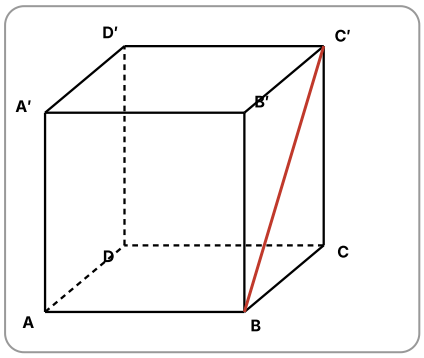
Variante: **A)** 7 · **B)** 15/2 · **C)** 6 · **D)** 24/5 · **E)** 40/3

20. Un cilindru circular drept are raza 7 cm și înălțimea 7 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



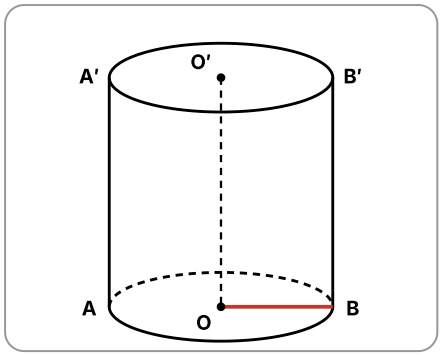
Variante: **A)** 7√5 · **B)** 7√3 · **C)** 7√2 · **D)** 14 · **E)** 7

21. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 12 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



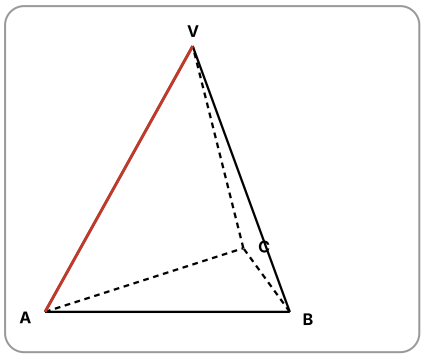
Variante: **A)** 6√2 · **B)** 6√6 · **C)** 12√2 · **D)** 6√3 · **E)** 12√3

22. Un cilindru circular drept are raza 9 cm și înălțimea 8 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



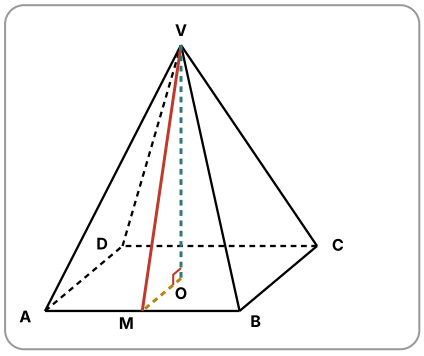
Variante: **A)** 2√97 · **B)** √209 · **C)** 9 · **D)** 17 · **E)** √145

23. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 30 cm și AC = 40 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 18 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



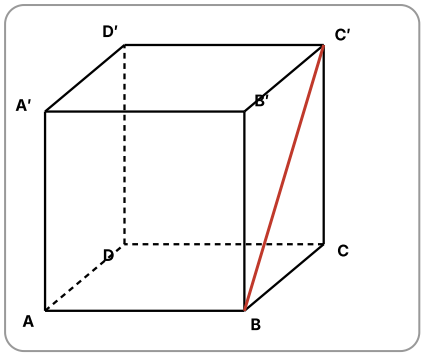
Variante: **A)** 29 · **B)** 30 · **C)** 31 · **D)** 42 · **E)** 68

24. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 12 cm și OM = 9 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



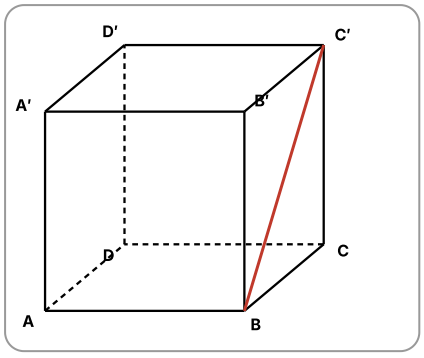
Variante: **A)** 36/5 · **B)** 21/2 · **C)** 45/4 · **D)** 9 · **E)** 20

25. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 5 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



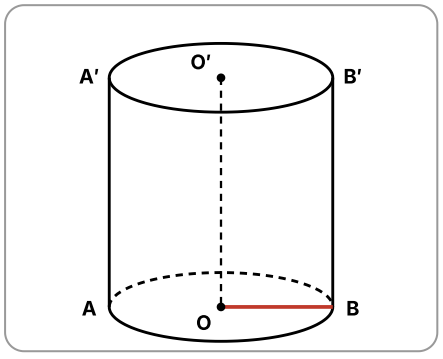
Variante: **A)** 5√2 · **B)** 5√3/2 · **C)** 5√6/2 · **D)** 5√2/2 · **E)** 5√3

26. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 4 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



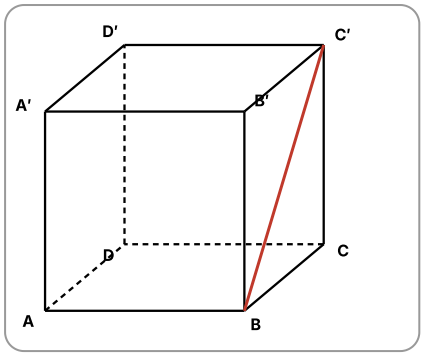
Variante: **A)** 2√2 · **B)** 2√6 · **C)** 2√3 · **D)** 4√3 · **E)** 4√2

27. Un cilindru circular drept are raza 11 cm și înălțimea 6 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



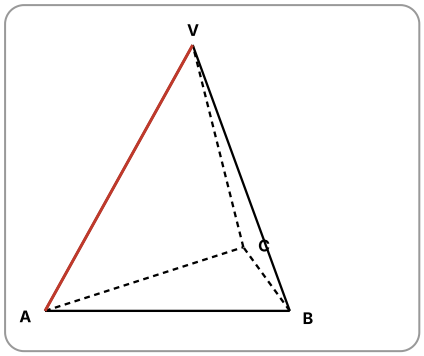
Variante: **A)** 17 · **B)** √157 · **C)** √193 · **D)** 2√130 · **E)** 11

28. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 11 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



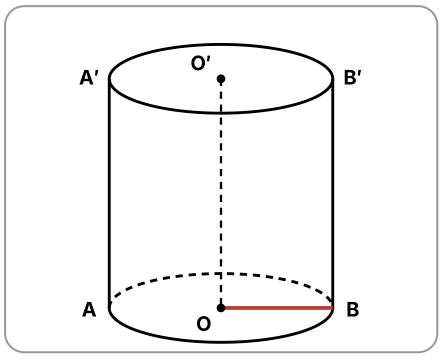
Variante: **A)** 11√3/2 · **B)** 11√2 · **C)** 11√2/2 · **D)** 11√6/2 · **E)** 11√3

29. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 20 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 35 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



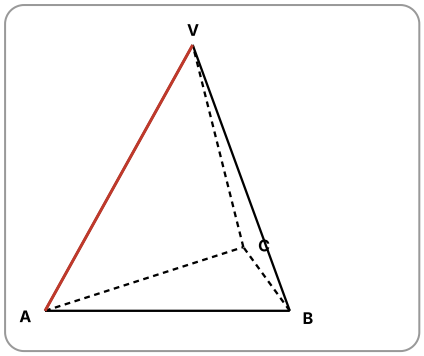
Variante: **A)** 47 · **B)** 36 · **C)** 60 · **D)** 38 · **E)** 37

30. Un cilindru circular drept are raza 2 cm și înălțimea 7 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



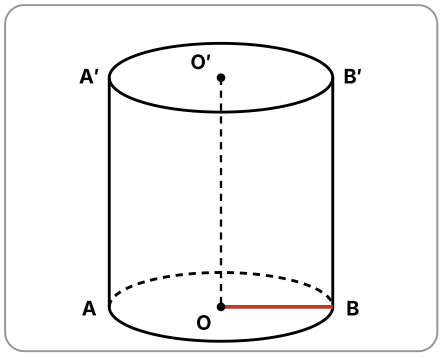
Variante: **A)** 2 · **B)** √102 · **C)** √65 · **D)** 9 · **E)** √53

31. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 30 cm și AC = 40 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 7 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



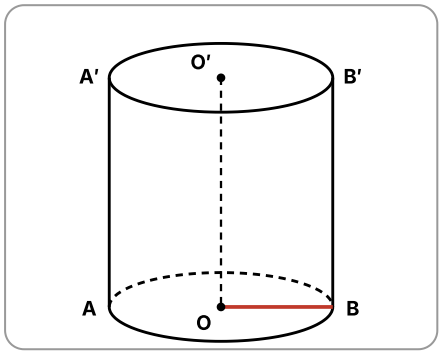
Variante: **A)** 57 · **B)** 24 · **C)** 26 · **D)** 31 · **E)** 25

32. Un cilindru circular drept are raza 12 cm și înălțimea 2 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



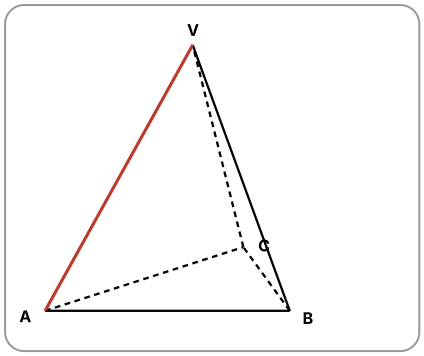
Variante: **A)** 2√37 · **B)** 2√38 · **C)** 2√145 · **D)** 14 · **E)** 12

33. Un cilindru circular drept are raza 7 cm și înălțimea 8 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



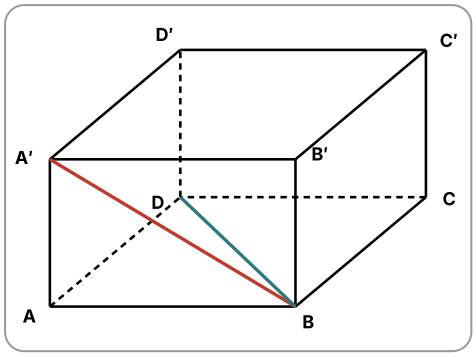
Variante: **A)** 2√65 · **B)** √177 · **C)** 7 · **D)** √113 · **E)** 15

34. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 30 cm și AC = 40 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 10 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



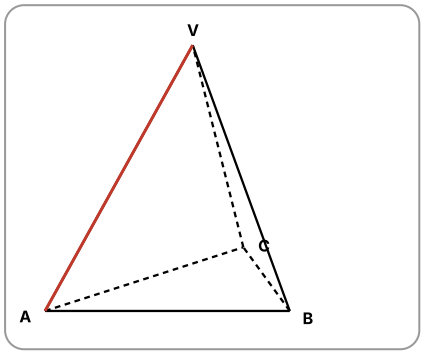
Variante: **A)** 34 · **B)** 25 · **C)** 60 · **D)** 26 · **E)** 27

35. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 15 cm, BC = 20 cm și AA′ = 9 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



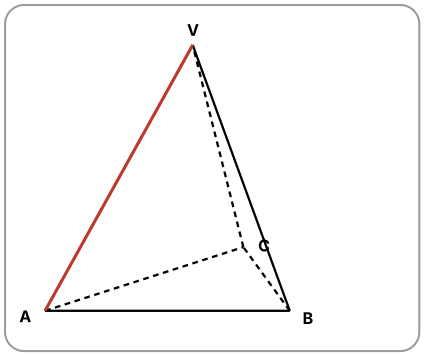
Variante: **A)** 15 · **B)** 34 · **C)** 14 · **D)** 16 · **E)** 21

36. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 15 cm și AC = 20 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 35 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



