Geometrie în spațiu. Puncte, drepte, plane

Axiomele geometriei în spațiu, moduri de a determina un plan, poziții relative ale dreptelor, ale unei drepte față de un plan și ale planelor.

Obiectele geometriei în spațiu

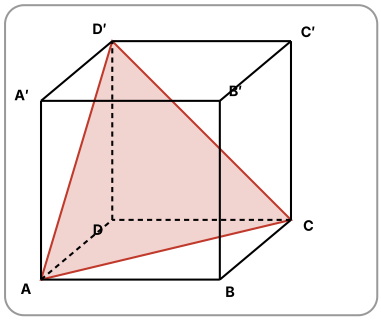
În geometria în spațiu lucrăm cu **puncte**, **drepte** și **plane**. Planul este nemărginit și „plat”; îl desenăm ca pe un paralelogram. Punctele pot fi **coplanare** (într-un același plan) sau **necoplanare**.

> $A \in d$ (punctul A aparține dreptei d) $d \subset \alpha$ (dreapta d este inclusă în planul α)

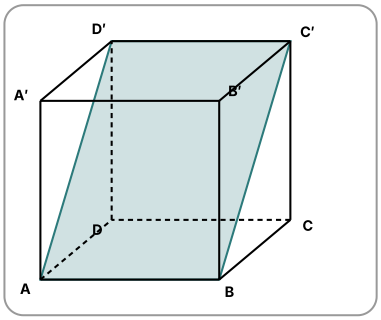
Cum se determină un plan

Un plan este determinat în mod unic de oricare dintre situațiile:

- trei puncte **necoliniare**;
- o dreaptă și un punct care nu îi aparține;
- două drepte **concurente**;
- două drepte **paralele** (distincte).



Trei puncte necoliniare (A, C, D′) determină planul (ACD′)



Două drepte paralele (AB și C′D′) determină planul (ABC′D′)

> Dacă două puncte ale unei drepte aparțin unui plan, atunci dreapta este inclusă în plan.

Poziții relative a două drepte

Poziția	Puncte comune	Coplanare?
concurente	un singur punct	da
paralele	niciunul	da
confundate	toate	da
necoplanare	niciunul	nu

Exemplul 1. În cubul ABCDA′B′C′D′, stabilește poziția dreptelor AB și C′D′, AB și CC′, AB și B′C′.

> **Metoda 1 (analizând fiecare pereche).** AB și C′D′ sunt muchii paralele (AB ∥ CD ∥ C′D′). AB și CC′ nu se intersectează și nu sunt paralele (nu sunt coplanare): necoplanare. AB și B′C′ nu se intersectează și nu sunt coplanare: necoplanare.

> **Metoda 2 (cu planul de bază).** AB ⊂ (ABC). CC′ înțeapă planul (ABC) în C ∉ AB, deci AB și CC′ nu pot fi coplanare. La fel, B′C′ înțeapă planul (A′B′C′), care este paralel cu (ABC), deci nu e coplanară cu AB.

Dreaptă și plan, plan și plan

- **Dreaptă inclusă în plan**: toate punctele dreptei sunt în plan.
- **Dreaptă secantă planului**: un singur punct comun.
- **Dreaptă paralelă cu planul**: niciun punct comun.
- **Plane secante**: au în comun o dreaptă.
- **Plane paralele**: nu au niciun punct comun.

Exemplul 2. Care este intersecția planelor (ABB′) și (BCC′) ale cubului?

> **Metoda 1 (găsind punctele comune).** Punctele B și B′ aparțin ambelor plane: B și B′ sunt vârfuri ale fețelor ABB′A′ și BCC′B′. Două plane distincte care au două puncte comune se intersectează după dreapta determinată de ele: BB′.

> **Metoda 2 (din fețe).** Fețele ABB′A′ și BCC′B′ au muchia comună BB′; ea este dreapta de intersecție.

Exemplul 3. Câte plane determină 5 puncte din spațiu, oricare trei necoliniare și oricare patru necoplanare?

> **Metoda 1 (prin combinări).** Fiecare trei puncte determină un plan: $C(5,3) = 5\cdot4\cdot3/(1\cdot2\cdot3) = 10$ plane.

> **Metoda 2 (numărând complementarele).** Alegerea a 3 puncte din 5 este echivalentă cu excluderea a 2: $C(5,2) = 10$.

Greșeli frecvente

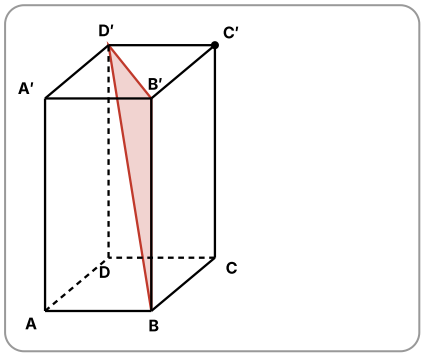
- Se crede că două drepte care nu se intersectează sunt întotdeauna paralele (în spațiu pot fi necoplanare).
- Se uită condiția „necoliniare” la determinarea planului prin trei puncte.
- Se consideră că planele paralele pot avea un punct comun.
- Se confundă „drepte necoplanare” cu „drepte perpendiculare”.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

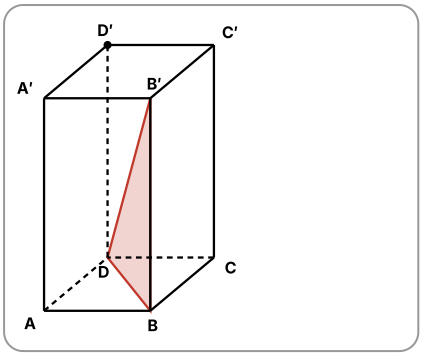
Nivel ușor (50 de exerciţii)

1. Care dintre următoarele condiții determină un plan?
   Variante: **A)** două drepte concurente · **B)** două drepte necoplanare · **C)** un punct și o dreaptă care îl conține · **D)** două puncte distincte · **E)** trei puncte coliniare
2. Prin două puncte distincte din spațiu trece:
   Variante: **A)** două drepte · **B)** o infinitate de drepte · **C)** un singur plan · **D)** o singură dreaptă · **E)** nicio dreaptă
3. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, B′, B, C′?

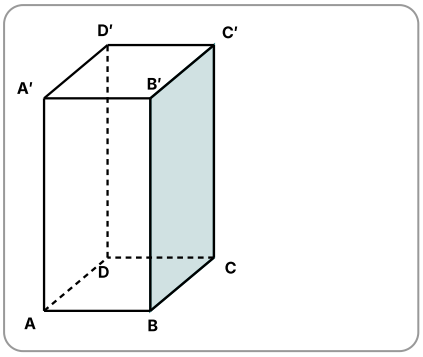


4. Prin trei puncte necoliniare trece:
   Variante: **A)** două plane · **B)** o infinitate de plane · **C)** un plan sau o infinitate de plane · **D)** nicio dreaptă · **E)** un singur plan

5. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D, B, B′, D′?

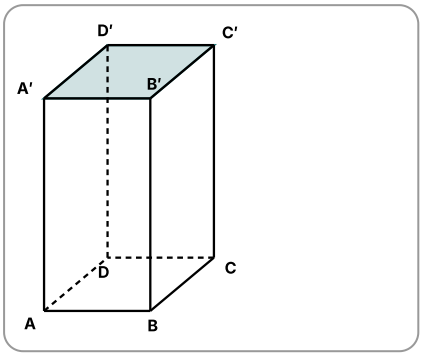


6. Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (BCC′)?



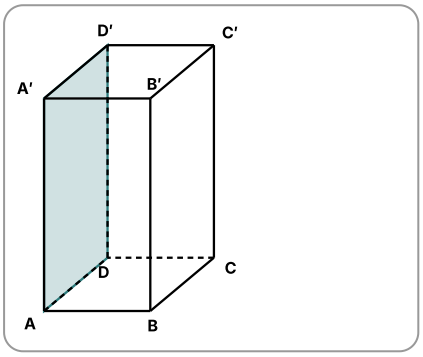
Variante: **A)** CD · **B)** C′B′ · **C)** A′B′ · **D)** AB · **E)** DA

7. Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (A′B′C′)?



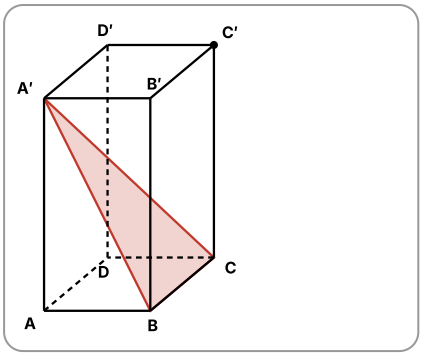
Variante: **A)** CD · **B)** BC · **C)** A′B′ · **D)** AB · **E)** DA

8. Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (DAA′)?

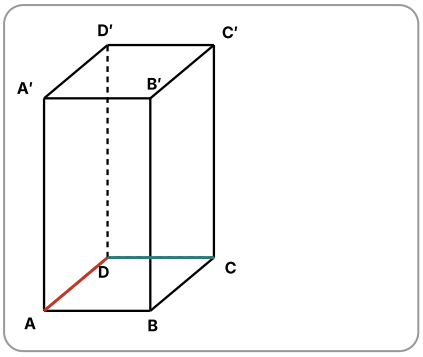


Variante: **A)** A′B′ · **B)** AB · **C)** D′D · **D)** BC · **E)** CD

9. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, C, B, C′?

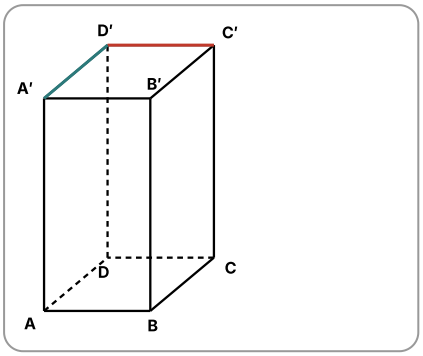


10. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și CD sunt:



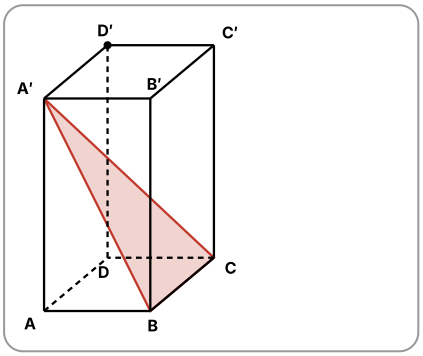
Variante: **A)** necoplanare · **B)** nu se poate stabili · **C)** confundate · **D)** concurente · **E)** paralele

11. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele C′D′ și D′A′ sunt:

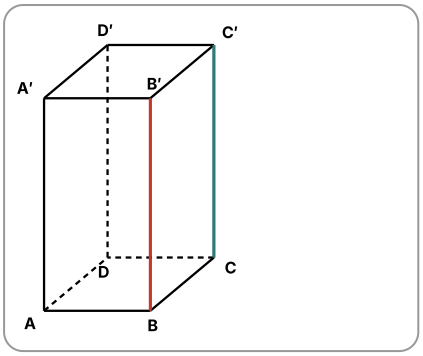


Variante: **A)** confundate · **B)** necoplanare · **C)** concurente · **D)** nu se poate stabili · **E)** paralele

12. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele C, B, A′, D′?

