Fracții algebrice. Operații cu fracții algebrice

Condiții de existență, amplificare, simplificare, adunare, scădere, înmulțire și împărțire de fracții algebrice.

Fracții algebrice

O **fracție algebrică** este un raport de două expresii algebrice, A/B, cu $B \neq 0$. Ea are sens doar pentru valorile lui x pentru care numitorul este diferit de 0 (**condiții de existență**).

Exemplul 1. Pentru ce valori ale lui x are sens $5/(x^2 - 4)$?

Rezolvare. Cerem $x^2 - 4 \neq 0$. Cum $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$, $x \neq 2$ și $x \neq -2$. Deci $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

Amplificare și simplificare

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \quad (\text{amplificare, } C \neq 0)$$

$$\frac{A \cdot C}{B \cdot C} = \frac{A}{B} \quad (\text{simplificare})$$

Simplificăm doar **factori** comuni, nu termeni! De aceea descompunem întâi numărătorul și numitorul în factori.

Exemplul 2. Simplifică $(x^2 - 9)/(x^2 + 6x + 9)$, $x \neq -3$.

Metoda 1 (descompunând). $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$; $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$. Simplificăm cu $(x + 3)$: $(x - 3)/(x + 3)$.

Metoda 2 (verificare numerică). Pentru $x = 1$: $(1 - 9)/(1 + 6 + 9) = -8/16 = -1/2$, iar $(1 - 3)/(1 + 3) = -2/4 = -1/2$ ✓.

Adunarea și scăderea

Dacă numitorii sunt egali, adunăm numărătorii. Dacă sunt diferiți, aducem fracțiile la un **numitor comun** (de obicei produsul sau cel mai mic multiplu comun al numitorilor).

$$A/C + B/C = (A + B)/C$$

$$A/B + C/D = (AD + BC)/(BD)$$

Exemplul 3. Calculează $2/(x - 1) + 3/(x + 1)$, $x \neq \pm 1$.

> **Metoda 1 (numitor comun).** Numitorul comun este $(x - 1)(x + 1)$. $2(x + 1) + 3(x - 1) = 5x - 1$. Rezultat: $(5x - 1)/((x - 1)(x + 1))$.

> **Metoda 2 (verificare numerică).** Pentru $x = 2$: $2/1 + 3/3 = 3$, iar $(10 - 1)/(1 \cdot 3) = 3$ ✓.

Înmulțirea și împărțirea

$$(A/B) \cdot (C/D) = (A \cdot C)/(B \cdot D)$$

$$(A/B) : (C/D) = (A/B) \cdot (D/C)$$

Exemplul 4. Calculează $(x^2 - 1)/x \cdot x^2/(x + 1)$, $x \notin \{0, -1\}$.

> **Metoda 1 (descompunând).** $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$. $(x - 1)(x + 1)/x \cdot x^2/(x + 1) = (x - 1) \cdot x = x^2 - x$.

> **Metoda 2 (simplificând pe etape).** Simplificăm $(x + 1)$ și un x: rămâne $(x - 1) \cdot x$.

Greșeli frecvente

- Se simplifică termeni: $(x + 3)/3 = x$, ceea ce este fals (corect: se simplifică doar factori).
- Se uită condițiile de existență a numitorilor.
- La adunare se adună și numitorii: $1/x + 1/y = 2/(x + y)$.
- La scădere se uită schimbarea semnelor în numărător.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Simplifică fracția $(x^2 - 64)/(x - 8)$, $x \neq 8$.
2. Simplifică fracția $(x^2 - 25)/(x - 5)$, $x \neq 5$.
3. Amplifică fracția $x/(x + 2)$ cu 4.
4. Calculează $(x + 5)/(x + 5) + (x + 6)/(x + 5)$, $x \neq -5$.
5. Simplifică fracția $(3x + 12)/3$.
6. Simplifică fracția $(x^2 - 36)/(x - 6)$, $x \neq 6$.
7. Calculează valoarea fracției $(x + 3)/(x - 2)$ pentru $x = 4$.
8. Simplifică fracția $(x^2 - 49)/(x - 7)$, $x \neq 7$.
9. Calculează $(x + 1)/(x + 2) + (x + 5)/(x + 2)$, $x \neq -2$.
10. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $9/(x + 2)$?
11. Simplifică fracția $(6x + 42)/6$.
12. Amplifică fracția $x/(x + 3)$ cu 3.
13. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $3/(x - 2)$?
14. Calculează $(x + 7)/(x + 2) + (x + 5)/(x + 2)$, $x \neq -2$.
15. Amplifică fracția $x/(x + 2)$ cu 2.
16. Amplifică fracția $x/(x + 4)$ cu 2.
17. Calculează valoarea fracției $(x - 3)/(x + 6)$ pentru $x = -2$.
18. Amplifică fracția $x/(x + 4)$ cu 5.
19. Calculează $(x + 6)/(x + 4) + (x + 1)/(x + 4)$, $x \neq -4$.
20. Calculează $(x + 2)/(x + 4) + (x + 7)/(x + 4)$, $x \neq -4$.
21. Simplifică fracția $(x^2 - 16)/(x - 4)$, $x \neq 4$.
22. Simplifică fracția $(5x + 5)/5$.
23. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $6/(x + 9)$?
24. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $5/(x - 6)$?
25. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x - 4)$?
26. Calculează valoarea fracției $(x + 5)/(x - 2)$ pentru $x = 3$.
27. Simplifică fracția $(5x + 15)/5$.
28. Simplifică fracția $(x^2 - 4)/(x - 2)$, $x \neq 2$.
29. Simplifică fracția $(2x + 2)/2$.
30. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x - 3)$?
31. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x - 6)$?