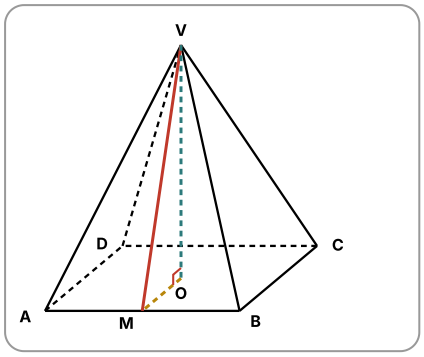
Variante: **A)** 47 · **B)** 38 · **C)** 60 · **D)** 36 · **E)** 37

37. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 30 cm și AC = 40 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 32 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



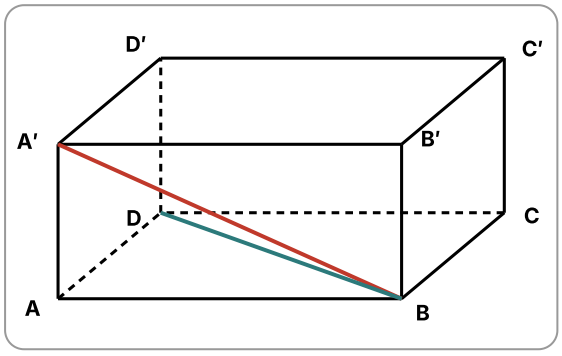
Variante: **A)** 39 · **B)** 56 · **C)** 82 · **D)** 40 · **E)** 41

38. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 16 cm și OM = 12 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



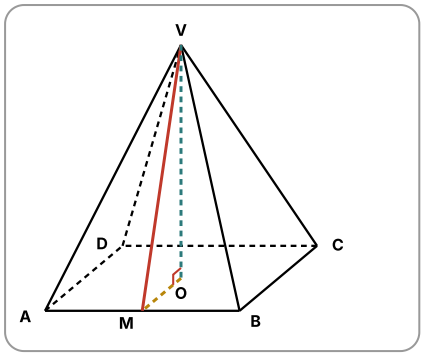
Variante: **A)** 15 · **B)** 48/5 · **C)** 14 · **D)** 12 · **E)** 80/3

39. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 20 cm, BC = 15 cm și AA′ = 9 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



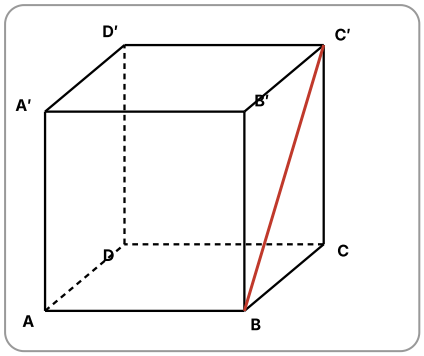
Variante: **A)** 14 · **B)** 34 · **C)** 16 · **D)** 21 · **E)** 15

40. În piramida patrulateră regulată VABCD, VO = 15 cm și OM = 8 cm (M mijlocul lui AB). Distanța de la O la planul (VAB) este (cm):



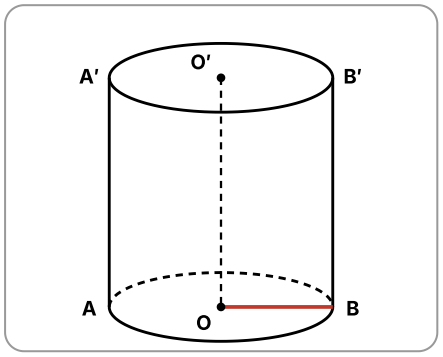
Variante: **A)** 8 · **B)** 136/15 · **C)** 23/2 · **D)** 255/8 · **E)** 120/17

41. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 6 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



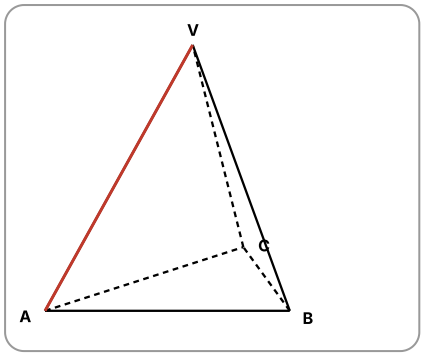
Variante: **A)** 6√3 · **B)** 6√2 · **C)** 3√6 · **D)** 3√2 · **E)** 3√3

