Teste scurte: Geometrie în spațiu. Puncte, drepte, plane

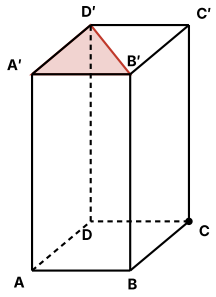
Clasa a 8-a · 10 teste, fiecare cu 3 subiecte (ușor, mediu, dificil) × 3 subpuncte. Fiecare subpunct valorează 1 punct, plus 1 punct din oficiu: nota maximă 10. Răspunsurile sunt la sfârșit.

Testul 1

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

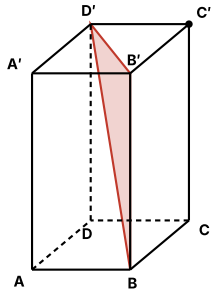
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, D′, B′, C?



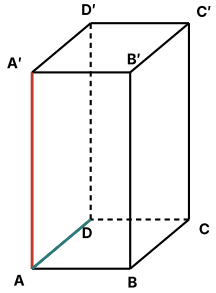
A) Numai dacă paralelipipedul este cub **B)** Doar trei dintre ele
C) Da **D)** Nu **E)** Nu se poate stabili

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, B′, B, C′?



A) Da **B)** Nu se poate stabili **C)** Nu
D) Numai dacă paralelipipedul este cub **E)** Doar trei dintre ele

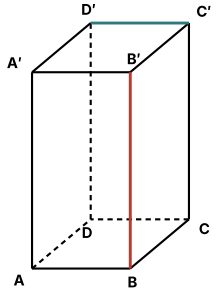
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele AA′ și DA sunt:



A) concurente **B)** paralele **C)** necoplanare
D) nu se poate stabili **E)** confundate

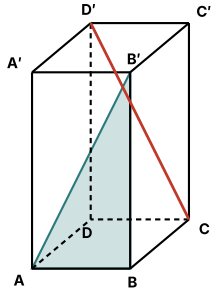
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și C′D′ sunt:



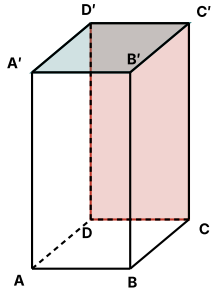
A) confundate **B)** nu se poate stabili **C)** paralele
D) concurente **E)** necoplanare

b) Dreapta CD′ și planul (ABB′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



A) dreapta este inclusă în plan **B)** paralele **C)** nu se poate stabili
D) secante (dreapta înțeapă planul) **E)** perpendiculare în toate cazurile

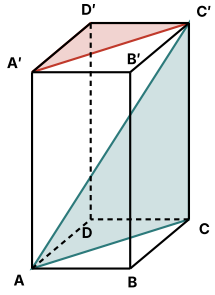
c) Planele (CDD′) și (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



A) C′D′ **B)** CD **C)** AB
D) DA **E)** BC

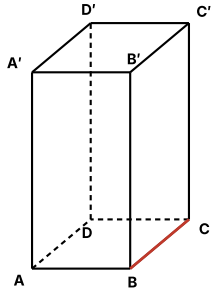
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Planele (C′A′D′) și (CAC′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



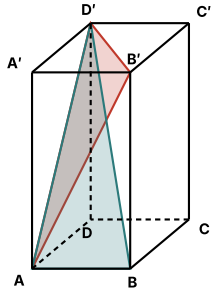
A) DA **B)** AB **C)** CD
D) A′C′ **E)** BC

b) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia BC?



A) 6 **B)** 3 **C)** 7
D) 5 **E)** 4

c) Planele (D′B′A) și (D′BA) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



A) BC **B)** AD′ **C)** DA
D) CD **E)** AB

Testul 2

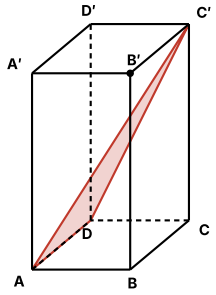
Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) Prin trei puncte necoliniare trece:

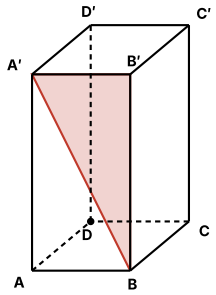
A) un plan sau o infinitate de plane **B)** o infinitate de plane **C)** nicio dreaptă
D) un singur plan **E)** două plane

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, C′, D, B′?



A) Doar trei dintre ele **B)** Numai dacă paralelipipedul este cub
C) Nu se poate stabili **D)** Da **E)** Nu

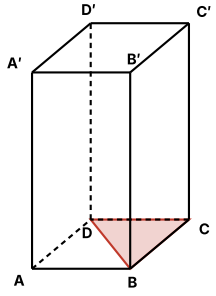
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, B, B′, D?



A) Nu se poate stabili **B)** Numai dacă paralelipipedul este cub
C) Da **D)** Doar trei dintre ele **E)** Nu

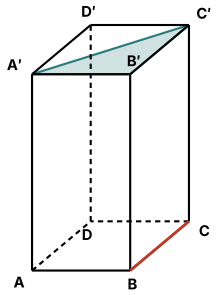
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de C și D, se află în planul determinat de dreapta CD și punctul B?