32. Calculează $(x + 2)/(x + 3) + (x + 1)/(x + 3)$, $x \neq -3$.
33. Calculează valoarea fracției $(x - 4)/(x + 6)$ pentru $x = 3$.
34. Simplifică fracția $(6x + 54)/6$.
35. Calculează $(x + 4)/(x + 3) + (x + 4)/(x + 3)$, $x \neq -3$.
36. Simplifică fracția $(x^2 - 9)/(x - 3)$, $x \neq 3$.
37. Amplifică fracția $x/(x + 5)$ cu 5.
38. Amplifică fracția $x/(x + 4)$ cu 3.
39. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x - 5)$?
40. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $5/(x + 7)$?
41. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $4/(x + 4)$?
42. Calculează $(x + 6)/(x + 3) + (x + 7)/(x + 3)$, $x \neq -3$.
43. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $7/(x - 5)$?
44. Calculează valoarea fracției $(x - 6)/(x + 1)$ pentru $x = 4$.
45. Amplifică fracția $x/(x + 4)$ cu 4.
46. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $2/(x - 7)$?
47. Calculează $(x + 2)/(x + 3) + (x + 5)/(x + 3)$, $x \neq -3$.
48. Amplifică fracția $x/(x + 1)$ cu 3.
49. Calculează $(x + 1)/(x + 5) + (x + 7)/(x + 5)$, $x \neq -5$.
50. Calculează $(x + 7)/(x + 5) + (x + 2)/(x + 5)$, $x \neq -5$.

▼ Arată răspunsurile: nivel ușor

1. **x + 8** — $x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$. Simplificăm cu $(x - 8)$: rezultă $x + 8$.
2. **x + 5** — $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$. Simplificăm cu $(x - 5)$: rezultă $x + 5$.
3. **4x/(4x + 8)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 4: $4 \cdot x/(4 \cdot (x + 2)) = 4x/(4x + 8)$.
4. **(2x + 11)/(x + 5)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: $(x + 5) + (x + 6) = 2x + 11$. Rezultat: $(2x + 11)/(x + 5)$.
5. **x + 4** — Scoatem factorul comun 3: $3(x + 4)/3 = x + 4$.
6. **x + 6** — $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$. Simplificăm cu $(x - 6)$: rezultă $x + 6$.
7. **7/2** — Pentru $x = 4$: $(4 + 3)/(4 - 2) = 7/(2) = 7/2$.
8. **x + 7** — $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$. Simplificăm cu $(x - 7)$: rezultă $x + 7$.
9. **(2x + 6)/(x + 2)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: $(x + 1) + (x + 5) = 2x + 6$. Rezultat: $(2x + 6)/(x + 2)$.
10. **x ≠ −2** — Numitorul nu poate fi 0: $x + 2 \neq 0$, deci $x \neq -2$.