42. Un cilindru circular drept are raza 8 cm și înălțimea 4 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



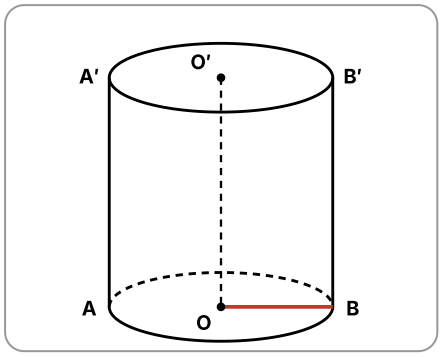
Variante: **A)** 12 · **B)** 8 · **C)** 4√6 · **D)** 4√17 · **E)** 4√5

43. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 20 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 5 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



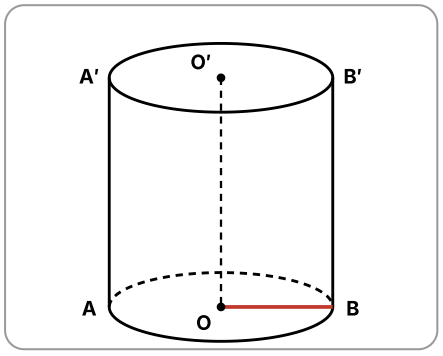
Variante: **A)** 13 · **B)** 14 · **C)** 12 · **D)** 17 · **E)** 30

44. Un cilindru circular drept are raza 12 cm și înălțimea 6 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



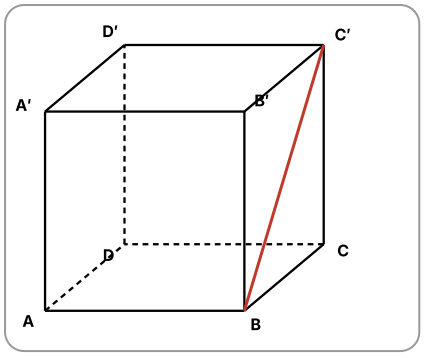
Variante: **A)** 6√5 · **B)** 12 · **C)** 18 · **D)** 6√17 · **E)** 6√6

45. Un cilindru circular drept are raza 12 cm și înălțimea 8 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



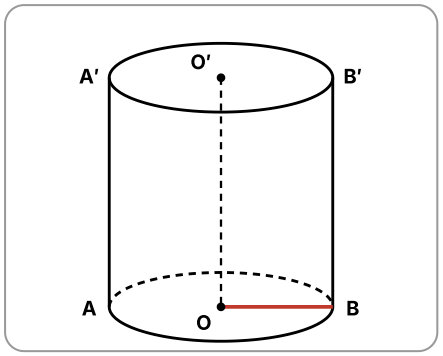
Variante: **A)** 20 · **B)** 8√10 · **C)** 12 · **D)** 4√13 · **E)** 4√17

46. În cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, distanța de la C′ la dreapta BD este (cm):



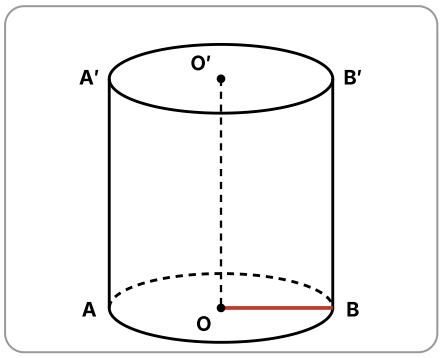
Variante: **A)** 8√3 · **B)** 8√2 · **C)** 4√6 · **D)** 4√2 · **E)** 4√3