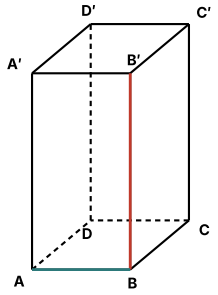
A) 1 **B)** 3 **C)** 2
D) 0 **E)** 4

b) Dreapta BC și planul (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



A) paralele **B)** dreapta este inclusă în plan **C)** secante (dreapta înțeapă planul)
D) perpendiculare în toate cazurile **E)** nu se poate stabili

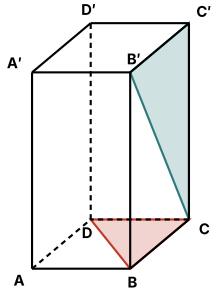
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și AB sunt:



A) nu se poate stabili **B)** paralele **C)** necoplanare
D) concurente **E)** confundate

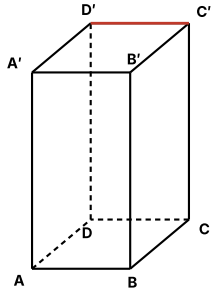
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Planele (CDB) și (B′CC′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



A) DA **B)** AB **C)** CD
D) A′B′ **E)** BC

b) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia C′D′?



A) 4 **B)** 7 **C)** 6
D) 5 **E)** 3

c) Câte plane determină 7 drepte din spațiu, oricare două concurente, necoplanare toate trei (concurente în același punct, oricare trei necoplanare)?

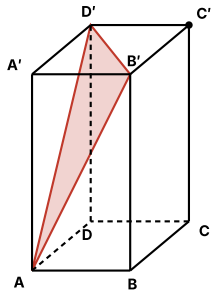
A) 7 **B)** 21 **C)** 35
D) 42 **E)** 22

Testul 3

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

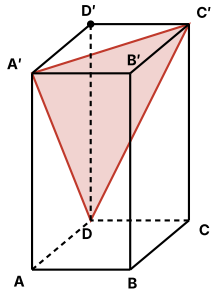
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, B′, D′, C′?



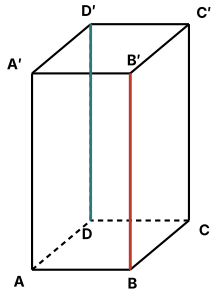
A) Nu
B) Numai dacă paralelipipedul este cub
C) Nu se poate stabili
D) Doar trei dintre ele
E) Da

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D, A′, C′, D′?



A) Nu se poate stabili
B) Nu
C) Numai dacă paralelipipedul este cub
D) Da
E) Doar trei dintre ele

c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și DD′ sunt:



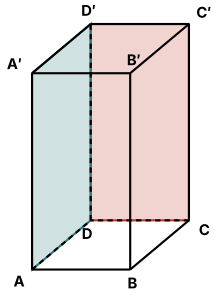
A) nu se poate stabili
B) confundate
C) necoplanare
D) paralele
E) concurente

Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Câte drepte determină 7 puncte din spațiu, dintre care oricare trei sunt necoliniare?

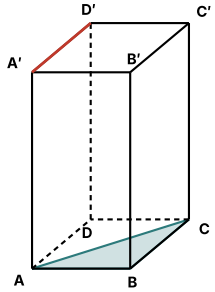
A) 20
B) 21
C) 42
D) 22
E) 7

b) Planele (CDD′) și (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



A) CD **B)** DA **C)** DD′
D) BC **E)** AB

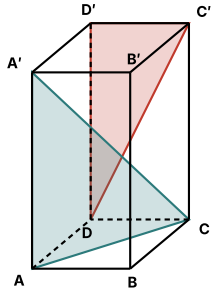
c) Dreapta D′A′ și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



A) nu se poate stabili **B)** perpendiculare în toate cazurile **C)** paralele
D) secante (dreapta înțeapă planul) **E)** dreapta este inclusă în plan

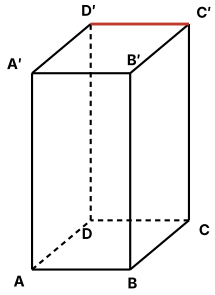
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Planele (D′DC′) și (AA′C) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



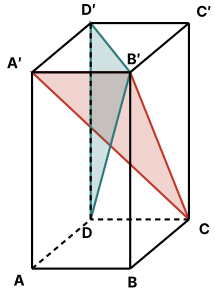
A) CD **B)** BC **C)** AB
D) DA **E)** CC′

b) Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia C′D′?