11. **x + 7** — Scoatem factorul comun 6: 6(x + 7)/6 = x + 7.
12. **3x/(3x + 9)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 3: 3·x/(3·(x + 3)) = 3x/(3x + 9).
13. **x ≠ 2** — Numitorul nu poate fi 0: x − 2 ≠ 0, deci x ≠ 2.
14. **(2x + 12)/(x + 2)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 7) + (x + 5) = 2x + 12. Rezultat: (2x + 12)/(x + 2).
15. **2x/(2x + 4)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 2: 2·x/(2·(x + 2)) = 2x/(2x + 4).
16. **2x/(2x + 8)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 2: 2·x/(2·(x + 4)) = 2x/(2x + 8).
17. **−5/4** — Pentru x = −2: (−2 − 3)/(−2 + 6) = −5/(4) = −5/4.
18. **5x/(5x + 20)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 5: 5·x/(5·(x + 4)) = 5x/(5x + 20).
19. **(2x + 7)/(x + 4)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 6) + (x + 1) = 2x + 7. Rezultat: (2x + 7)/(x + 4).
20. **(2x + 9)/(x + 4)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 2) + (x + 7) = 2x + 9. Rezultat: (2x + 9)/(x + 4).
21. **x + 4** — $x^2 − 16 = (x − 4)(x + 4)$. Simplificăm cu (x − 4): rezultă x + 4.
22. **x + 1** — Scoatem factorul comun 5: 5(x + 1)/5 = x + 1.
23. **x ≠ −9** — Numitorul nu poate fi 0: x + 9 ≠ 0, deci x ≠ −9.
24. **x ≠ 6** — Numitorul nu poate fi 0: x − 6 ≠ 0, deci x ≠ 6.
25. **x ≠ 4** — Numitorul nu poate fi 0: x − 4 ≠ 0, deci x ≠ 4.
26. **8** — Pentru x = 3: (3 + 5)/(3 − 2) = 8/(1) = 8.
27. **x + 3** — Scoatem factorul comun 5: 5(x + 3)/5 = x + 3.
28. **x + 2** — $x^2 − 4 = (x − 2)(x + 2)$. Simplificăm cu (x − 2): rezultă x + 2.
29. **x + 1** — Scoatem factorul comun 2: 2(x + 1)/2 = x + 1.
30. **x ≠ 3** — Numitorul nu poate fi 0: x − 3 ≠ 0, deci x ≠ 3.
31. **x ≠ 6** — Numitorul nu poate fi 0: x − 6 ≠ 0, deci x ≠ 6.
32. **(2x + 3)/(x + 3)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 2) + (x + 1) = 2x + 3. Rezultat: (2x + 3)/(x + 3).
33. **−1/9** — Pentru x = 3: (3 − 4)/(3 + 6) = −1/(9) = −1/9.
34. **x + 9** — Scoatem factorul comun 6: 6(x + 9)/6 = x + 9.
35. **(2x + 8)/(x + 3)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 4) + (x + 4) = 2x + 8. Rezultat: (2x + 8)/(x + 3).
36. **x + 3** — $x^2 − 9 = (x − 3)(x + 3)$. Simplificăm cu (x − 3): rezultă x + 3.
37. **5x/(5x + 25)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 5: 5·x/(5·(x + 5)) = 5x/(5x + 25).

38. **3x/(3x + 12)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 3: 3·x/(3·(x + 4)) = 3x/(3x + 12).
39. **x ≠ 5** — Numitorul nu poate fi 0: x − 5 ≠ 0, deci x ≠ 5.
40. **x ≠ −7** — Numitorul nu poate fi 0: x + 7 ≠ 0, deci x ≠ −7.
41. **x ≠ −4** — Numitorul nu poate fi 0: x + 4 ≠ 0, deci x ≠ −4.
42. **(2x + 13)/(x + 3)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 6) + (x + 7) = 2x + 13. Rezultat: (2x + 13)/(x + 3).
43. **x ≠ 5** — Numitorul nu poate fi 0: x − 5 ≠ 0, deci x ≠ 5.
44. **−2/5** — Pentru x = 4: (4 − 6)/(4 + 1) = −2/(5) = −2/5.
45. **4x/(4x + 16)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 4: 4·x/(4·(x + 4)) = 4x/(4x + 16).
46. **x ≠ 7** — Numitorul nu poate fi 0: x − 7 ≠ 0, deci x ≠ 7.
47. **(2x + 7)/(x + 3)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 2) + (x + 5) = 2x + 7. Rezultat: (2x + 7)/(x + 3).
48. **3x/(3x + 3)** — Se înmulțesc numărătorul și numitorul cu 3: 3·x/(3·(x + 1)) = 3x/(3x + 3).
49. **(2x + 8)/(x + 5)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 1) + (x + 7) = 2x + 8. Rezultat: (2x + 8)/(x + 5).
50. **(2x + 9)/(x + 5)** — Fracțiile au același numitor, deci adunăm numărătorii: (x + 7) + (x + 2) = 2x + 9. Rezultat: (2x + 9)/(x + 5).