47. Un cilindru circular drept are raza 4 cm și înălțimea 12 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



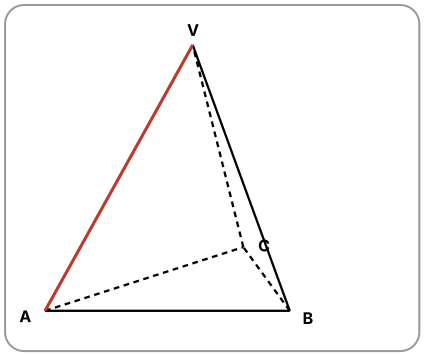
Variante: **A)** 4 · **B)** 4√13 · **C)** 4√19 · **D)** 16 · **E)** 4√10

48. Un cilindru circular drept are raza 3 cm și înălțimea 4 cm. Distanța de la centrul bazei de sus la un punct al cercului bazei de jos este (cm):



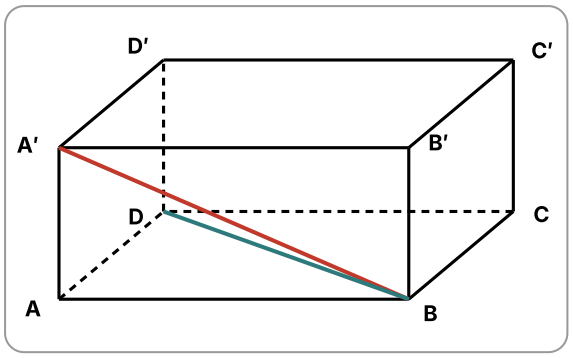
Variante: **A)** √41 · **B)** 2√13 · **C)** 3 · **D)** 7 · **E)** 5

49. ABC este un triunghi dreptunghic în A cu AB = 20 cm și AC = 15 cm, iar VA ⊥ (ABC), VA = 16 cm. Distanța de la V la dreapta BC este (cm):



Variante: **A)** 41 · **B)** 19 · **C)** 20 · **D)** 21 · **E)** 28

50. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 40 cm, BC = 30 cm și AA′ = 7 cm. Distanța de la A′ la dreapta BD este (cm):



Variante: **A)** 26 · **B)** 31 · **C)** 25 · **D)** 24 · **E)** 57

▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **7√6/2** — Fie O mijlocul lui BD: CO ⊥ BD, CC′ ⊥ (ABC) ⇒ C′O ⊥ BD (T3⊥). C′O² = 49 + 49/2 = 147/2.
2. **168/25** — Ducem OP ⊥ VM (P ∈ VM); OP ⊥ (VAB). Din aria triunghiului VOM: OP·VM = VO·OM ⇒ OP = 24·7/25 = 168/25 cm.
3. **15** — BC = 25. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 20·15/25 = 12. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). VD² = VA² + AD² = 81 + 144 = 225 ⇒ VD = 15 cm.
4. **26** — BD = 50. Fie AE ⊥ BD: AE = AB·AD/BD = 30·40/50 = 24. AA′ ⊥ (ABC), AE ⊥ BD ⇒ A′E ⊥ BD (T3⊥). A′E² = 100 + 576 = 676 ⇒ A′E = 26 cm.
5. **15** — BC = 25. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 15·20/25 = 12. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). VD² = VA² + AD² = 81 + 144 = 225 ⇒ VD = 15 cm.
6. **25** — BD = 50. Fie AE ⊥ BD: AE = AB·AD/BD = 30·40/50 = 24. AA′ ⊥ (ABC), AE ⊥ BD ⇒ A′E ⊥ BD (T3⊥). A′E² = 49 + 576 = 625 ⇒ A′E = 25 cm.
7. **60/13** — Ducem OP ⊥ VM (P ∈ VM); OP ⊥ (VAB). Din aria triunghiului VOM: OP·VM = VO·OM ⇒ OP = 12·5/13 = 60/13 cm.