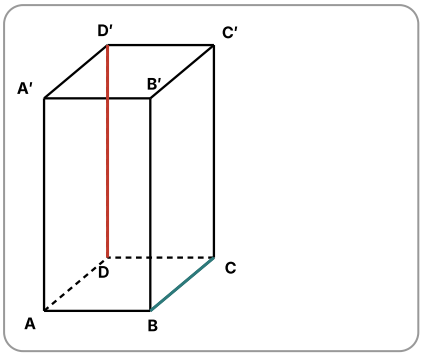


13. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și CC′ sunt:



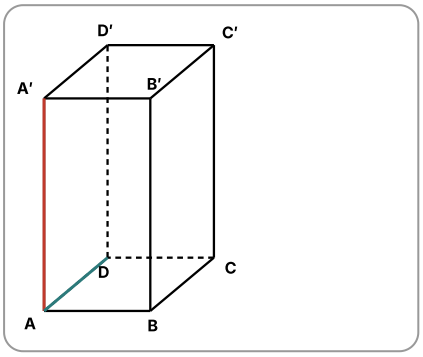
Variante: **A)** confundate · **B)** necoplanare · **C)** paralele · **D)** nu se poate stabili · **E)** concurente

14. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DD′ și BC sunt:



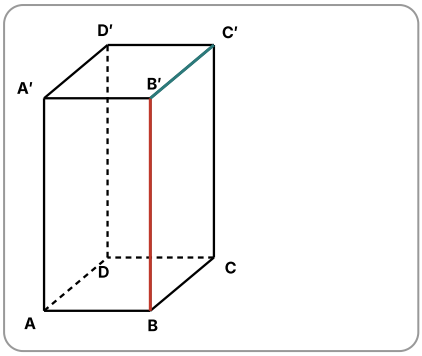
Variante: **A)** paralele · **B)** confundate · **C)** necoplanare · **D)** nu se poate stabili · **E)** concurente

15. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele AA′ și DA sunt:



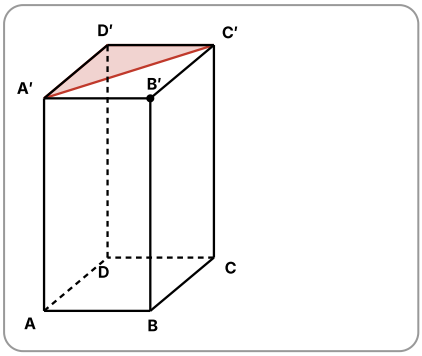
Variante: **A)** concurente · **B)** necoplanare · **C)** confundate · **D)** nu se poate stabili · **E)** paralele

16. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și B′C′ sunt:

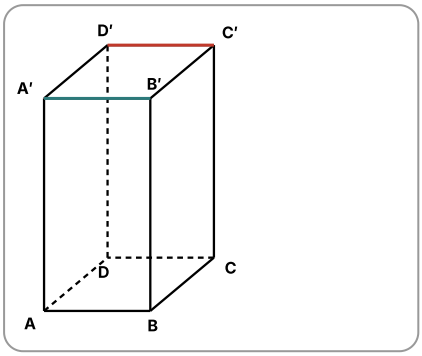


Variante: **A)** confundate · **B)** nu se poate stabili · **C)** paralele · **D)** necoplanare · **E)** concurente

17. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, C′, A′, B′?

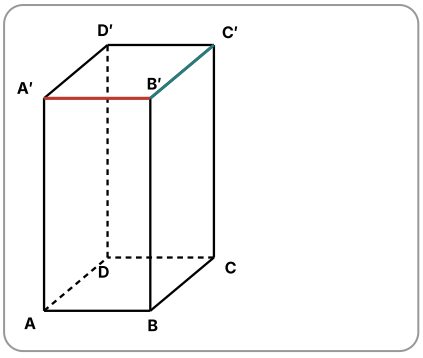


18. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele C′D′ și A′B′ sunt:



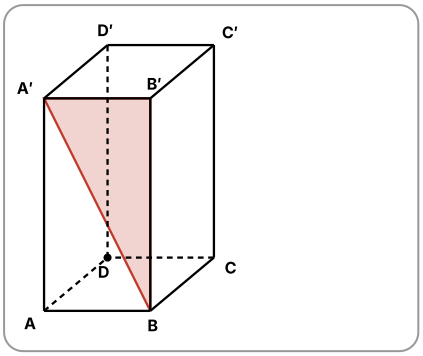
Variante: **A)** confundate · **B)** nu se poate stabili · **C)** paralele · **D)** necoplanare · **E)** concurente

19. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele A′B′ și B′C′ sunt:

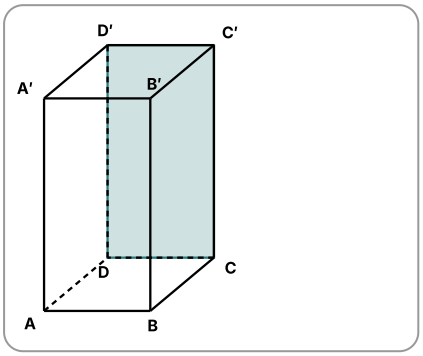


Variante: **A)** confundate · **B)** paralele · **C)** nu se poate stabili · **D)** concurente · **E)** necoplanare

20. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, B, B′, D?

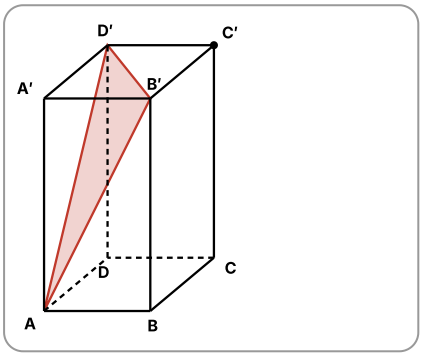


21. Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (CDD′)?

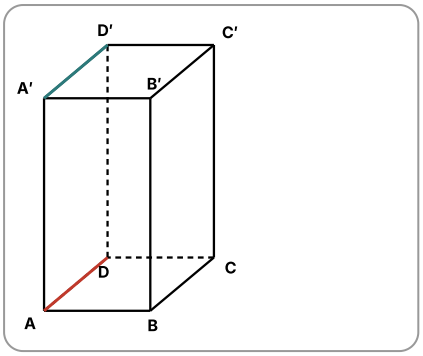


Variante: **A)** A′B′ · **B)** DA · **C)** AB · **D)** BC · **E)** D′C′

22. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, B′, D′, C′?

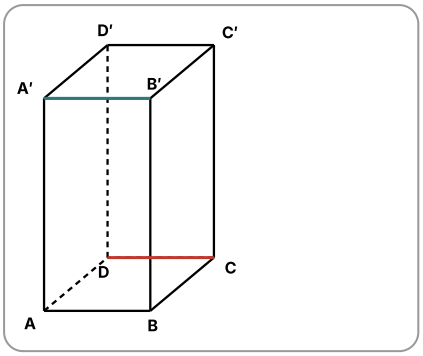


23. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și D′A′ sunt:



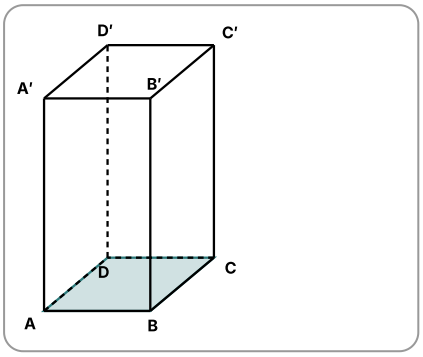
Variante: **A)** nu se poate stabili · **B)** concurente · **C)** paralele · **D)** necoplanare · **E)** confundate

24. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele CD și A′B′ sunt:



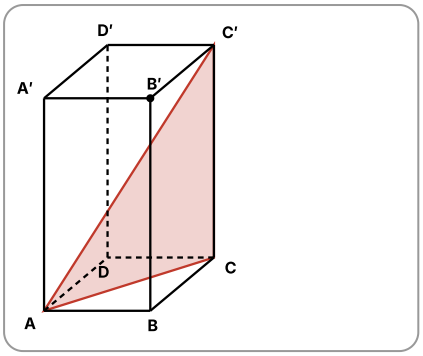
Variante: **A)** necoplanare · **B)** nu se poate stabili · **C)** paralele · **D)** concurente · **E)** confundate

25. Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (ABC)?

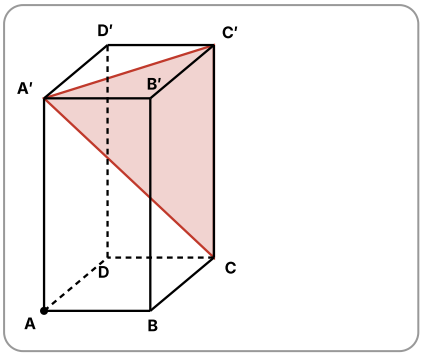


Variante: **A)** C′D′ · **B)** D′A′ · **C)** A′B′ · **D)** B′C′ · **E)** DA

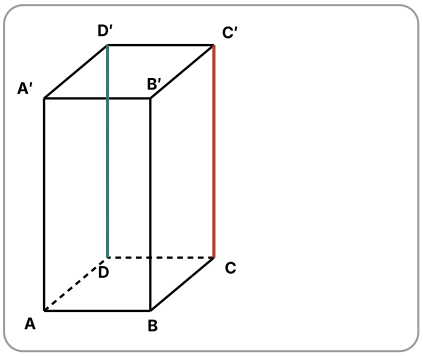
26. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, C, C′, B′?



27. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, C, C′, A?

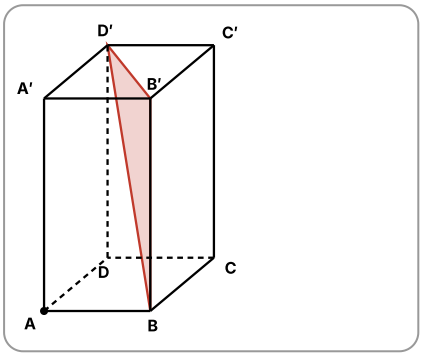


28. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele CC′ și DD′ sunt:

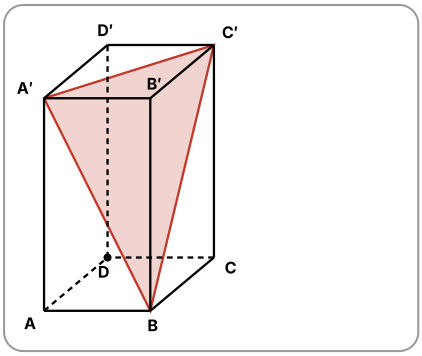


Variante: **A)** paralele · **B)** necoplanare · **C)** concurente · **D)** confundate · **E)** nu se poate stabili

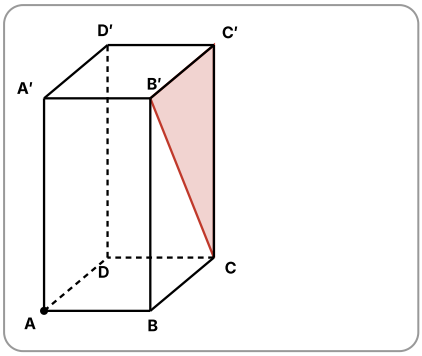
29. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele B, B′, D′, A?



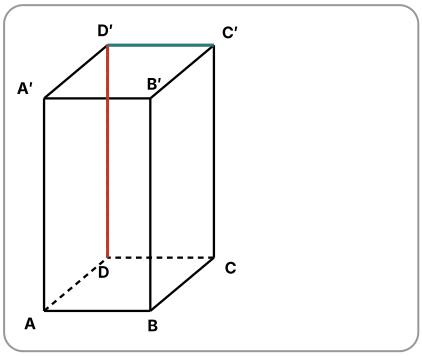
30. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele B, C′, A′, D?



31. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele C′, C, B′, A?

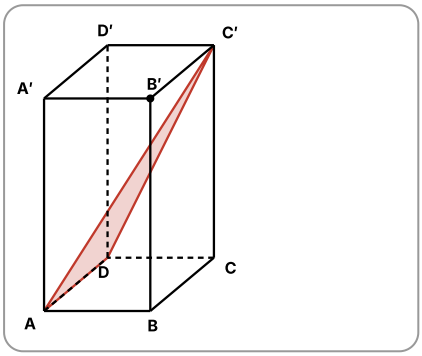


32. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DD′ și C′D′ sunt:

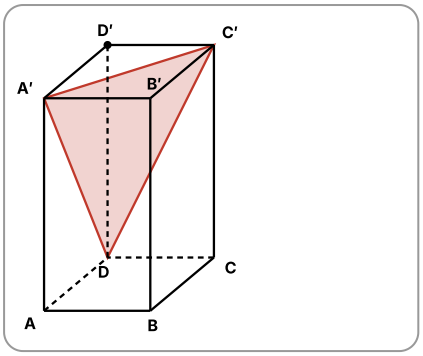


Variante: **A)** necoplanare · **B)** confundate · **C)** paralele · **D)** concurente · **E)** nu se poate stabili

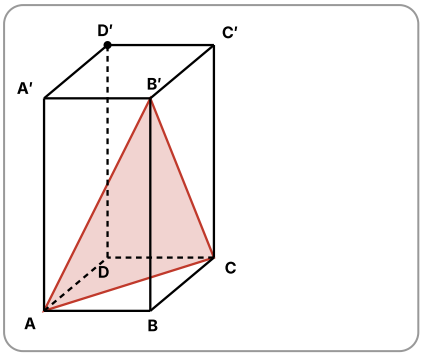
33. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, C′, D, B′?