Nivel mediu (50 de exerciții)

1. Calculează $(x^2 - 49)/(x + 8) : (x - 7)/(x + 8)$, $x \notin \{-8, 7\}$.
2. Simplifică $(4x + 32)/(4x^2 - 256)$, $x \neq \pm 8$.
3. Calculează $(x - 3)/(x - 2) \cdot (x - 2)/(x + 2)$.
4. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 4)$?
5. Simplifică fracția $(30x^2 + 5x)/5x$, $x \neq 0$.
6. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 16)$?
7. Simplifică $(3x + 18)/(3x^2 - 108)$, $x \neq \pm 6$.
8. Simplifică $(2x + 10)/(2x^2 - 50)$, $x \neq \pm 5$.
9. Simplifică fracția $(x^2 - 16)/(x^2 + 8x + 16)$, $x \neq -4$.
10. Simplifică fracția $(x^2 - 9)/(x^2 + 6x + 9)$, $x \neq -3$.
11. Calculează $6/(x + 1) + 1/(x + 6)$, $x \notin \{-1, -6\}$.
12. Calculează $1/(x - 7) - 1/(x + 7)$, $x \neq \pm 7$.
13. Simplifică fracția $(15x^2 + 25x)/5x$, $x \neq 0$.

14. Simplifică fracția $(12x^2 + 6x)/3x$, $x \neq 0$.
15. Simplifică $(3x + 15)/(3x^2 - 75)$, $x \neq \pm 5$.
16. Simplifică $(5x + 10)/(5x^2 - 20)$, $x \neq \pm 2$.
17. Simplifică fracția $(8x^2 + 12x)/4x$, $x \neq 0$.
18. Calculează $2/(x + 1) + 3/(x + 4)$, $x \notin \{-1, -4\}$.
19. Calculează $2/(x + 1) + 6/(x + 5)$, $x \notin \{-1, -5\}$.
20. Simplifică fracția $(x^2 - 49)/(x^2 + 14x + 49)$, $x \neq -7$.
21. Calculează $(x - 5)/(x - 6) \cdot (x - 6)/(x + 4)$.
22. Calculează $1/(x - 6) - 1/(x + 6)$, $x \neq \pm 6$.
23. Simplifică fracția $(15x^2 + 3x)/3x$, $x \neq 0$.
24. Calculează $1/(x - 2) - 1/(x + 2)$, $x \neq \pm 2$.
25. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 81)$?
26. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 49)$?
27. Calculează $(x^2 - 64)/(x + 3) : (x - 8)/(x + 3)$, $x \notin \{-3, 8\}$.
28. Simplifică $(4x + 36)/(4x^2 - 324)$, $x \neq \pm 9$.
29. Calculează $1/(x - 4) - 1/(x + 4)$, $x \neq \pm 4$.
30. Simplifică fracția $(20x^2 + 10x)/5x$, $x \neq 0$.
31. Calculează $3/(x + 4) + 4/(x + 3)$, $x \notin \{-4, -3\}$.
32. Simplifică fracția $(x^2 - 4)/(x^2 + 4x + 4)$, $x \neq -2$.
33. Simplifică fracția $(8x^2 + 18x)/2x$, $x \neq 0$.
34. Simplifică fracția $(15x^2 + 5x)/5x$, $x \neq 0$.
35. Calculează $6/(x + 1) + 5/(x + 3)$, $x \notin \{-1, -3\}$.
36. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 36)$?
37. Calculează $5/(x + 4) + 5/(x + 3)$, $x \notin \{-4, -3\}$.
38. Calculează $(x^2 - 25)/(x + 3) : (x - 5)/(x + 3)$, $x \notin \{-3, 5\}$.
39. Calculează $(x + 3)/(x - 5) \cdot (x - 5)/(x + 1)$.
40. Simplifică $(4x + 24)/(4x^2 - 144)$, $x \neq \pm 6$.
41. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 9)$?
42. Calculează $1/(x - 3) - 1/(x + 3)$, $x \neq \pm 3$.
43. Calculează $(x + 2)/(x - 6) \cdot (x - 6)/(x - 5)$.
44. Simplifică fracția $(12x^2 + 21x)/3x$, $x \neq 0$.
45. Calculează $6/(x + 1) + 6/(x + 3)$, $x \notin \{-1, -3\}$.
46. Simplifică fracția $(12x^2 + 8x)/2x$, $x \neq 0$.