8. **120/13** — Ducem $OP \perp VM$ ($P \in VM$); $OP \perp (VAB)$. Din aria triunghiului VOM: $OP \cdot VM = VO \cdot OM \Rightarrow OP = 24 \cdot 10/26 = 120/13$ cm.
9. **3√6/2** — Fie O mijlocul lui BD: $CO \perp BD$, $CC' \perp (ABC) \Rightarrow C'O \perp BD$ (T3⊥). $C'O^2 = 9 + 9/2 = 27/2$.
10. **40** — BD = 50. Fie $AE \perp BD$: $AE = AB \cdot AD/BD = 30 \cdot 40/50 = 24$. $AA' \perp (ABC)$, $AE \perp BD \Rightarrow A'E \perp BD$ (T3⊥). $A'E^2 = 1024 + 576 = 1600 \Rightarrow A'E = 40$ cm.
11. **13** — BD = 25. Fie $AE \perp BD$: $AE = AB \cdot AD/BD = 15 \cdot 20/25 = 12$. $AA' \perp (ABC)$, $AE \perp BD \Rightarrow A'E \perp BD$ (T3⊥). $A'E^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow A'E = 13$ cm.
12. **37** — BD = 25. Fie $AE \perp BD$: $AE = AB \cdot AD/BD = 15 \cdot 20/25 = 12$. $AA' \perp (ABC)$, $AE \perp BD \Rightarrow A'E \perp BD$ (T3⊥). $A'E^2 = 1225 + 144 = 1369 \Rightarrow A'E = 37$ cm.
13. **12** — Ducem $OP \perp VM$ ($P \in VM$); $OP \perp (VAB)$. Din aria triunghiului VOM: $OP \cdot VM = VO \cdot OM \Rightarrow OP = 20 \cdot 15/25 = 12$ cm.
14. **√221** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 100 + 121 = 221$.
15. **12/5** — Ducem $OP \perp VM$ ($P \in VM$); $OP \perp (VAB)$. Din aria triunghiului VOM: $OP \cdot VM = VO \cdot OM \Rightarrow OP = 4 \cdot 3/5 = 12/5$ cm.
16. **5√6** — Fie O mijlocul lui BD: $CO \perp BD$, $CC' \perp (ABC) \Rightarrow C'O \perp BD$ (T3⊥). $C'O^2 = 100 + 50 = 150$.
17. **13** — BD = 25. Fie $AE \perp BD$: $AE = AB \cdot AD/BD = 20 \cdot 15/25 = 12$. $AA' \perp (ABC)$, $AE \perp BD \Rightarrow A'E \perp BD$ (T3⊥). $A'E^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow A'E = 13$ cm.
18. **37** — BD = 25. Fie $AE \perp BD$: $AE = AB \cdot AD/BD = 20 \cdot 15/25 = 12$. $AA' \perp (ABC)$, $AE \perp BD \Rightarrow A'E \perp BD$ (T3⊥). $A'E^2 = 1225 + 144 = 1369 \Rightarrow A'E = 37$ cm.
19. **24/5** — Ducem $OP \perp VM$ ($P \in VM$); $OP \perp (VAB)$. Din aria triunghiului VOM: $OP \cdot VM = VO \cdot OM \Rightarrow OP = 8 \cdot 6/10 = 24/5$ cm.
20. **7√2** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 49 + 49 = 98$.
21. **6√6** — Fie O mijlocul lui BD: $CO \perp BD$, $CC' \perp (ABC) \Rightarrow C'O \perp BD$ (T3⊥). $C'O^2 = 144 + 72 = 216$.
22. **√145** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 64 + 81 = 145$.
23. **30** — BC = 50. Fie $AD \perp BC$, $D \in BC$: $AD = 30 \cdot 40/50 = 24$. $VA \perp (ABC)$, $AD \perp BC \Rightarrow VD \perp BC$ (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 324 + 576 = 900 \Rightarrow VD = 30$ cm.
24. **36/5** — Ducem $OP \perp VM$ ($P \in VM$); $OP \perp (VAB)$. Din aria triunghiului VOM: $OP \cdot VM = VO \cdot OM \Rightarrow OP = 12 \cdot 9/15 = 36/5$ cm.
25. **5√6/2** — Fie O mijlocul lui BD: $CO \perp BD$, $CC' \perp (ABC) \Rightarrow C'O \perp BD$ (T3⊥). $C'O^2 = 25 + 25/2 = 75/2$.
26. **2√6** — Fie O mijlocul lui BD: $CO \perp BD$, $CC' \perp (ABC) \Rightarrow C'O \perp BD$ (T3⊥). $C'O^2 = 16 + 8 = 24$.