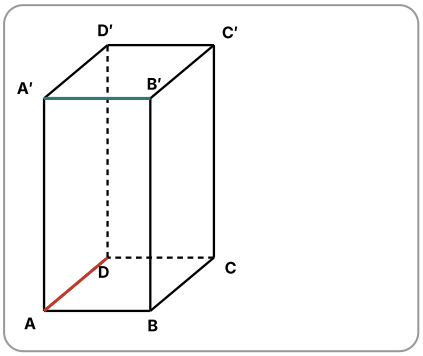
34. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D, A′, C′, D′?



35. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele B′, A, C, D′?

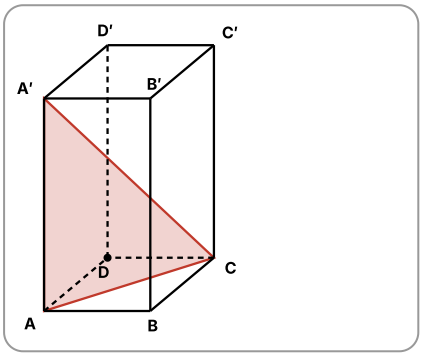


36. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și A′B′ sunt:

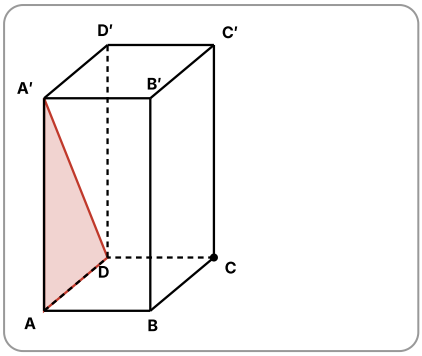


Variante: **A)** confundate · **B)** concurente · **C)** necoplanare · **D)** nu se poate stabili · **E)** paralele

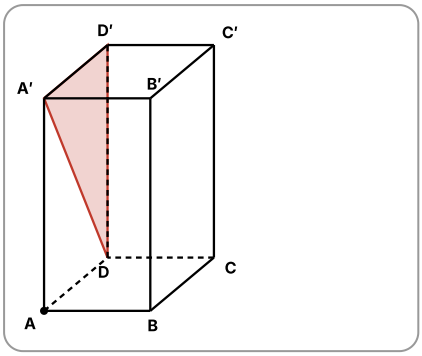
37. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, C, A, D?



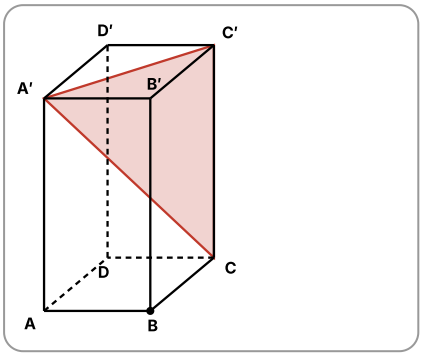
38. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, A′, D, C?



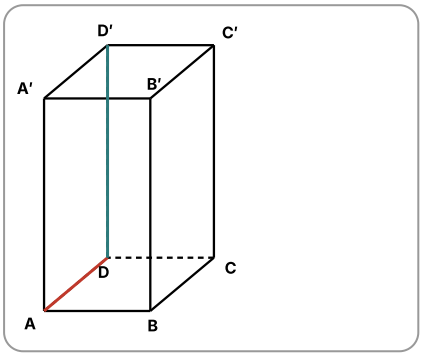
39. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, D, A′, A?



40. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, C′, C, B?

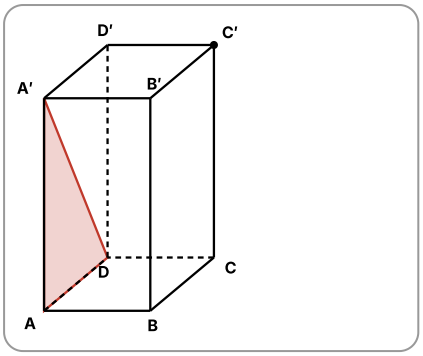


41. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și DD′ sunt:

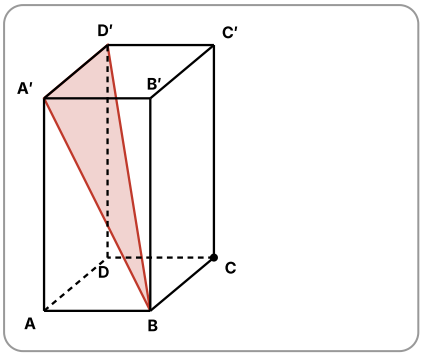


Variante: **A)** concurente · **B)** paralele · **C)** nu se poate stabili · **D)** necoplanare · **E)** confundate

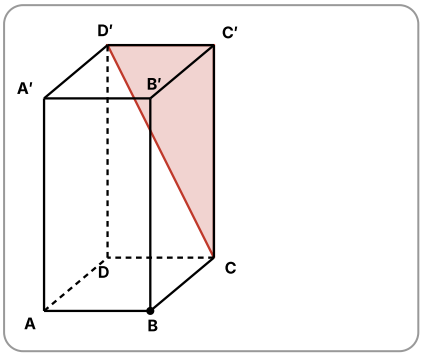
42. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, A, D, C′?



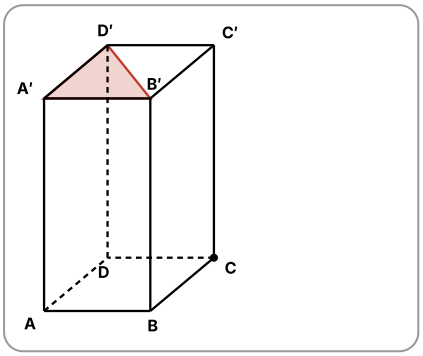
43. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele B, D′, A′, C?



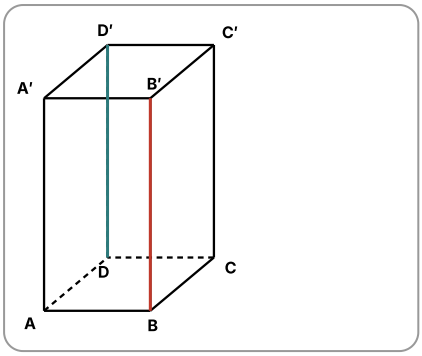
44. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, C, C′, B?



45. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, D′, B′, C?

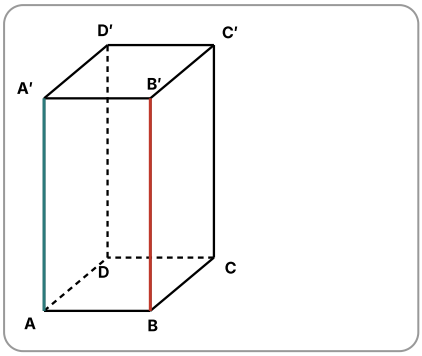


46. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și DD′ sunt:



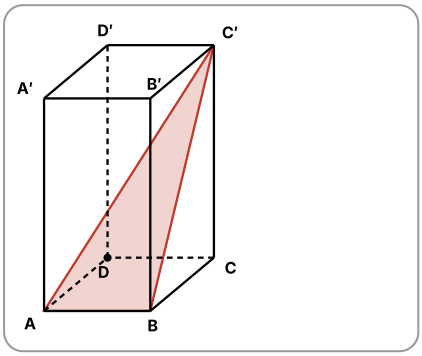
Variante: **A)** confundate · **B)** paralele · **C)** concurente · **D)** necoplanare · **E)** nu se poate stabili

47. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și AA′ sunt:

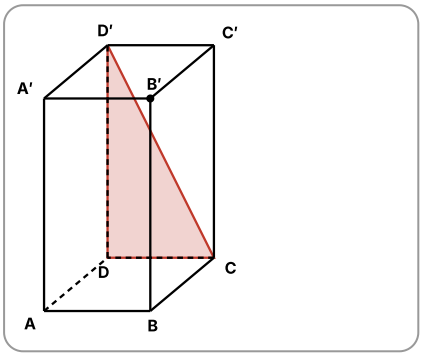


Variante: **A)** confundate · **B)** paralele · **C)** concurente · **D)** necoplanare · **E)** nu se poate stabili

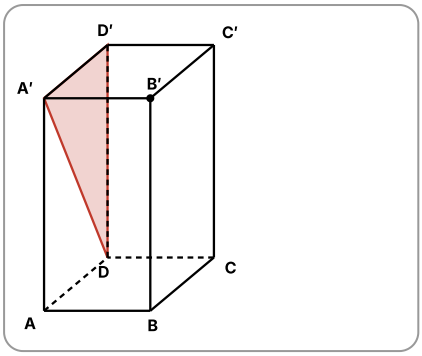
48. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele C′, A, B, D?



49. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele C, D, D′, B′?



50. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, D′, D, B′?



▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

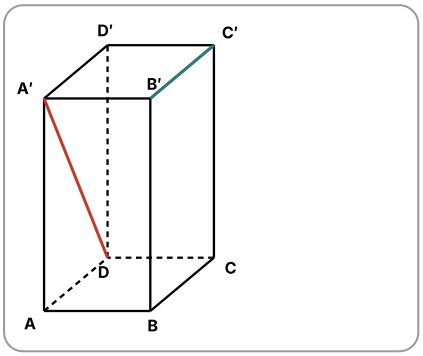
1. **două drepte concurente** — Un plan este determinat de: trei puncte necoliniare, o dreaptă și un punct exterior ei, două drepte concurente sau două drepte paralele distincte.
2. **o singură dreaptă** — Două puncte distincte determină o singură dreaptă.
3. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
4. **un singur plan** — Axioma de determinare a planului: trei puncte necoliniare determină un singur plan.
5. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
6. **C′B′** — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. C′B′ are ambele puncte în planul (BCC′).
7. **A′B′** — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. A′B′ are ambele puncte în planul (A′B′C′).
8. **D′D** — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. D′D are ambele puncte în planul (DAA′).
9. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
10. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
11. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
12. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
13. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
14. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.
15. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
16. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

17. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
18. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
19. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
20. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
21. **D′C′** — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. D′C′ are ambele puncte în planul (CDD′).
22. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
23. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
24. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
25. **DA** — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. DA are ambele puncte în planul (ABC).
26. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
27. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
28. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
29. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
30. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
31. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
32. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
33. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
34. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
35. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
36. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.
37. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

38. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
39. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
40. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
41. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
42. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
43. **Da** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.
44. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
45. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
46. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
47. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
48. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
49. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.
50. **Nu** — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

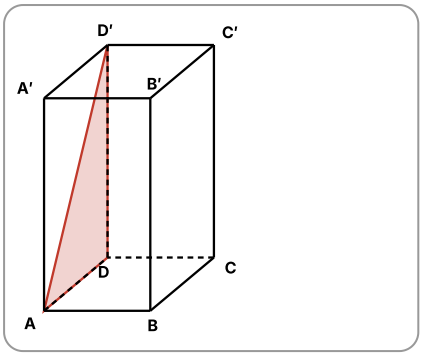
Nivel mediu (50 de exerciții)

1. Câte drepte determină 5 puncte din spațiu, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
2. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA′ și B′C′ sunt:

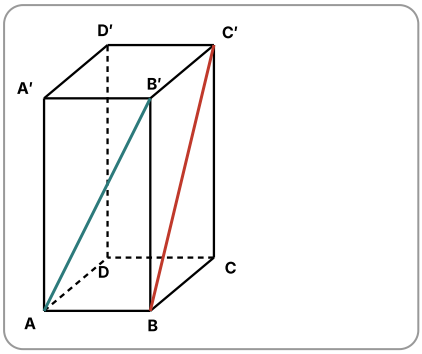


Variante: **A)** concurente · **B)** paralele · **C)** nu se poate stabili · **D)** necoplanare · **E)** confundate

3. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de D și A, se află în planul determinat de dreapta DA și punctul D′?