47. Simplifică $(2x + 14)/(2x^2 - 98)$, $x \neq \pm 7$.

48. Simplifică $(5x + 20)/(5x^2 - 80)$, $x \neq \pm 4$.

49. Pentru ce valori ale lui x are sens fracția $1/(x^2 - 64)$?

50. Simplifică $(2x + 6)/(2x^2 - 18)$, $x \neq \pm 3$.

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **x + 7** — Împărțirea se transformă în înmulțire cu inversa: $(x^2 - 49)/(x + 8) \cdot (x + 8)/(x - 7) = (x - 7)(x + 7)/(x - 7) = x + 7$.
2. **1/(x − 8)** — Numărător: $4(x + 8)$. Numitor: $4(x^2 - 64) = 4(x - 8)(x + 8)$. Simplificăm cu $4(x + 8)$: $1/(x - 8)$.
3. **(x − 3)/(x + 2)** — Simplificăm factorul comun $(x - 2)$: rămâne $(x - 3)/(x + 2)$.
4. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$** — Numitorul se anulează când $x^2 = 4$, adică $x = 2$ sau $x = -2$. Fracția are sens pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.
5. **6x + 1** — Scoatem factorul comun 5x: $5x(6x + 1)/5x = 6x + 1$.
6. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$** — Numitorul se anulează când $x^2 = 16$, adică $x = 4$ sau $x = -4$. Fracția are sens pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$.
7. **1/(x − 6)** — Numărător: $3(x + 6)$. Numitor: $3(x^2 - 36) = 3(x - 6)(x + 6)$. Simplificăm cu $3(x + 6)$: $1/(x - 6)$.
8. **1/(x − 5)** — Numărător: $2(x + 5)$. Numitor: $2(x^2 - 25) = 2(x - 5)(x + 5)$. Simplificăm cu $2(x + 5)$: $1/(x - 5)$.
9. **(x − 4)/(x + 4)** — Numărător: $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$. Numitor: $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$. Simplificăm cu $(x + 4)$: $(x - 4)/(x + 4)$.
10. **(x − 3)/(x + 3)** — Numărător: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. Numitor: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$. Simplificăm cu $(x + 3)$: $(x - 3)/(x + 3)$.
11. **(7x + 37)/((x + 1)(x + 6))** — Numitor comun: $(x + 1)(x + 6)$. Amplificăm: $6(x + 6) + 1(x + 1) = 7x + 37$. Rezultat: $(7x + 37)/((x + 1)(x + 6))$.
12. **14/((x − 7)(x + 7))** — Numitor comun $(x - 7)(x + 7)$: $[(x + 7) - (x - 7)]/((x - 7)(x + 7)) = 14/((x - 7)(x + 7))$.
13. **3x + 5** — Scoatem factorul comun 5x: $5x(3x + 5)/5x = 3x + 5$.
14. **4x + 2** — Scoatem factorul comun 3x: $3x(4x + 2)/3x = 4x + 2$.
15. **1/(x − 5)** — Numărător: $3(x + 5)$. Numitor: $3(x^2 - 25) = 3(x - 5)(x + 5)$. Simplificăm cu $3(x + 5)$: $1/(x - 5)$.
16. **1/(x − 2)** — Numărător: $5(x + 2)$. Numitor: $5(x^2 - 4) = 5(x - 2)(x + 2)$. Simplificăm cu $5(x + 2)$: $1/(x - 2)$.
17. **2x + 3** — Scoatem factorul comun 4x: $4x(2x + 3)/4x = 2x + 3$.