27. **√157** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 36 + 121 = 157$.

28. **11√6/2** — Fie O mijlocul lui BD: CO ⊥ BD, CC′ ⊥ (ABC) ⇒ C′O ⊥ BD (T3⊥). $C'O^2 = 121 + 121/2 = 363/2$.

29. **37** — BC = 25. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 20·15/25 = 12. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 1225 + 144 = 1369$ ⇒ VD = 37 cm.

30. **√53** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 49 + 4 = 53$.

31. **25** — BC = 50. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 30·40/50 = 24. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 49 + 576 = 625$ ⇒ VD = 25 cm.

32. **2√37** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 4 + 144 = 148$.

33. **√113** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 64 + 49 = 113$.

34. **26** — BC = 50. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 30·40/50 = 24. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 100 + 576 = 676$ ⇒ VD = 26 cm.

35. **15** — BD = 25. Fie AE ⊥ BD: AE = AB·AD/BD = 15·20/25 = 12. AA′ ⊥ (ABC), AE ⊥ BD ⇒ A′E ⊥ BD (T3⊥). $A'E^2 = 81 + 144 = 225$ ⇒ A′E = 15 cm.

36. **37** — BC = 25. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 15·20/25 = 12. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 1225 + 144 = 1369$ ⇒ VD = 37 cm.

37. **40** — BC = 50. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 30·40/50 = 24. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 1024 + 576 = 1600$ ⇒ VD = 40 cm.

38. **48/5** — Ducem OP ⊥ VM (P ∈ VM); OP ⊥ (VAB). Din aria triunghiului VOM: OP·VM = VO·OM ⇒ OP = 16·12/20 = 48/5 cm.

39. **15** — BD = 25. Fie AE ⊥ BD: AE = AB·AD/BD = 20·15/25 = 12. AA′ ⊥ (ABC), AE ⊥ BD ⇒ A′E ⊥ BD (T3⊥). $A'E^2 = 81 + 144 = 225$ ⇒ A′E = 15 cm.

40. **120/17** — Ducem OP ⊥ VM (P ∈ VM); OP ⊥ (VAB). Din aria triunghiului VOM: OP·VM = VO·OM ⇒ OP = 15·8/17 = 120/17 cm.

41. **3√6** — Fie O mijlocul lui BD: CO ⊥ BD, CC′ ⊥ (ABC) ⇒ C′O ⊥ BD (T3⊥). $C'O^2 = 36 + 18 = 54$.

42. **4√5** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 16 + 64 = 80$.

43. **13** — BC = 25. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 20·15/25 = 12. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). $VD^2 = VA^2 + AD^2 = 25 + 144 = 169$ ⇒ VD = 13 cm.

44. **6√5** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 36 + 144 = 180$.

45. **4√13** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: $O'B^2 = h^2 + r^2 = 64 + 144 = 208$.

46. **4√6** — Fie O mijlocul lui BD: CO ⊥ BD, CC′ ⊥ (ABC) ⇒ C′O ⊥ BD (T3⊥). C′O² = 64 + 32 = 96.
47. **4√10** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: O′B² = h² + r² = 144 + 16 = 160.
48. **5** — Segmentul O′B împreună cu axa și raza OB formează un triunghi dreptunghic: O′B² = h² + r² = 16 + 9 = 25.
49. **20** — BC = 25. Fie AD ⊥ BC, D ∈ BC: AD = 20·15/25 = 12. VA ⊥ (ABC), AD ⊥ BC ⇒ VD ⊥ BC (T3⊥). VD² = VA² + AD² = 256 + 144 = 400 ⇒ VD = 20 cm.
50. **25** — BD = 50. Fie AE ⊥ BD: AE = AB·AD/BD = 40·30/50 = 24. AA′ ⊥ (ABC), AE ⊥ BD ⇒ A′E ⊥ BD (T3⊥). A′E² = 49 + 576 = 625 ⇒ A′E = 25 cm.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 8-a