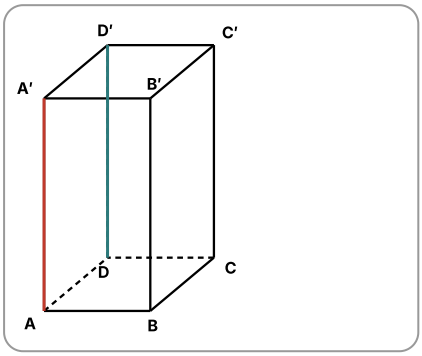


4. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BC′ și AB′ sunt:



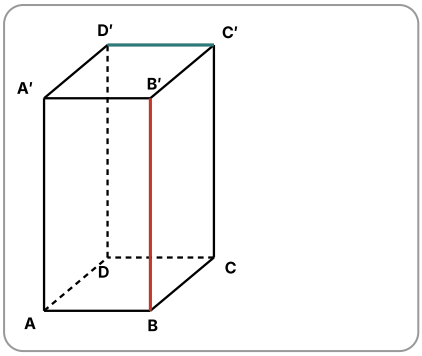
Variante: **A)** confundate · **B)** paralele · **C)** necoplanare · **D)** concurente · **E)** nu se poate stabili

5. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele AA′ și DD′ sunt:



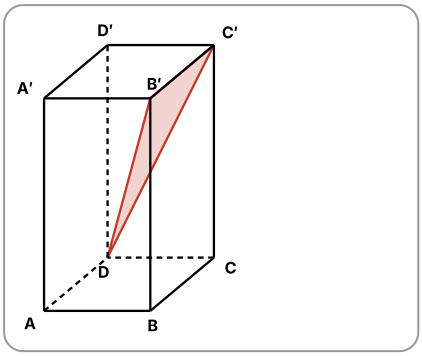
Variante: **A)** confundate · **B)** nu se poate stabili · **C)** concurente · **D)** paralele · **E)** necoplanare

6. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și C′D′ sunt:

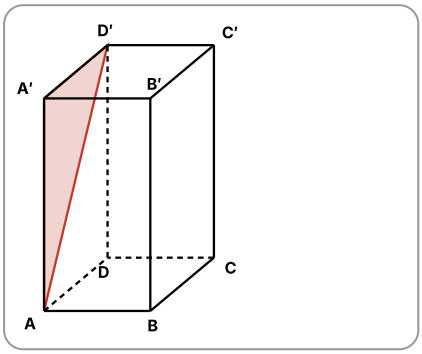


Variante: **A)** confundate · **B)** nu se poate stabili · **C)** necoplanare · **D)** paralele · **E)** concurente

7. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de B′ și C′, se află în planul determinat de dreapta B′C′ și punctul D?

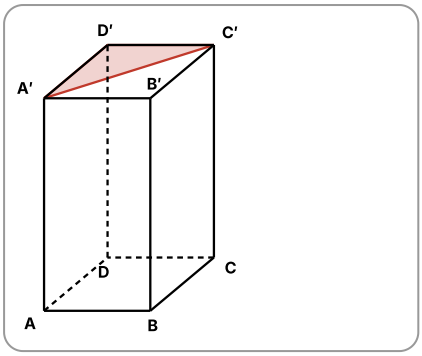


8. Câte drepte determină 4 puncte din spațiu, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
9. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de D′ și A′, se află în planul determinat de dreapta D′A′ și punctul A?

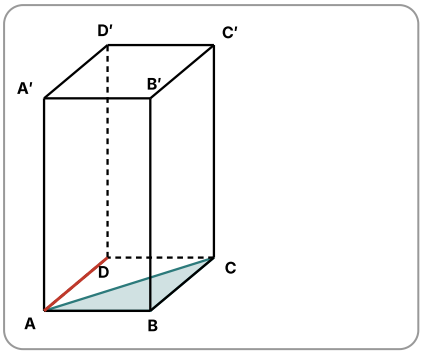


10. Câte drepte determină 6 puncte din spațiu, dintre care oricare trei sunt necoliniare?

11. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de C′ și D′, se află în planul determinat de dreapta C′D′ și punctul A′?

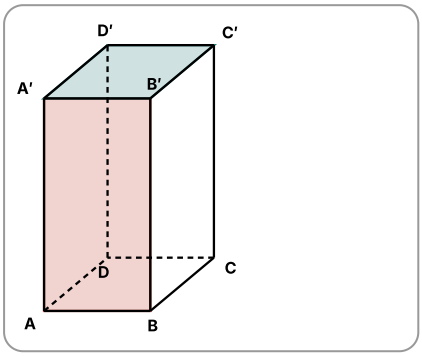


12. Dreapta DA și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



Variante: **A)** secante (dreapta înțeapă planul) · **B)** nu se poate stabili · **C)** dreapta este inclusă în plan · **D)** perpendiculare în toate cazurile · **E)** paralele

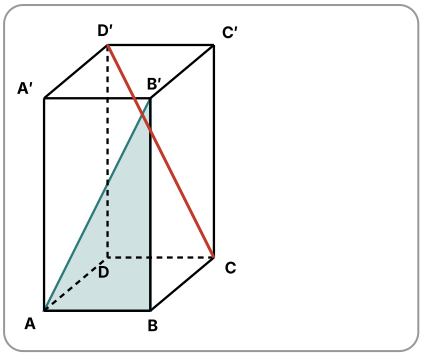
13. Planele (ABB′) și (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



Variante: **A)** AB · **B)** BC · **C)** DA · **D)** CD · **E)** A′B′

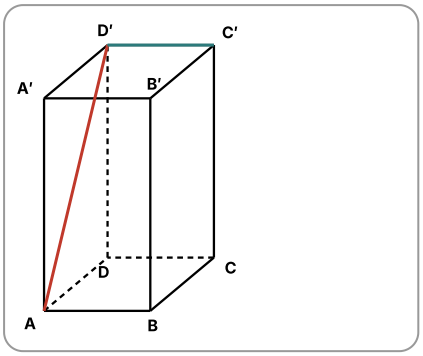
14. Câte drepte determină 7 puncte din spațiu, dintre care oricare trei sunt necoliniare?

15. Dreapta CD′ și planul (ABB′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



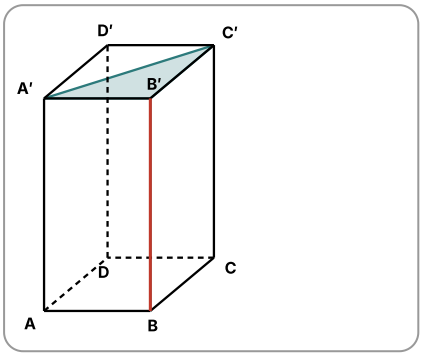
Variante: **A)** paralele · **B)** perpendiculare în toate cazurile · **C)** secante (dreapta înțeapă planul) · **D)** dreapta este inclusă în plan · **E)** nu se poate stabili

16. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele AD′ și C′D′ sunt:



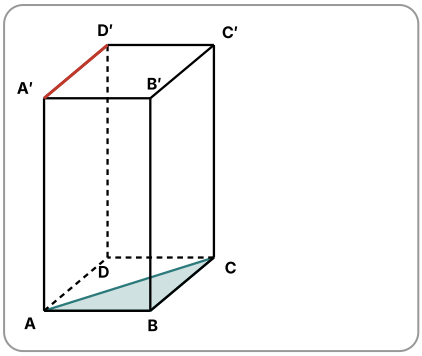
Variante: **A)** nu se poate stabili · **B)** necoplanare · **C)** concurente · **D)** paralele · **E)** confundate

17. Dreapta BB′ și planul (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



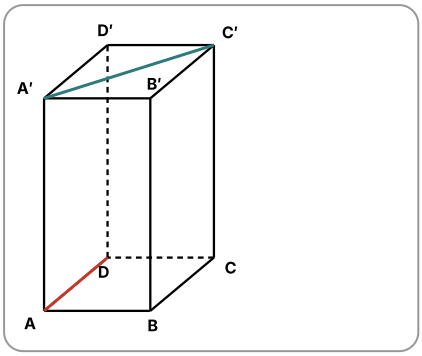
Variante: **A)** dreapta este inclusă în plan · **B)** nu se poate stabili · **C)** secante (dreapta înțeapă planul) · **D)** paralele · **E)** perpendiculare în toate cazurile

18. Dreapta D′A′ și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



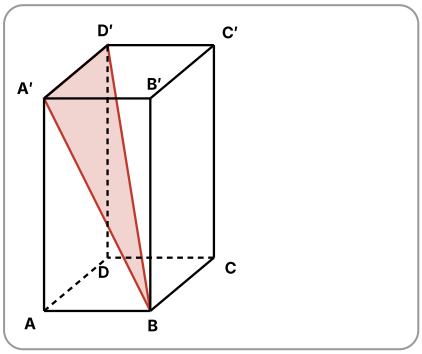
Variante: **A)** paralele · **B)** perpendiculare în toate cazurile · **C)** dreapta este inclusă în plan · **D)** secante (dreapta înțeapă planul) · **E)** nu se poate stabili

19. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și A′C′ sunt:

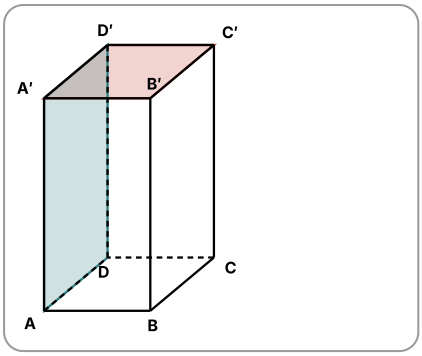


Variante: **A)** nu se poate stabili · **B)** concurente · **C)** confundate · **D)** paralele · **E)** necoplanare

20. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de D′ și A′, se află în planul determinat de dreapta D′A′ și punctul B?

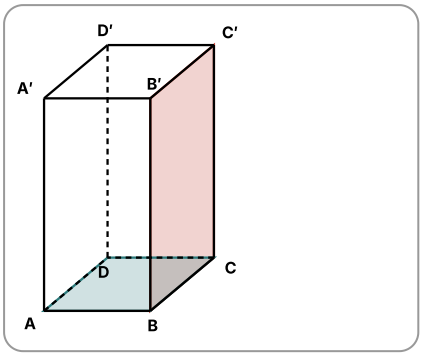


21. Planele (A′B′C′) și (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



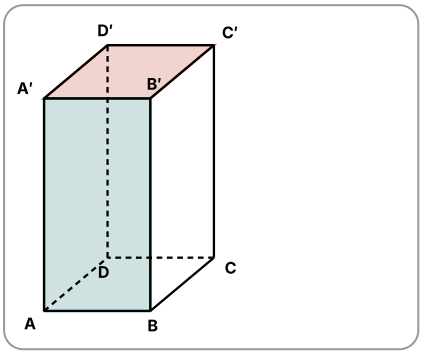
Variante: **A)** CD · **B)** BC · **C)** DA · **D)** A′D′ · **E)** AB

22. Planele (BCC′) și (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



Variante: **A)** A′B′ · **B)** BC · **C)** CD · **D)** DA · **E)** AB

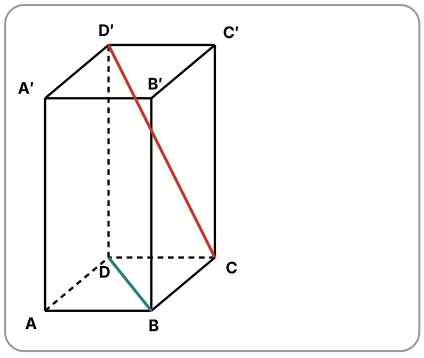
23. Planele (A′B′C′) și (ABB′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



Variante: **A)** A′B′ · **B)** BC · **C)** AB · **D)** CD · **E)** DA

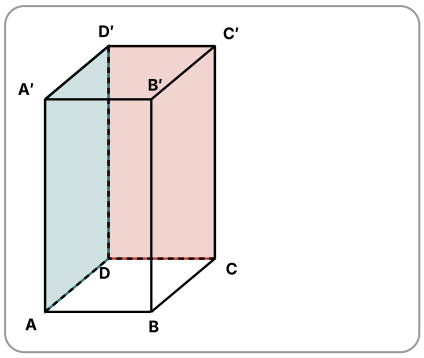
24. Prin 6 puncte, oricare trei necoliniare și oricare patru necoplanare, se pot duce în total câte plane?

25. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele CD′ și BD sunt:



Variante: **A)** necoplanare · **B)** nu se poate stabili · **C)** paralele · **D)** concurente · **E)** confundate

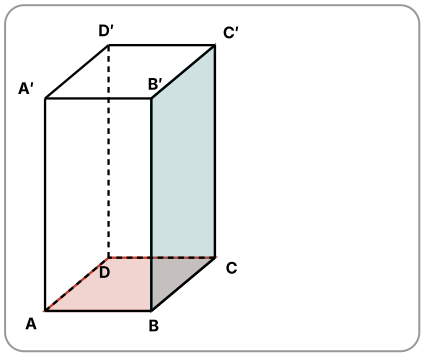
26. Planele (CDD′) și (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



Variante: **A)** BC · **B)** DA · **C)** DD′ · **D)** AB · **E)** CD

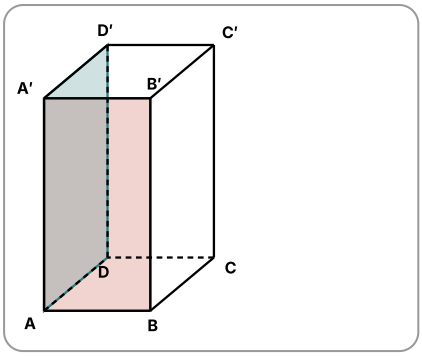
27. Câte drepte determină 8 puncte din spațiu, dintre care oricare trei sunt necoliniare?

28. Planele (ABC) și (BCC′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



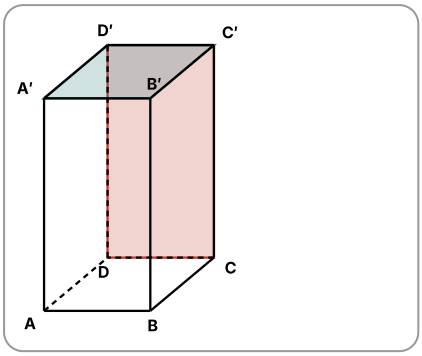
Variante: **A)** BC · **B)** DA · **C)** CD · **D)** AB · **E)** A′B′

29. Planele (ABB′) și (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



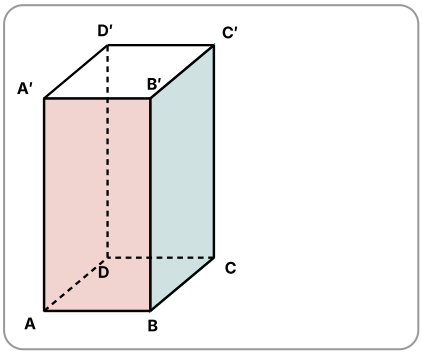
Variante: **A)** DA · **B)** CD · **C)** AA′ · **D)** AB · **E)** BC

30. Planele (CDD′) și (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



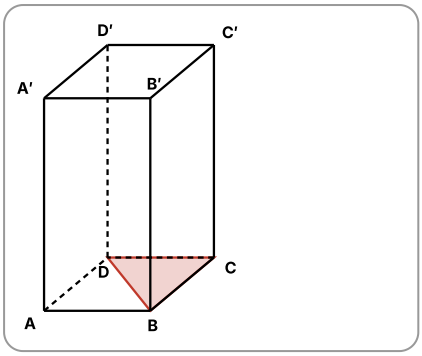
Variante: **A)** CD · **B)** AB · **C)** C′D′ · **D)** DA · **E)** BC

31. Planele (ABB′) și (BCC′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:

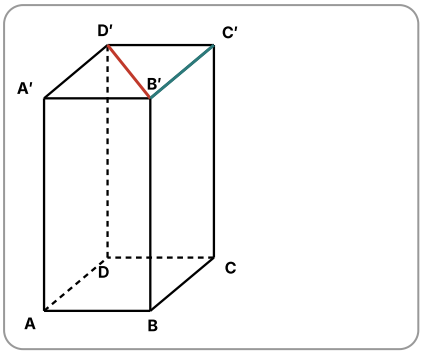


Variante: **A)** CD · **B)** BC · **C)** AB · **D)** BB′ · **E)** DA

32. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de C și D, se află în planul determinat de dreapta CD și punctul B?

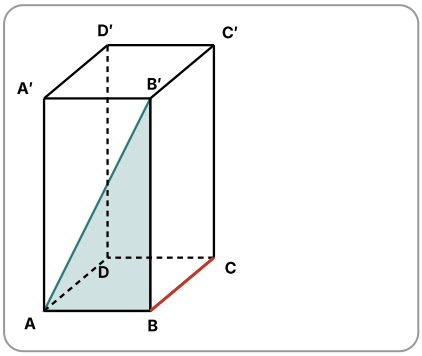


33. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele B′D′ și B′C′ sunt:



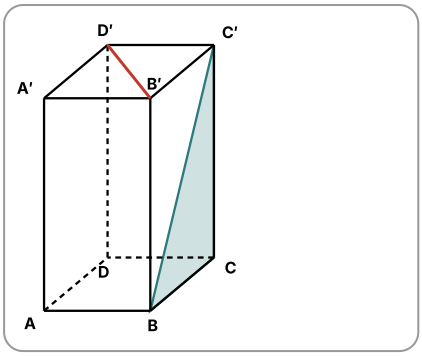
Variante: **A)** concurente · **B)** confundate · **C)** paralele · **D)** necoplanare · **E)** nu se poate stabili

34. Dreapta BC și planul (ABB′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



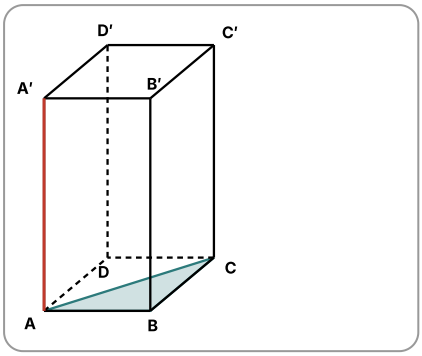
Variante: **A)** dreapta este inclusă în plan · **B)** secante (dreapta înțeapă planul) · **C)** perpendiculare în toate cazurile · **D)** nu se poate stabili · **E)** paralele

35. Dreapta B′D′ și planul (BCC′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



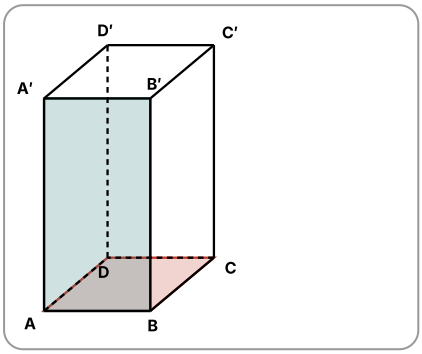
Variante: **A)** perpendiculare în toate cazurile · **B)** paralele · **C)** dreapta este inclusă în plan · **D)** secante (dreapta înțeapă planul) · **E)** nu se poate stabili

36. Dreapta AA′ și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



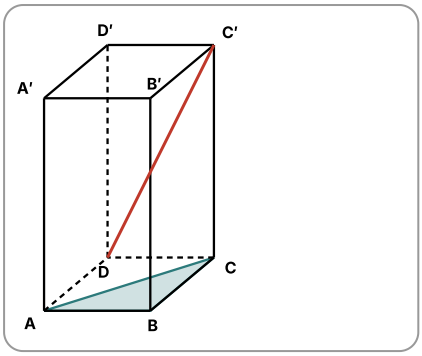
Variante: **A)** secante (dreapta înțeapă planul) · **B)** perpendiculare în toate cazurile · **C)** dreapta este inclusă în plan · **D)** nu se poate stabili · **E)** paralele

37. Planele (ABC) și (ABB′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



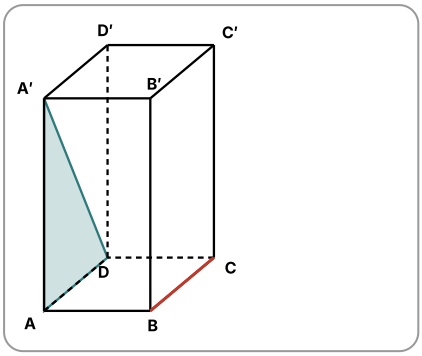
Variante: **A)** AB · **B)** DA · **C)** BC · **D)** CD · **E)** A′B′

38. Dreapta DC′ și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



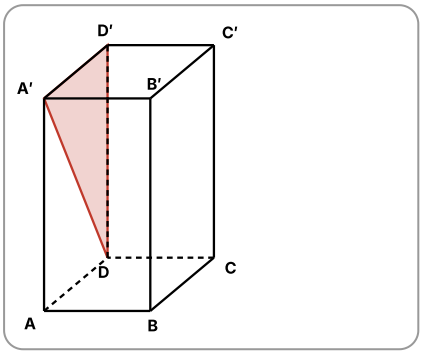
Variante: **A)** nu se poate stabili · **B)** secante (dreapta înțeapă planul) · **C)** dreapta este inclusă în plan · **D)** perpendiculare în toate cazurile · **E)** paralele

39. Dreapta BC și planul (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:

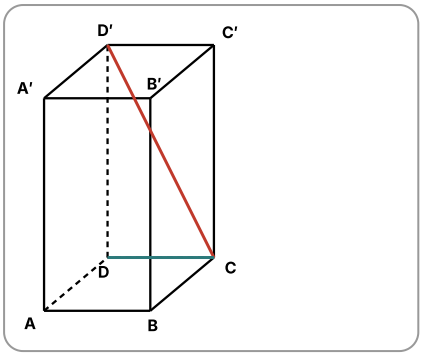


Variante: **A)** nu se poate stabili · **B)** paralele · **C)** secante (dreapta înțeapă planul) · **D)** dreapta este inclusă în plan · **E)** perpendiculare în toate cazurile

40. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de D′ și A′, se află în planul determinat de dreapta D′A′ și punctul D?

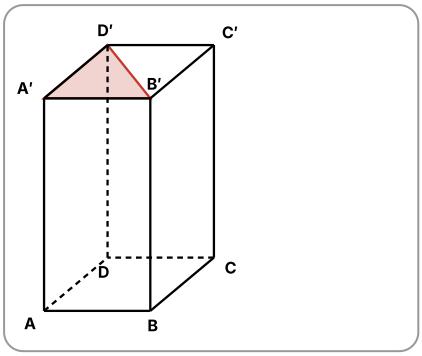


41. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele CD′ și CD sunt:

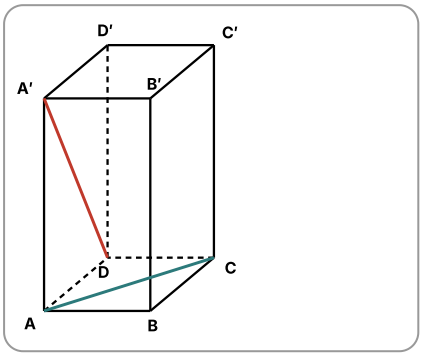


Variante: **A)** necoplanare · **B)** confundate · **C)** concurente · **D)** paralele · **E)** nu se poate stabili

42. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de A′ și B′, se află în planul determinat de dreapta A′B′ și punctul D′?