A) 7 **B)** 9 **C)** 6
D) 8 **E)** 4

c) Planele (A′CB′) și (D′B′D) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



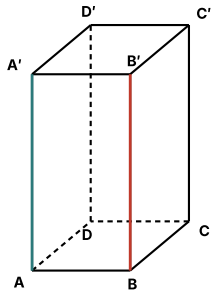
A) DB′ **B)** DA **C)** AB
D) BC **E)** CD

Testul 4

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

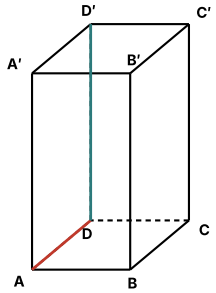
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și AA′ sunt:



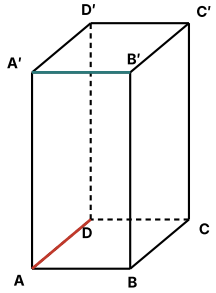
A) confundate **B)** concurente **C)** necoplanare
D) nu se poate stabili **E)** paralele

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și DD′ sunt:



A) confundate **B)** necoplanare **C)** nu se poate stabili
D) concurente **E)** paralele

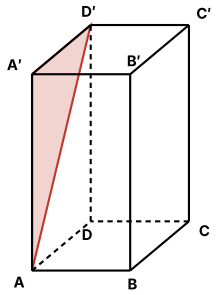
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și A′B′ sunt:



A) nu se poate stabili **B)** paralele **C)** concurente
D) necoplanare **E)** confundate

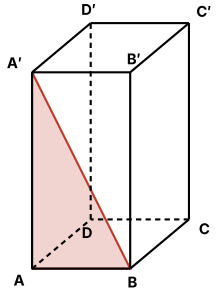
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de D′ și A′, se află în planul determinat de dreapta D′A′ și punctul A?



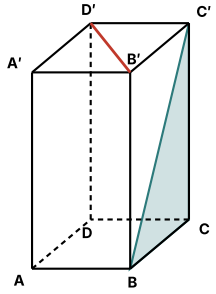
A) 2 **B)** 3 **C)** 1
D) 0 **E)** 4

b) Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de A și B, se află în planul determinat de dreapta AB și punctul A′?



A) 2 **B)** 4 **C)** 3
D) 0 **E)** 1

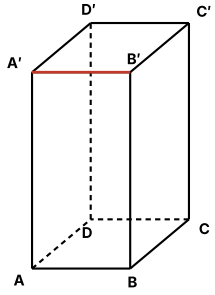
c) Dreapta B′D′ și planul (BCC′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



A) nu se poate stabili **B)** paralele **C)** secante (dreapta înțeapă planul)
D) perpendiculare în toate cazurile **E)** dreapta este inclusă în plan

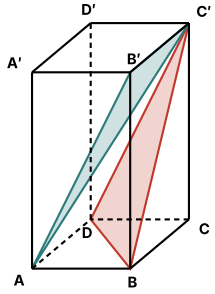
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia A′B′?



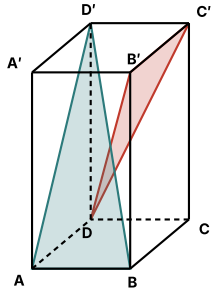
A) 3 **B)** 4 **C)** 6
D) 5 **E)** 7

b) Planele (DBC′) și (AB′C′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



A) CD **B)** DC′ **C)** AB
D) DA **E)** BC

c) Planele (B′C′D) și (AD′B) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



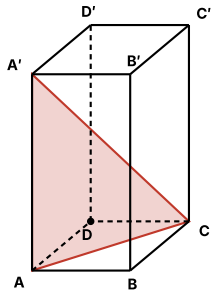
A) CD **B)** AB **C)** AC′
D) DA **E)** BC

Testul 5

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

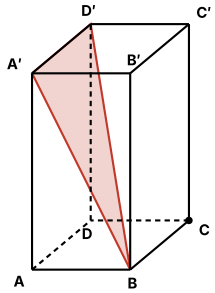
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, C, A, D?



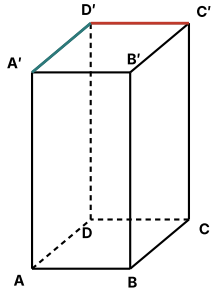
A) Numai dacă paralelipipedul este cub **B)** Nu
C) Nu se poate stabili **D)** Da **E)** Doar trei dintre ele

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele B, D′, A′, C?



A) Nu se poate stabili **B)** Doar trei dintre ele **C)** Nu
D) Da **E)** Numai dacă paralelipipedul este cub

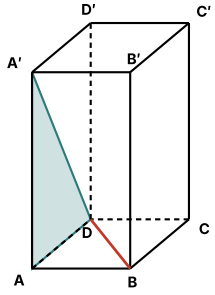
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele C′D′ și D′A′ sunt:



A) paralele **B)** confundate **C)** nu se poate stabili
D) concurente **E)** necoplanare

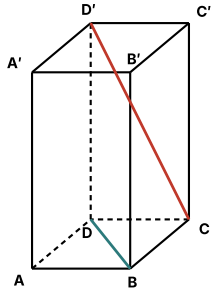
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Dreapta BD și planul (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