18. **(5x + 11)/((x + 1)(x + 4))** — Numitor comun: (x + 1)(x + 4). Amplificăm: 2(x + 4) + 3(x + 1) = 5x + 11. Rezultat: (5x + 11)/((x + 1)(x + 4)).
19. **(8x + 16)/((x + 1)(x + 5))** — Numitor comun: (x + 1)(x + 5). Amplificăm: 2(x + 5) + 6(x + 1) = 8x + 16. Rezultat: (8x + 16)/((x + 1)(x + 5)).
20. **(x − 7)/(x + 7)** — Numărător: $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$. Numitor: $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$. Simplificăm cu (x + 7): (x − 7)/(x + 7).
21. **(x − 5)/(x + 4)** — Simplificăm factorul comun (x − 6): rămâne (x − 5)/(x + 4).
22. **12/((x − 6)(x + 6))** — Numitor comun (x − 6)(x + 6): [(x + 6) − (x − 6)]/((x − 6)(x + 6)) = 12/((x − 6)(x + 6)).
23. **5x + 1** — Scoatem factorul comun 3x: 3x(5x + 1)/3x = 5x + 1.
24. **4/((x − 2)(x + 2))** — Numitor comun (x − 2)(x + 2): [(x + 2) − (x − 2)]/((x − 2)(x + 2)) = 4/((x − 2)(x + 2)).
25. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{-9, 9\}$** — Numitorul se anulează când $x^2 = 81$, adică x = 9 sau x = −9. Fracția are sens pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-9, 9\}$.
26. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{-7, 7\}$** — Numitorul se anulează când $x^2 = 49$, adică x = 7 sau x = −7. Fracția are sens pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-7, 7\}$.
27. **x + 8** — Împărțirea se transformă în înmulțire cu inversa: $(x^2 - 64)/(x + 3) \cdot (x + 3)/(x - 8) = (x - 8)(x + 8)/(x - 8) = x + 8$.
28. **1/(x − 9)** — Numărător: 4(x + 9). Numitor: $4(x^2 - 81) = 4(x - 9)(x + 9)$. Simplificăm cu 4(x + 9): 1/(x − 9).
29. **8/((x − 4)(x + 4))** — Numitor comun (x − 4)(x + 4): [(x + 4) − (x − 4)]/((x − 4)(x + 4)) = 8/((x − 4)(x + 4)).
30. **4x + 2** — Scoatem factorul comun 5x: 5x(4x + 2)/5x = 4x + 2.
31. **(7x + 25)/((x + 4)(x + 3))** — Numitor comun: (x + 4)(x + 3). Amplificăm: 3(x + 3) + 4(x + 4) = 7x + 25. Rezultat: (7x + 25)/((x + 4)(x + 3)).
32. **(x − 2)/(x + 2)** — Numărător: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$. Numitor: $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$. Simplificăm cu (x + 2): (x − 2)/(x + 2).
33. **4x + 9** — Scoatem factorul comun 2x: 2x(4x + 9)/2x = 4x + 9.
34. **3x + 1** — Scoatem factorul comun 5x: 5x(3x + 1)/5x = 3x + 1.
35. **(11x + 23)/((x + 1)(x + 3))** — Numitor comun: (x + 1)(x + 3). Amplificăm: 6(x + 3) + 5(x + 1) = 11x + 23. Rezultat: (11x + 23)/((x + 1)(x + 3)).
36. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{-6, 6\}$** — Numitorul se anulează când $x^2 = 36$, adică x = 6 sau x = −6. Fracția are sens pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{-6, 6\}$.
37. **(10x + 35)/((x + 4)(x + 3))** — Numitor comun: (x + 4)(x + 3). Amplificăm: 5(x + 3) + 5(x + 4) = 10x + 35. Rezultat: (10x + 35)/((x + 4)(x + 3)).
38. **x + 5** — Împărțirea se transformă în înmulțire cu inversa: $(x^2 - 25)/(x + 3) \cdot (x + 3)/(x - 5) = (x - 5)(x + 5)/(x - 5) = x + 5$.