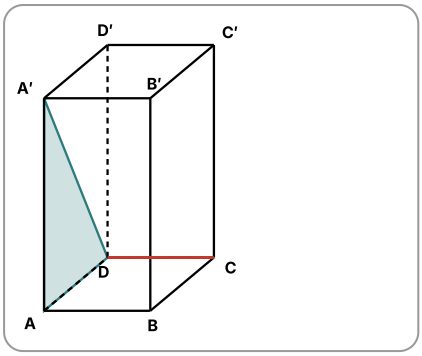


43. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA′ și AC sunt:



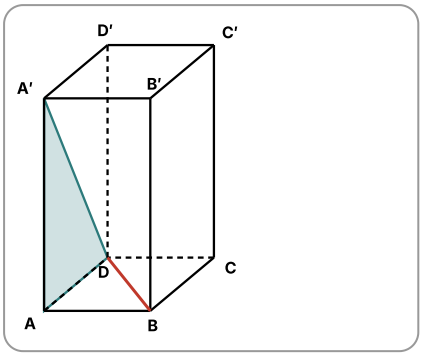
Variante: **A)** paralele · **B)** necoplanare · **C)** nu se poate stabili · **D)** concurente · **E)** confundate

44. Dreapta CD și planul (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



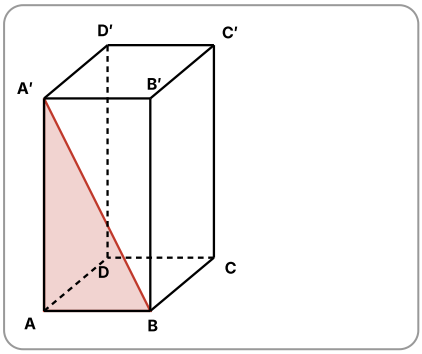
Variante: **A)** secante (dreapta înțeapă planul) · **B)** nu se poate stabili · **C)** paralele · **D)** dreapta este inclusă în plan · **E)** perpendiculare în toate cazurile

45. Dreapta BD și planul (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:

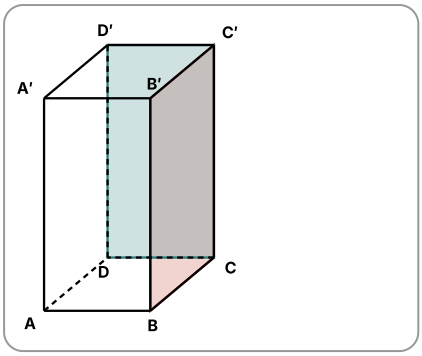


Variante: **A)** dreapta este inclusă în plan · **B)** secante (dreapta înțeapă planul) · **C)** perpendiculare în toate cazurile · **D)** nu se poate stabili · **E)** paralele

46. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de A și B, se află în planul determinat de dreapta AB și punctul A′?

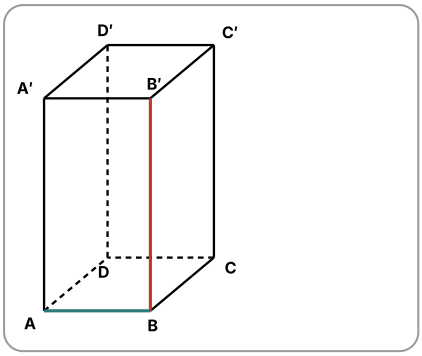


47. Planele (BCC′) și (CDD′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



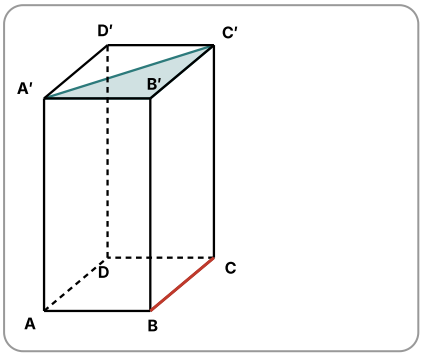
Variante: **A)** CC′ · **B)** CD · **C)** BC · **D)** DA · **E)** AB

48. În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și AB sunt:



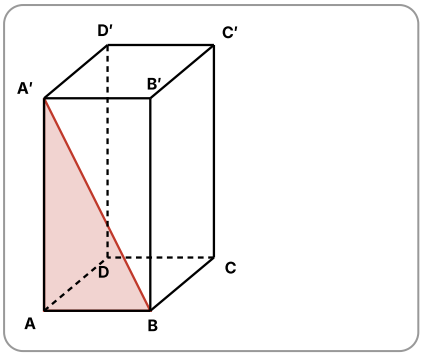
Variante: **A)** confundate · **B)** necoplanare · **C)** concurente · **D)** paralele · **E)** nu se poate stabili

49. Dreapta BC și planul (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



Variante: **A)** secante (dreapta înțeapă planul) · **B)** dreapta este inclusă în plan · **C)** nu se poate stabili · **D)** perpendiculare în toate cazurile · **E)** paralele

50. Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de A și A′, se află în planul determinat de dreapta AA′ și punctul B?



▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

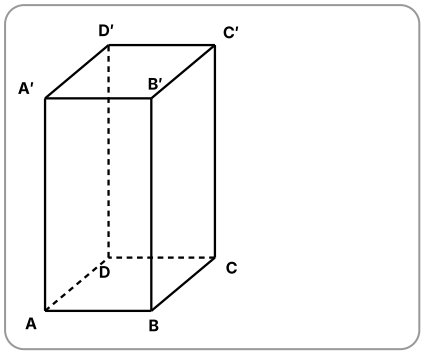
1. **10** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: C(5,2) = 10.
2. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.
3. **2** — Planul (DAD′) conține vârfurile: A′, D′. Sunt 2.
4. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.
5. **paralele** — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.
6. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.
7. **2** — Planul (B′C′D) conține vârfurile: A, D. Sunt 2.
8. **6** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: C(4,2) = 6.
9. **2** — Planul (D′A′A) conține vârfurile: A, D. Sunt 2.
10. **15** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: C(6,2) = 15.
11. **2** — Planul (C′D′A′) conține vârfurile: A′, B′. Sunt 2.
12. **dreapta este inclusă în plan** — Două puncte ale dreptei aparțin planului.
13. **A′B′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A′ și B′, deci dreapta de intersecție este A′B′.
14. **21** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: C(7,2) = 21.
15. **paralele** — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.
16. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
17. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
18. **paralele** — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.
19. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

20. **2** — Planul (D′A′B) conține vârfurile: B, C. Sunt 2.
21. **A′D′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A′ și D′, deci dreapta de intersecție este A′D′.
22. **BC** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele B și C, deci dreapta de intersecție este BC.
23. **A′B′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A′ și B′, deci dreapta de intersecție este A′B′.
24. **20** — Fiecare trei puncte determină un plan, iar două triplete diferite dau plane diferite: C(6,3) = 20.
25. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.
26. **DD′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele D și D′, deci dreapta de intersecție este DD′.
27. **28** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: C(8,2) = 28.
28. **BC** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele B și C, deci dreapta de intersecție este BC.
29. **AA′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A și A′, deci dreapta de intersecție este AA′.
30. **C′D′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele C′ și D′, deci dreapta de intersecție este C′D′.
31. **BB′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele B și B′, deci dreapta de intersecție este BB′.
32. **2** — Planul (CDB) conține vârfurile: A, B. Sunt 2.
33. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
34. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
35. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
36. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
37. **AB** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A și B, deci dreapta de intersecție este AB.
38. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
39. **paralele** — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.
40. **2** — Planul (D′A′D) conține vârfurile: A, D. Sunt 2.
41. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
42. **2** — Planul (A′B′D′) conține vârfurile: C′, D′. Sunt 2.
43. **necoplanare** — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

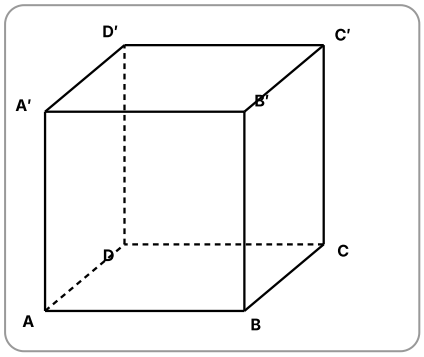
44. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
45. **secante (dreapta înțeapă planul)** — Dreapta are exact un punct comun cu planul.
46. **2** — Planul (ABA′) conține vârfurile: A′, B′. Sunt 2.
47. **CC′** — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele C și C′, deci dreapta de intersecție este CC′.
48. **concurente** — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.
49. **paralele** — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.
50. **2** — Planul (AA′B) conține vârfurile: B, B′. Sunt 2.

Nivel dificil (50 de exerciții)

1. Din cele 12 muchii ale unui paralelipiped dreptunghic se aleg două. În câte moduri se pot alege două muchii paralele?

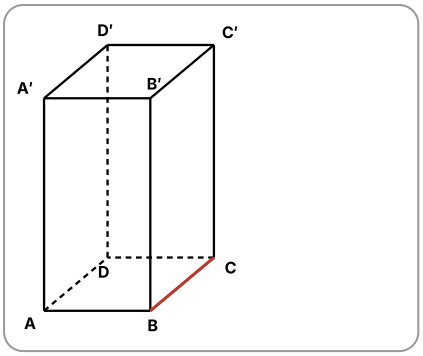


2. Câte plane distincte sunt determinate de câte trei dintre vârfurile unui cub (fiecare plan fiind determinat de cel puțin trei vârfuri)?

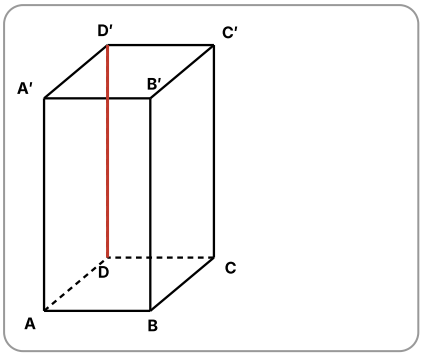


3. Câte plane determină 7 drepte din spațiu, oricare două concurente, necoplanare toate trei (concurente în același punct, oricare trei necoplanare)?
4. Câte plane determină 6 drepte din spațiu, oricare două concurente, necoplanare toate trei (concurente în același punct, oricare trei necoplanare)?

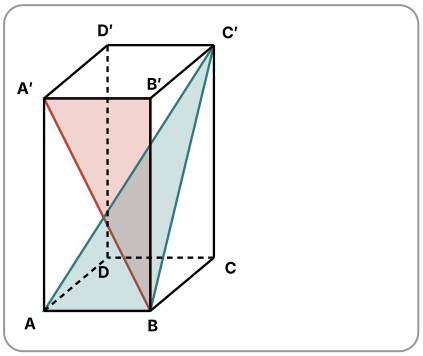
5. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia BC?



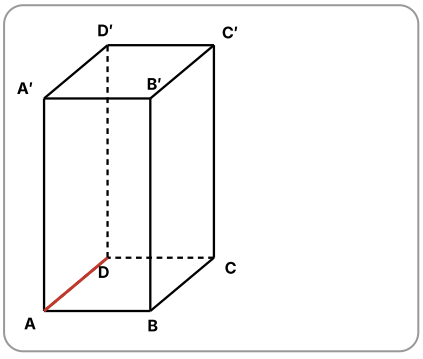
6. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia DD′?



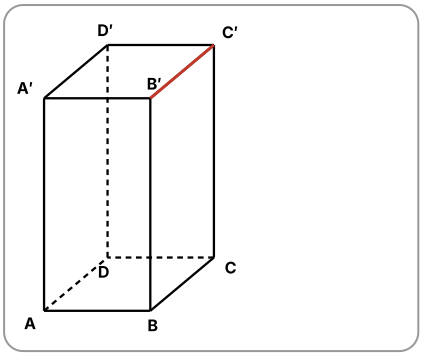
7. Planele (A′B′B) și (BC′A) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



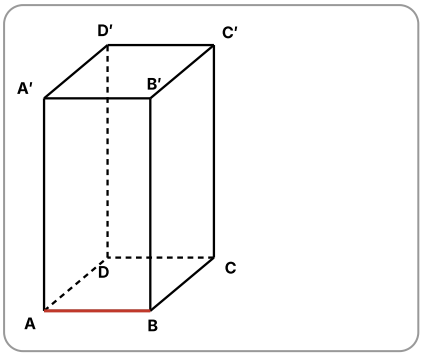
8. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia DA?



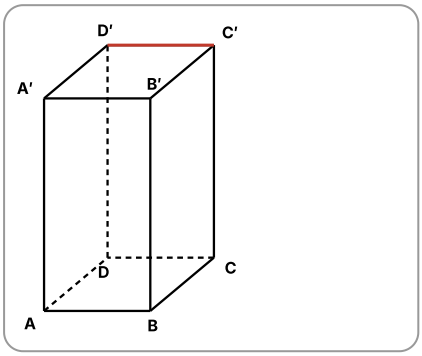
9. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia B′C′?



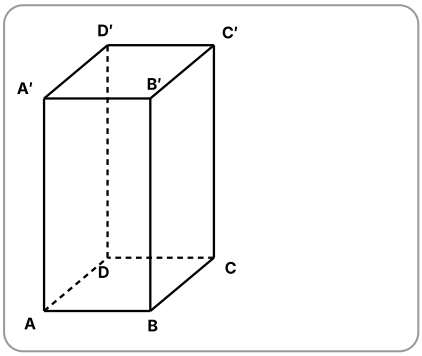
10. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia AB?