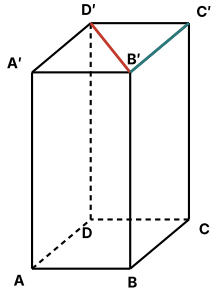
A) secante (dreapta înțeapă planul) **B)** paralele **C)** nu se poate stabili
D) perpendiculare în toate cazurile **E)** dreapta este inclusă în plan

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele CD′ și BD sunt:



A) confundate **B)** paralele **C)** concurente
D) nu se poate stabili **E)** necoplanare

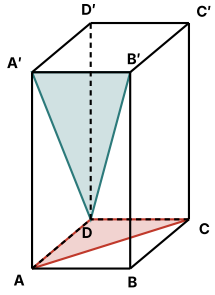
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele B′D′ și B′C′ sunt:



A) necoplanare **B)** concurente **C)** nu se poate stabili
D) confundate **E)** paralele

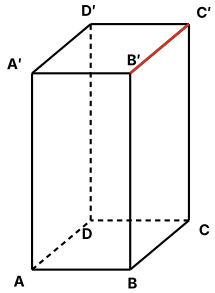
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Planele (ADC) și (A′B′D) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



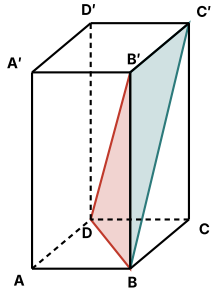
A) A′B′ **B)** AB **C)** BC
D) CD **E)** DA

b) Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia B′C′?



A) 6 **B)** 8 **C)** 7
D) 4 **E)** 9

c) Planele (DBB′) și (C′B′B) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



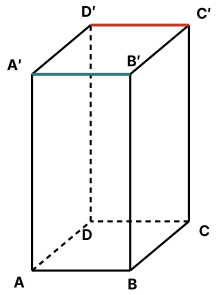
A) CD **B)** BC **C)** BB′
D) DA **E)** AB

Testul 6

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

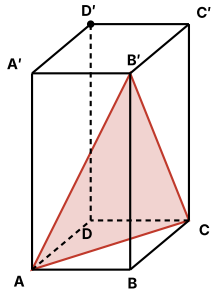
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele C′D′ și A′B′ sunt:



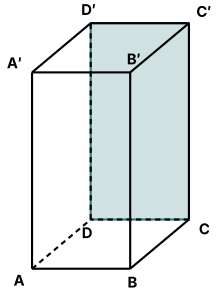
A) concurente **B)** paralele **C)** confundate
D) nu se poate stabili **E)** necoplanare

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele B′, A, C, D′?



A) Nu se poate stabili **B)** Da **C)** Nu
D) Doar trei dintre ele **E)** Numai dacă paralelipipedul este cub

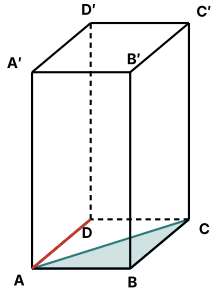
c) Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (CDD′)?



A) DA **B)** AB **C)** BC
D) D′C′ **E)** A′B′

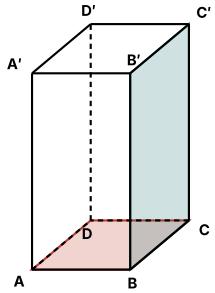
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Dreapta DA și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



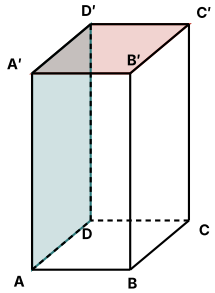
A) nu se poate stabili **B)** perpendiculare în toate cazurile
C) secante (dreapta înțeapă planul) **D)** dreapta este inclusă în plan **E)** paralele

b) Planele (ABC) și (BCC′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



A) CD **B)** AB **C)** A′B′
D) BC **E)** DA

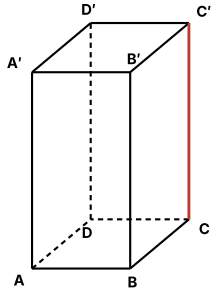
c) Planele (A′B′C′) și (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



A) DA **B)** CD **C)** BC
D) A′D′ **E)** AB

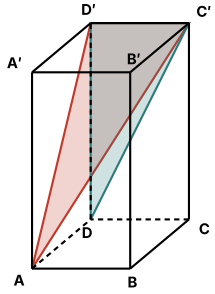
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia CC′?



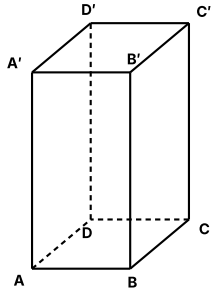
A) 6 **B)** 4 **C)** 3
D) 7 **E)** 5

b) Planele (AC′D′) și (C′DD′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



A) BC **B)** AB **C)** CD
D) DA **E)** C′D′

c) Din cele 12 muchii ale unui paralelipiped dreptunghic se aleg două. În câte moduri se pot alege două muchii necoplanare?