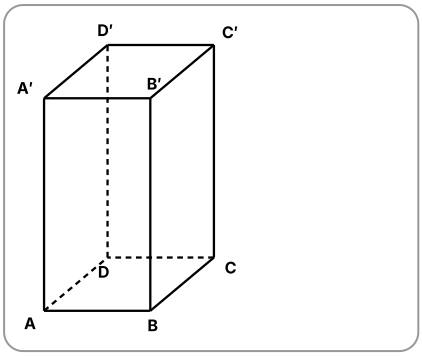
11. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia C′D′?



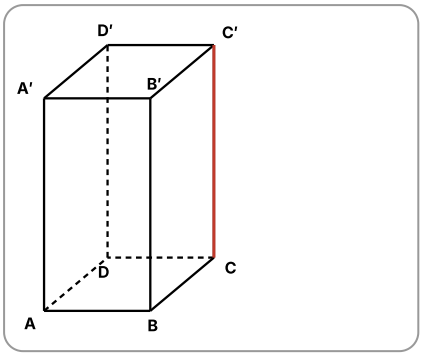
12. Din cele 12 muchii ale unui paralelipiped dreptunghic se aleg două. În câte moduri se pot alege două muchii concurente?



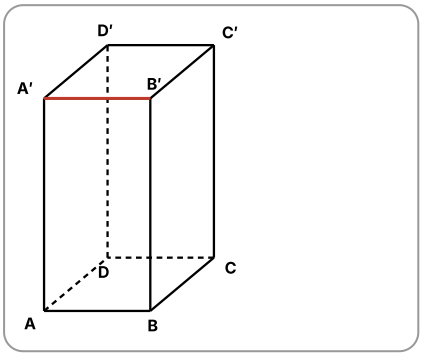
13. Din cele 12 muchii ale unui paralelipiped dreptunghic se aleg două. În câte moduri se pot alege două muchii necoplanare?



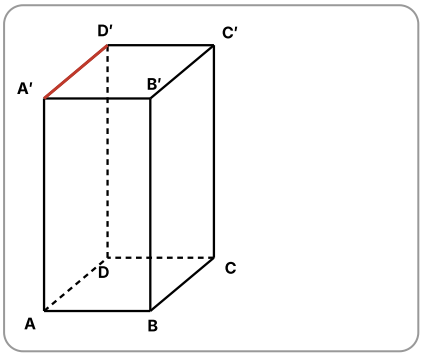
14. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia CC′?



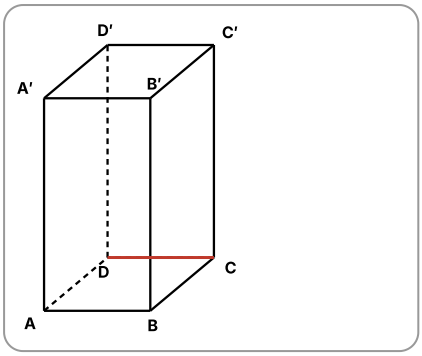
15. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia A′B′?



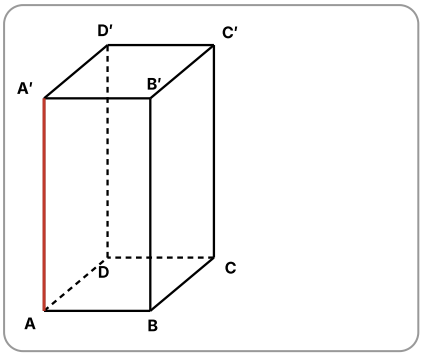
16. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia D′A′?



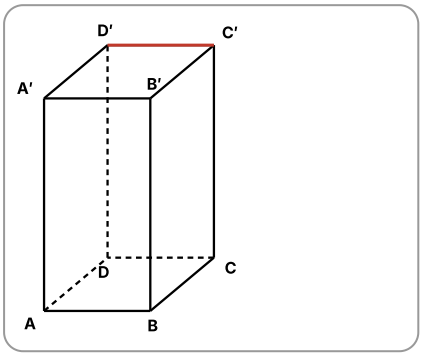
17. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia CD?



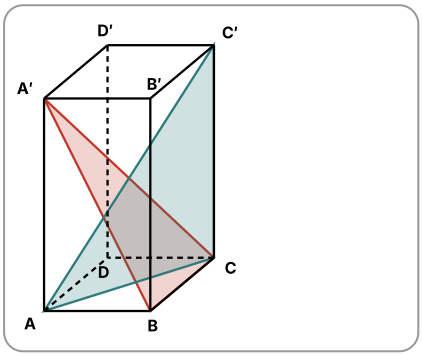
18. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia AA′?



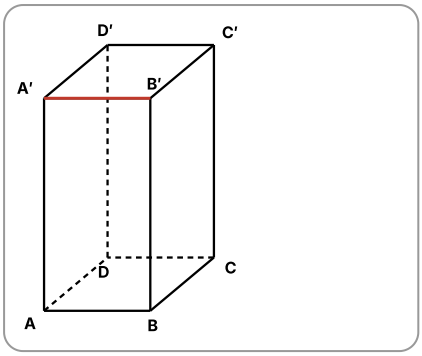
19. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia C′D′?



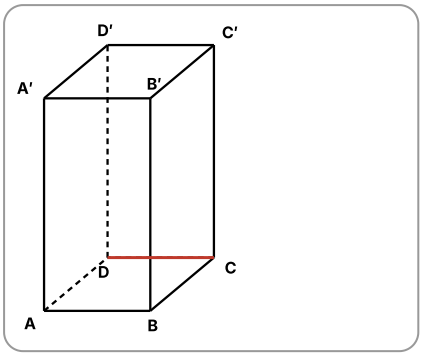
20. Planele (CBA′) și (ACC′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



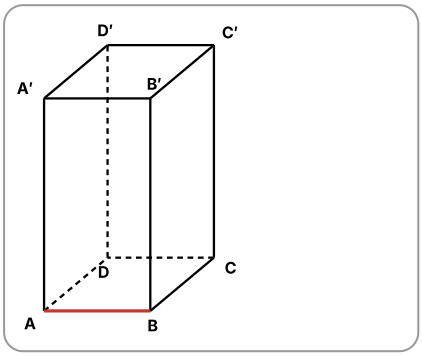
21. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia A′B′?



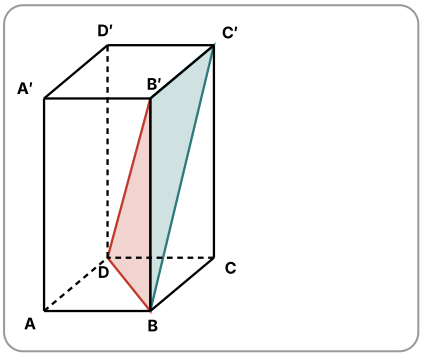
22. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia CD?



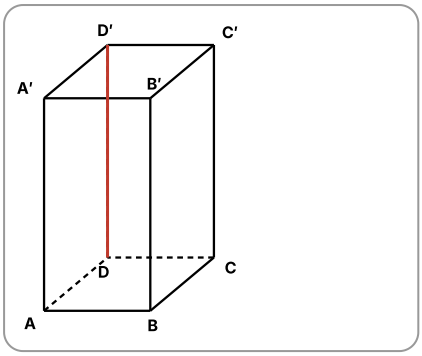
23. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia AB?



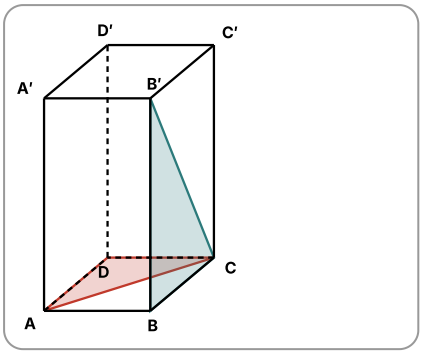
24. Planele (DBB′) și (C′B′B) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



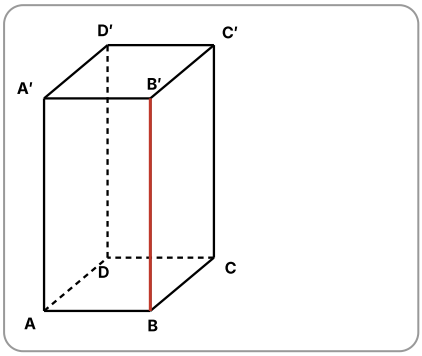
25. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia DD′?



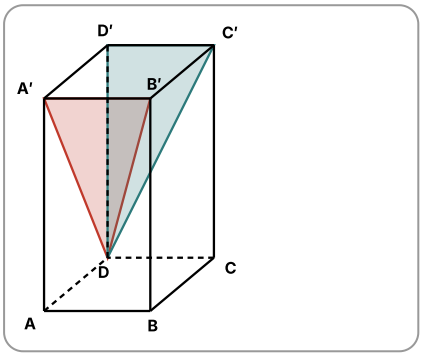
26. Planele (CAD) și (CB′B) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



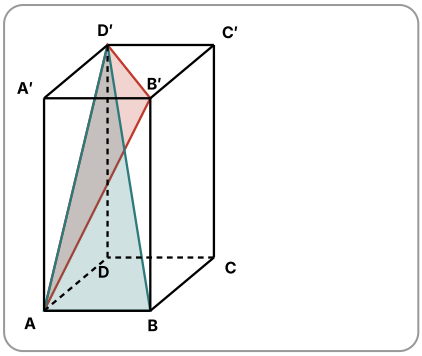
27. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia BB′?



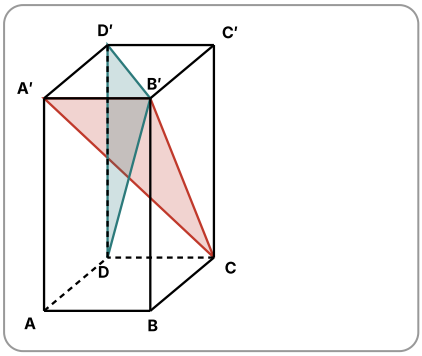
28. Planele (B′A′D) și (C′D′D) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



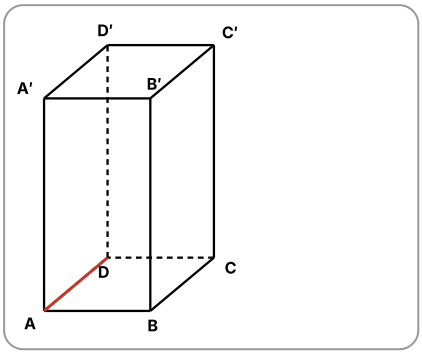
29. Planele (D′B′A) și (D′BA) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



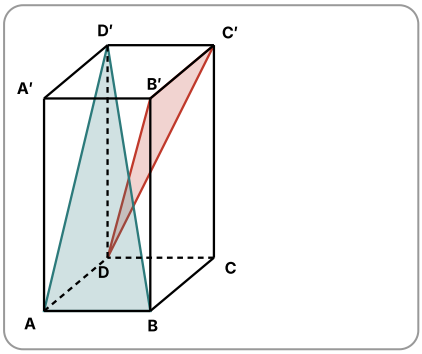
30. Planele (A′CB′) și (D′B′D) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



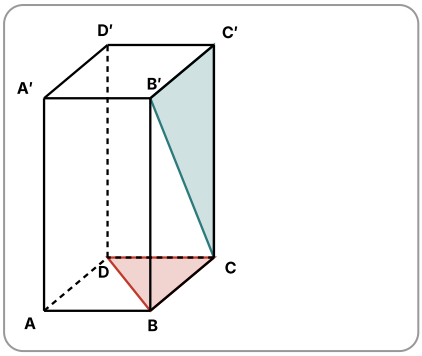
31. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia DA?



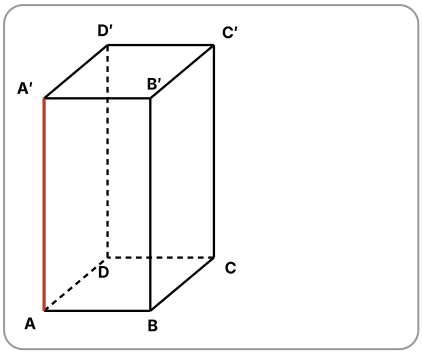
32. Planele (B′C′D) și (AD′B) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



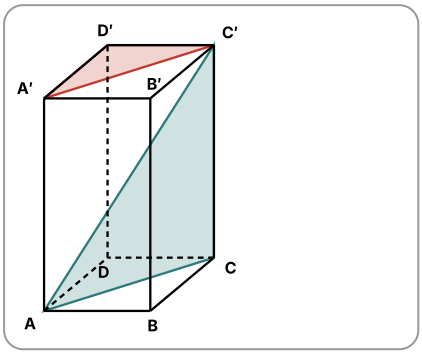
33. Planele (CDB) și (B′CC′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



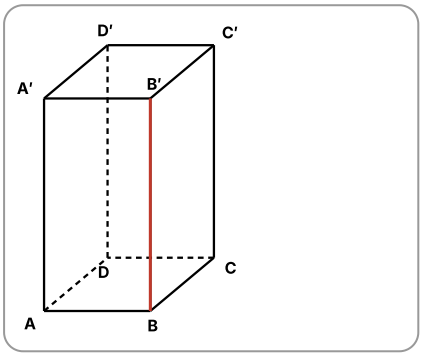
34. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia AA′?