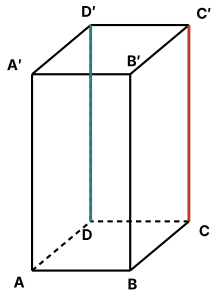
A) 42 **B)** 25 **C)** 24
D) 18 **E)** 48

Testul 7

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

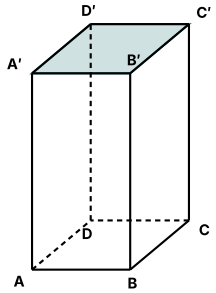
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele CC′ și DD′ sunt:



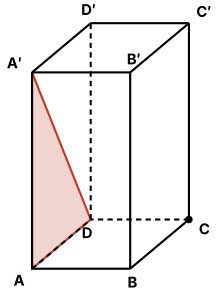
A) concurente **B)** necoplanare **C)** nu se poate stabili
D) confundate **E)** paralele

b) Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (A′B′C′)?



A) CD **B)** BC **C)** AB
D) A′B′ **E)** DA

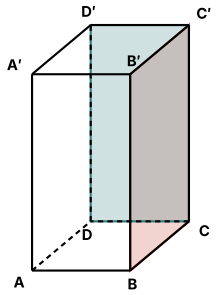
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A, A′, D, C?



A) Numai dacă paralelipipedul este cub **B)** Nu
C) Nu se poate stabili **D)** Da **E)** Doar trei dintre ele

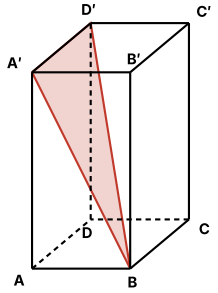
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Planele (BCC′) și (CDD′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



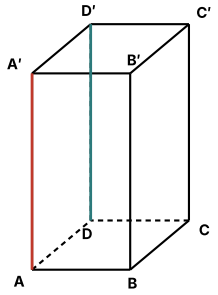
A) DA **B)** BC **C)** CC′
D) CD **E)** AB

b) Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de D′ și A′, se află în planul determinat de dreapta D′A′ și punctul B?



A) 0 **B)** 1 **C)** 2
D) 4 **E)** 3

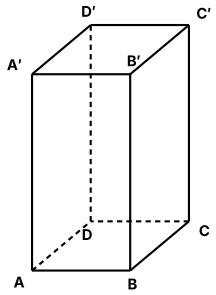
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele AA′ și DD′ sunt:



A) necoplanare **B)** paralele **C)** concurente
D) confundate **E)** nu se poate stabili

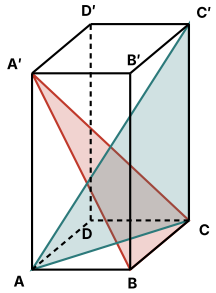
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Din cele 12 muchii ale unui paralelipiped dreptunghic se aleg două. În câte moduri se pot alege două muchii concurente?



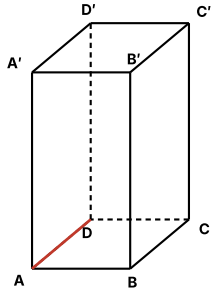
A) 25 **B)** 42 **C)** 18
D) 24 **E)** 48

b) Planele (CBA′) și (ACC′) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



A) DA **B)** CA′ **C)** AB
D) BC **E)** CD

c) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia DA?



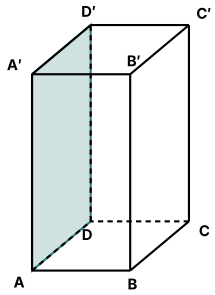
A) 4 **B)** 6 **C)** 5
D) 3 **E)** 7

Testul 8

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

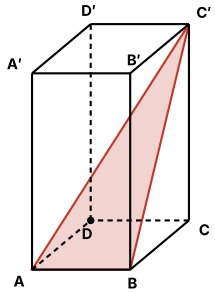
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) Care dintre dreptele următoare este inclusă în planul (DAA′)?



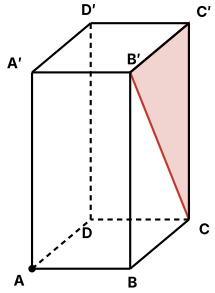
A) D′D **B)** BC **C)** A′B′
D) CD **E)** AB

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele C′, A, B, D?



A) Nu se poate stabili **B)** Da **C)** Nu
D) Numai dacă paralelipipedul este cub **E)** Doar trei dintre ele

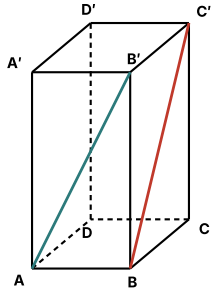
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele C′, C, B′, A?



A) Da **B)** Doar trei dintre ele
C) Numai dacă paralelipipedul este cub **D)** Nu se poate stabili
E) Nu

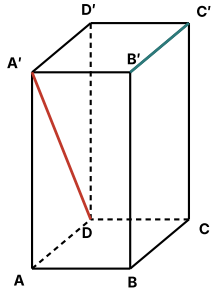
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BC′ și AB′ sunt:



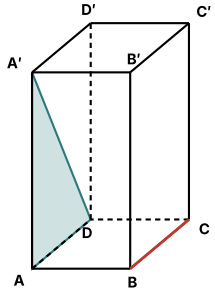
A) paralele **B)** concurente **C)** confundate
D) necoplanare **E)** nu se poate stabili

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA′ și B′C′ sunt:



A) confundate **B)** concurente **C)** nu se poate stabili
D) necoplanare **E)** paralele

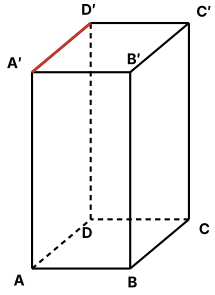
c) Dreapta BC și planul (DAA′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:



A) paralele **B)** secante (dreapta înțeapă planul) **C)** nu se poate stabili
D) perpendiculare în toate cazurile **E)** dreapta este inclusă în plan

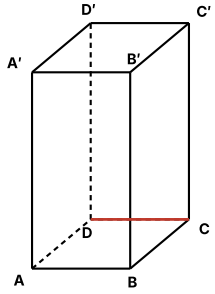
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia D′A′?



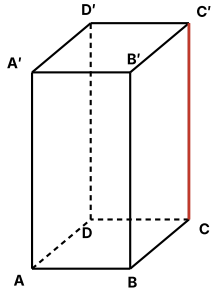
A) 5 **B)** 4 **C)** 7
D) 6 **E)** 3

b) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia CD?



A) 6 **B)** 3 **C)** 5
D) 7 **E)** 4

c) Câte dintre celelalte 11 muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt coplanare cu muchia CC′?



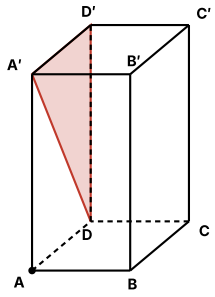
A) 9 **B)** 8 **C)** 7
D) 6 **E)** 4

Testul 9

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

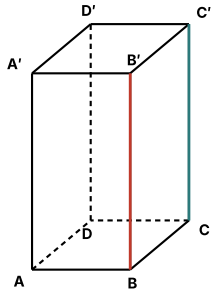
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, D, A′, A?



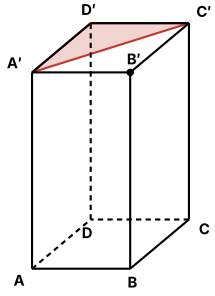
A) Nu **B)** Nu se poate stabili **C)** Da
D) Doar trei dintre ele **E)** Numai dacă paralelipipedul este cub

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele BB′ și CC′ sunt:



A) nu se poate stabili **B)** confundate **C)** necoplanare
D) paralele **E)** concurente

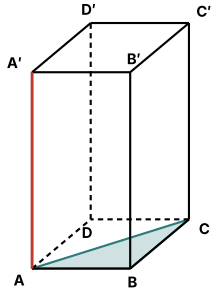
c) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele D′, C′, A′, B′?



A) Numai dacă paralelipipedul este cub **B)** Nu
C) Nu se poate stabili **D)** Da **E)** Doar trei dintre ele

Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Dreapta AA′ și planul (ABC) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt:

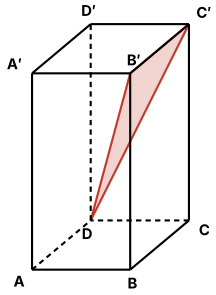


A) paralele **B)** nu se poate stabili **C)** dreapta este inclusă în plan
D) secante (dreapta înțeapă planul) **E)** perpendiculare în toate cazurile

b) Prin 6 puncte, oricare trei necoliniare și oricare patru necoplanare, se pot duce în total câte plane?

A) 15 **B)** 40 **C)** 20
D) 6 **E)** 21

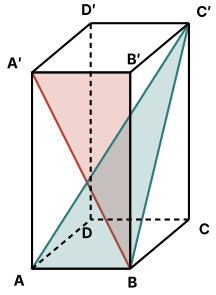
c) Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de B′ și C′, se află în planul determinat de dreapta B′C′ și punctul D?



A) 0 **B)** 4 **C)** 3
D) 2 **E)** 1

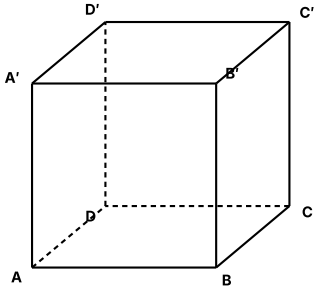
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Planele (A′B′B) și (BC′A) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



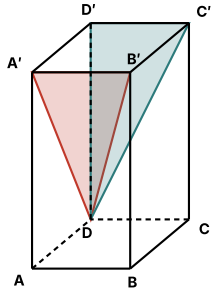
A) BC **B)** A′B′ **C)** AB
D) CD **E)** DA

b) Câte plane distincte sunt determinate de câte trei dintre vârfurile unui cub (fiecare plan fiind determinat de cel puțin trei vârfuri)?