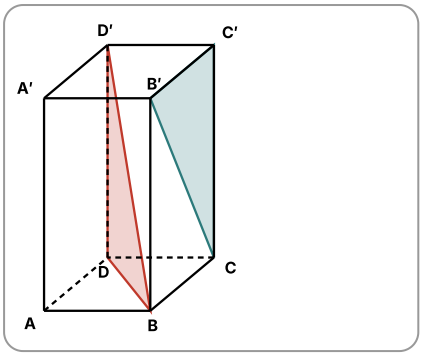
35. Planele (C′A′D′) și (CAC′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



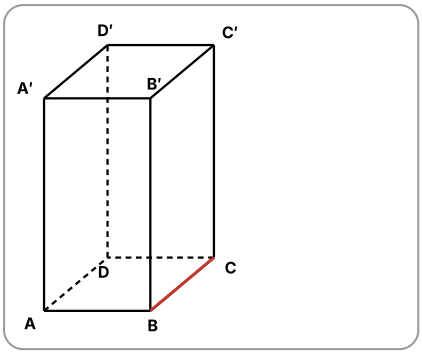
36. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia BB′?



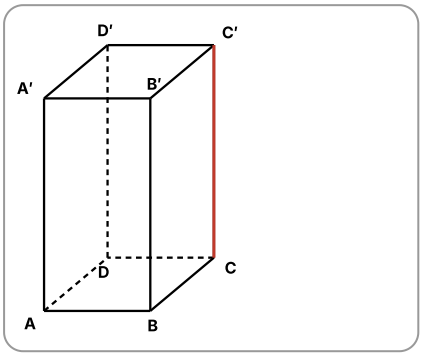
37. Planele (DBD′) și (CC′B′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



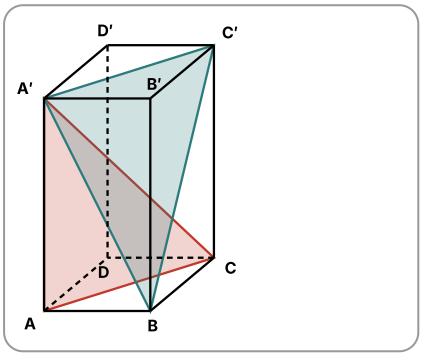
38. Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia BC?



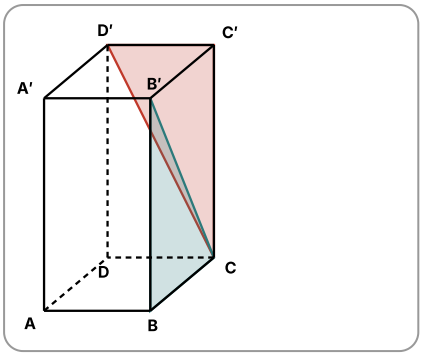
39. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia CC′?



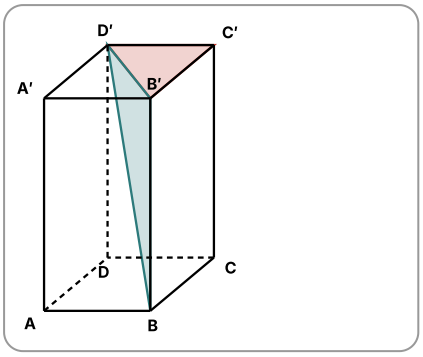
40. Planele (A′CA) și (C′A′B) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



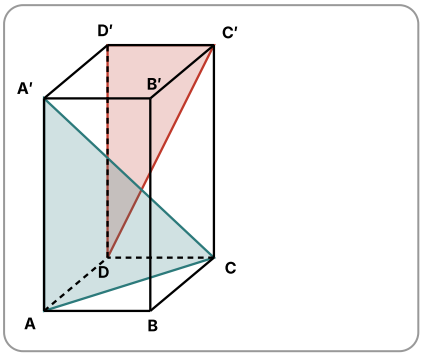
41. Planele (CC′D′) și (BB′C) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



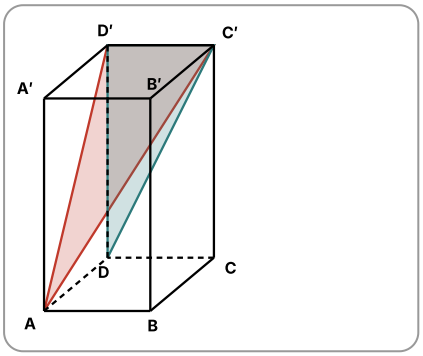
42. Planele (D′B′C′) și (D′BB′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



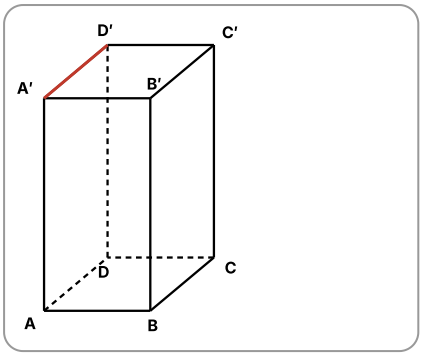
43. Planele (D′DC′) și (AA′C) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



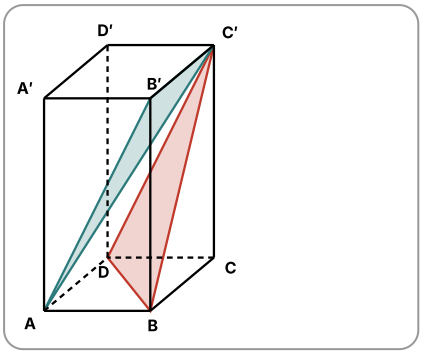
44. Planele (AC′D′) și (C′DD′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



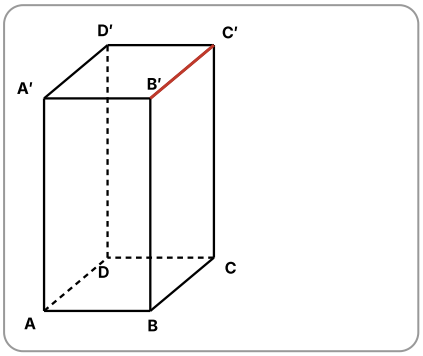
45. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia D′A′?



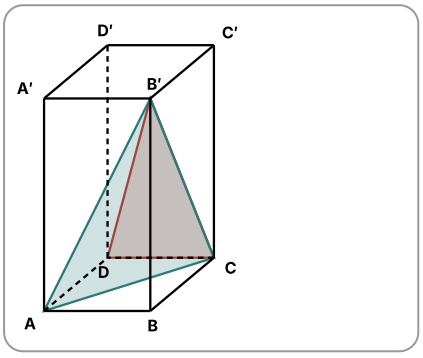
46. Planele (DBC′) și (AB′C′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



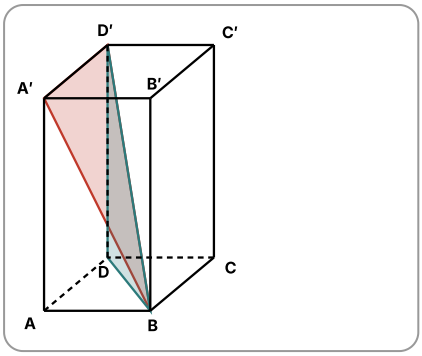
47. Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia B′C′?



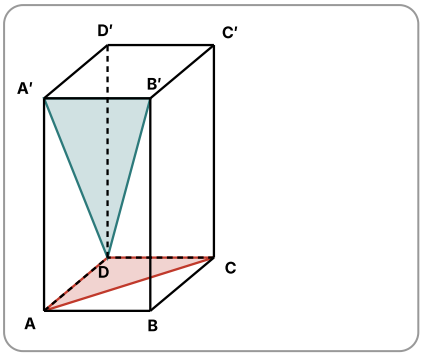
48. Planele (DB′C) și (CB′A) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



49. Planele (BD′A′) și (BDD′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



50. Planele (ADC) și (A′B′D) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **18** — Numărul perechilor de muchii este C(12,2) = 66. Din ele, 18 sunt paralele, 24 concurente și 24 necoplanare. Perechile paralele: 18.
2. **20** — Sunt 6 plane ale fețelor, 6 plane diagonale (ca ACC′A′) și 8 plane care „taie" un colț (ca A′BD): 6 + 6 + 8 = 20. (În total sunt C(8,3) = 56 triplete de vârfuri, dar multe determină același plan.)
3. **21** — Orice două drepte concurente determină un plan, iar fiecare pereche dă un plan diferit: C(7,2) = 21.
4. **15** — Orice două drepte concurente determină un plan, iar fiecare pereche dă un plan diferit: C(6,2) = 15.
5. **7** — O muchie este coplanară cu BC dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile B, C. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
6. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu DD′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
7. **AB** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A și B. Dreapta de intersecție este AB.
8. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu DA și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
9. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu B′C′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

10. **7** — O muchie este coplanară cu AB dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile A, B. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
11. **7** — O muchie este coplanară cu C′D′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile C′, D′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
12. **24** — Numărul perechilor de muchii este C(12,2) = 66. Din ele, 18 sunt paralele, 24 concurente și 24 necoplanare. Perechile concurente: 24.
13. **24** — Numărul perechilor de muchii este C(12,2) = 66. Din ele, 18 sunt paralele, 24 concurente și 24 necoplanare. Perechile necoplanare: 24.
14. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu CC′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
15. **7** — O muchie este coplanară cu A′B′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile A′, B′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
16. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu D′A′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
17. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu CD și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
18. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu AA′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
19. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu C′D′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
20. **CA′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și A′. Dreapta de intersecție este CA′.
21. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu A′B′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
22. **7** — O muchie este coplanară cu CD dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile C, D. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
23. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu AB și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
24. **BB′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și B′. Dreapta de intersecție este BB′.
25. **7** — O muchie este coplanară cu DD′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile D, D′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
26. **BC** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și C. Dreapta de intersecție este BC.
27. **7** — O muchie este coplanară cu BB′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile B, B′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
28. **CD** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și D. Dreapta de intersecție este CD.

29. **AD′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A și D′. Dreapta de intersecție este AD′.
30. **DB′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: D și B′. Dreapta de intersecție este DB′.
31. **7** — O muchie este coplanară cu DA dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile D, A. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
32. **AC′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A și C′. Dreapta de intersecție este AC′.
33. **BC** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și C. Dreapta de intersecție este BC.
34. **7** — O muchie este coplanară cu AA′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile A, A′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
35. **A′C′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A′ și C′. Dreapta de intersecție este A′C′.
36. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu BB′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
37. **BB′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și B′. Dreapta de intersecție este BB′.
38. **4** — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu BC și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.
39. **7** — O muchie este coplanară cu CC′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile C, C′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
40. **A′C′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A′ și C′. Dreapta de intersecție este A′C′.
41. **CC′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și C′. Dreapta de intersecție este CC′.
42. **B′D′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B′ și D′. Dreapta de intersecție este B′D′.
43. **CC′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și C′. Dreapta de intersecție este CC′.
44. **C′D′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C′ și D′. Dreapta de intersecție este C′D′.
45. **7** — O muchie este coplanară cu D′A′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile D′, A′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.
46. **DC′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: D și C′. Dreapta de intersecție este DC′.
47. **7** — O muchie este coplanară cu B′C′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile B′, C′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.

48. **CB′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și B′. Dreapta de intersecție este CB′.
49. **BD′** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și D′. Dreapta de intersecție este BD′.
50. **CD** — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și D. Dreapta de intersecție este CD.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 8-a