A) 20 **B)** 18 **C)** 26
D) 22 **E)** 56

c) Planele (B′A′D) și (C′D′D) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



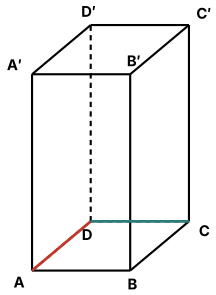
A) CD **B)** BC **C)** A′B′
D) AB **E)** DA

Testul 10

Nume: _____ Data: _____ Nota: _____

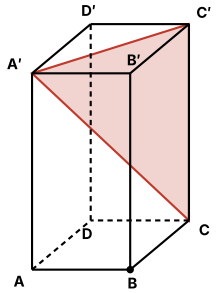
Subiectul I (3 puncte) – nivel ușor

a) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, dreptele DA și CD sunt:



A) necoplanare **B)** concurente **C)** nu se poate stabili
D) confundate **E)** paralele

b) În paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′, sunt coplanare punctele A′, C′, C, B?



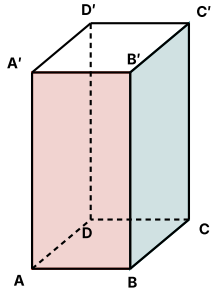
A) Da **B)** Nu **C)** Doar trei dintre ele
D) Nu se poate stabili **E)** Numai dacă paralelipipedul este cub

c) Care dintre următoarele condiții determină un plan?

A) două drepte concurente **B)** două puncte distincte **C)** trei puncte coliniare
D) două drepte necoplanare **E)** un punct și o dreaptă care îl conține

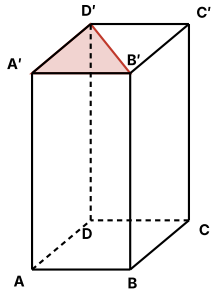
Subiectul II (3 puncte) – nivel mediu

a) Planele (ABB′) și (BCC′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



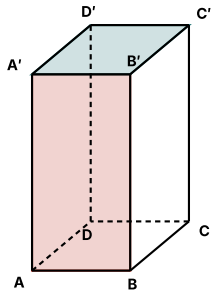
A) BC **B)** CD **C)** BB′
D) AB **E)** DA

b) Câte vârfuri ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′, diferite de A′ și B′, se află în planul determinat de dreapta A′B′ și punctul D′?



A) 0 **B)** 2 **C)** 4
D) 3 **E)** 1

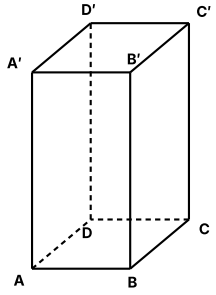
c) Planele (ABB′) și (A′B′C′) ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ se intersectează după dreapta:



A) BC **B)** DA **C)** CD
D) AB **E)** A′B′

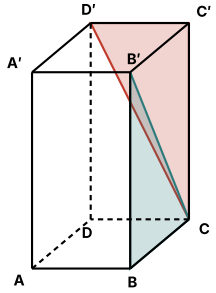
Subiectul III (3 puncte) – nivel dificil

a) Din cele 12 muchii ale unui paralelipiped dreptunghic se aleg două. În câte moduri se pot alege două muchii paralele?



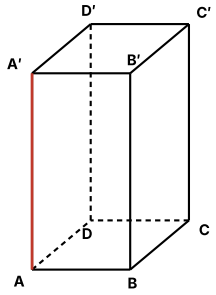
A) 48 **B)** 12 **C)** 18
D) 36 **E)** 19

b) Planele (CC′D′) și (BB′C) se intersectează după o dreaptă. Care este aceasta?



A) CC′ **B)** BC **C)** CD
D) AB **E)** DA

c) Câte muchii ale paralelipipedului dreptunghic ABCDA′B′C′D′ sunt necoplanare cu muchia AA′?



A) 5 **B)** 7 **C)** 3
D) 4 **E)** 6

Răspunsuri și explicații

Testul 1

I.a) D — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.b) C — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.c) A — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

II.a) E — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

II.b) B — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.

II.c) A — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele C′ și D′, deci dreapta de intersecție este C′D′.

III.a) D — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A′ și C′. Dreapta de intersecție este A′C′.

III.b) E — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu BC și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

III.c) B — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A și D′. Dreapta de intersecție este AD′.

Testul 2

I.a) D — Axioma de determinare a planului: trei puncte necoliniare determină un singur plan.

I.b) D — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.

I.c) E — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

II.a) C — Planul (CDB) conține vârfurile: A, B. Sunt 2.

II.b) A — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.

II.c) D — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

III.a) E — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și C. Dreapta de intersecție este BC.

III.b) A — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu C′D′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

III.c) B — Orice două drepte concurente determină un plan, iar fiecare pereche dă un plan diferit: C(7,2) = 21.

Testul 3

I.a) A — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.b) B — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.c) D — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.

II.a) B — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: C(7,2) = 21.

II.b) C — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele D și D′, deci dreapta de intersecție este DD′.

II.c) C — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.

III.a) E — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și C′. Dreapta de intersecție este CC′.

III.b) A — O muchie este coplanară cu C′D′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile C′, D′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.

III.c) A — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: D și B′. Dreapta de intersecție este DB′.

Testul 4

I.a) E — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.

I.b) D — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

I.c) D — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

II.a) A — Planul (D'A'A) conține vârfurile: A, D. Sunt 2.

II.b) A — Planul (ABA') conține vârfurile: A', B'. Sunt 2.

II.c) C — Dreapta are exact un punct comun cu planul.

III.a) B — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu A'B' și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

III.b) B — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: D și C'. Dreapta de intersecție este DC'.

III.c) C — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A și C'. Dreapta de intersecție este AC'.

Testul 5

I.a) B — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.b) D — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.

I.c) D — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

II.a) A — Dreapta are exact un punct comun cu planul.

II.b) E — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

II.c) B — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

III.a) D — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și D. Dreapta de intersecție este CD.

III.b) C — O muchie este coplanară cu B'C' dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile B', C'. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.

III.c) C — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: B și B'. Dreapta de intersecție este BB'.

Testul 6

I.a) B — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.

I.b) C — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.c) D — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. D'C' are ambele puncte în planul (CDD').

II.a) D — Două puncte ale dreptei aparțin planului.

II.b) D — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele B și C, deci dreapta de intersecție este BC.

II.c) D — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A' și D', deci dreapta de intersecție este A'D'.

III.a) B — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu CC' și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

III.b) E — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C' și D'. Dreapta de intersecție este C'D'.

III.c) C — Numărul perechilor de muchii este C(12,2) = 66. Din ele, 18 sunt paralele, 24 concurente și 24 necoplanare. Perechile necoplanare: 24.

Testul 7

I.a) E — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.

I.b) D — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. A'B' are ambele puncte în planul (A'B'C').

I.c) B — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

II.a) C — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele C și C′, deci dreapta de intersecție este CC′.

II.b) C — Planul (D′A′B) conține vârfurile: B, C. Sunt 2.

II.c) B — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.

III.a) D — Numărul perechilor de muchii este C(12,2) = 66. Din ele, 18 sunt paralele, 24 concurente și 24 necoplanare. Perechile concurente: 24.

III.b) B — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și A′. Dreapta de intersecție este CA′.

III.c) A — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu DA și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

Testul 8

I.a) A — Dreapta este inclusă în plan dacă are două puncte în plan. D′D are ambele puncte în planul (DAA′).

I.b) C — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.c) E — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

II.a) D — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

II.b) D — Dreptele nu sunt în același plan și nu se intersectează: sunt necoplanare.

II.c) A — Dreapta nu are niciun punct comun cu planul.

III.a) B — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu D′A′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

III.b) E — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu CD și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.

III.c) C — O muchie este coplanară cu CC′ dacă este paralelă sau concurentă cu ea: 3 paralele și 4 concurente în vârfurile C, C′. Rămân 4 necoplanare. Coplanare: 7.

Testul 9

I.a) C — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.

I.b) D — Dreptele sunt coplanare și nu au niciun punct comun: sunt paralele.

I.c) D — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Da, se află în același plan.

II.a) D — Dreapta are exact un punct comun cu planul.

II.b) C — Fiecare trei puncte determină un plan, iar două triplete diferite dau plane diferite: C(6,3) = 20.

II.c) D — Planul (B′C′D) conține vârfurile: A, D. Sunt 2.

III.a) C — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: A și B. Dreapta de intersecție este AB.

III.b) A — Sunt 6 plane ale fețelor, 6 plane diagonale (ca ACC′A′) și 8 plane care „taie” un colț (ca A′BD): 6 + 6 + 8 = 20. (În total sunt C(8,3) = 56 triplete de vârfuri, dar multe determină același plan.)

III.c) A — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și D. Dreapta de intersecție este CD.

Testul 10

I.a) B — Dreptele au un punct comun (și sunt distincte): sunt concurente.

I.b) B — Verificăm dacă al patrulea punct se află în planul determinat de primele trei. Nu, punctul este în afara planului, deci cele patru puncte nu sunt coplanare.

I.c) A — Un plan este determinat de: trei puncte necoliniare, o dreaptă și un punct exterior ei, două drepte concurente sau două drepte paralele distincte.

II.a) C — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele B și B′, deci dreapta de intersecție este BB′.

II.b) B — Planul (A′B′D′) conține vârfurile: C′, D′. Sunt 2.

II.c) E — Intersecția a două plane secante este o dreaptă. Cele două plane au în comun punctele A′ și B′, deci dreapta de intersecție este A′B′.

III.a) C — Numărul perechilor de muchii este C(12,2) = 66. Din ele, 18 sunt paralele, 24 concurente și 24 necoplanare. Perechile paralele: 18.

III.b) A — Căutăm vârfurile care aparțin ambelor plane: C și C′. Dreapta de intersecție este CC′.

III.c) D — Din cele 11 muchii, 3 sunt paralele cu AA′ și 4 sunt concurente cu ea, deci 11 − 3 − 4 = 4 sunt necoplanare.