39. **(x + 3)/(x + 1)** — Simplificăm factorul comun (x − 5): rămâne (x + 3)/(x + 1).
40. **1/(x − 6)** — Numărător: 4(x + 6). Numitor: 4(x² − 36) = 4(x − 6)(x + 6). Simplificăm cu 4(x + 6): 1/(x − 6).
41. **x ∈ ℝ \ {−3, 3}** — Numitorul se anulează când x² = 9, adică x = 3 sau x = −3. Fracția are sens pentru x ∈ ℝ \ {−3, 3}.
42. **6/((x − 3)(x + 3))** — Numitor comun (x − 3)(x + 3): [(x + 3) − (x − 3)]/((x − 3)(x + 3)) = 6/((x − 3)(x + 3)).
43. **(x + 2)/(x − 5)** — Simplificăm factorul comun (x − 6): rămâne (x + 2)/(x − 5).
44. **4x + 7** — Scoatem factorul comun 3x: 3x(4x + 7)/3x = 4x + 7.
45. **(12x + 24)/((x + 1)(x + 3))** — Numitor comun: (x + 1)(x + 3). Amplificăm: 6(x + 3) + 6(x + 1) = 12x + 24. Rezultat: (12x + 24)/((x + 1)(x + 3)).
46. **6x + 4** — Scoatem factorul comun 2x: 2x(6x + 4)/2x = 6x + 4.
47. **1/(x − 7)** — Numărător: 2(x + 7). Numitor: 2(x² − 49) = 2(x − 7)(x + 7). Simplificăm cu 2(x + 7): 1/(x − 7).
48. **1/(x − 4)** — Numărător: 5(x + 4). Numitor: 5(x² − 16) = 5(x − 4)(x + 4). Simplificăm cu 5(x + 4): 1/(x − 4).
49. **x ∈ ℝ \ {−8, 8}** — Numitorul se anulează când x² = 64, adică x = 8 sau x = −8. Fracția are sens pentru x ∈ ℝ \ {−8, 8}.
50. **1/(x − 3)** — Numărător: 2(x + 3). Numitor: 2(x² − 9) = 2(x − 3)(x + 3). Simplificăm cu 2(x + 3): 1/(x − 3).

Nivel dificil (50 de exerciții)

1. Calculează (1/(x − 7) + 1/(x + 7)) · (x² − 49), x ≠ ±7.
2. Calculează x/(x + 2) + 2/(x + 2) − 1, x ≠ −2.
3. Fie E = (3x² − 12)/(3x + 6). Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru x = 5.
4. Calculează x/(x + 3) + 3/(x + 3) − 1, x ≠ −3.
5. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia 1/(x − 6) + 1/(x + 4)?
6. Fie E = (5x² − 20)/(5x + 10). Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru x = 5.
7. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia 1/(x − 3) + 1/(x + 6)?
8. Calculează (1/(x − 2) + 1/(x + 2)) · (x² − 4), x ≠ ±2.
9. Calculează 1/x + 2/(x + 3), x ∉ {0, −3}.
10. Fie E = (5x² − 80)/(5x + 20). Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru x = 9.
11. Fie E = (2x² − 18)/(2x + 6). Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru x = 7.
12. Calculează 2/x + 3/(x + 5), x ∉ {0, −5}.
13. Calculează x/(x + 6) + 6/(x + 6) − 1, x ≠ −6.

14. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia $1/(x - 3) + 1/(x + 4)$?
15. Calculează $(x^2 - 25)/(x^2 - 10x + 25) \cdot (x - 5)/(x + 5)$, $x \neq \pm 5$.
16. Fie $E = (5x^2 - 125)/(5x + 25)$. Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru $x = 11$.
17. Calculează $3/x + 5/(x + 1)$, $x \notin \{0, -1\}$.
18. Calculează $x/(x + 4) + 4/(x + 4) - 1$, $x \neq -4$.
19. Pentru ce valori ale lui x este egală cu 0 fracția $(x^2 - 25)/(x + 3)$?
20. Calculează $(x + 5)/(x - 5) - (x - 5)/(x + 5)$, $x \neq \pm 5$.
21. Calculează $x/(x - 6) \cdot (x^2 - 36)/x^2$, $x \notin \{0, 6\}$.
22. Calculează $(1/(x - 8) + 1/(x + 8)) \cdot (x^2 - 64)$, $x \neq \pm 8$.
23. Calculează valoarea fracției $(x^2 - 1)/(x - 1)$ pentru $x = 5$.
24. Simplifică fracția $(x^2 + 12x + 36)/(x^2 - 36)$, $x \neq \pm 6$.
25. Calculează $5/x + 1/(x + 4)$, $x \notin \{0, -4\}$.
26. Calculează $(x + 3)/(x - 3) - (x - 3)/(x + 3)$, $x \neq \pm 3$.
27. Simplifică fracția $(x^2 + 8x + 16)/(x^2 - 16)$, $x \neq \pm 4$.
28. Calculează $(x^2 - 9)/(x^2 - 6x + 9) \cdot (x - 3)/(x + 3)$, $x \neq \pm 3$.
29. Calculează $(1/(x - 3) + 1/(x + 3)) \cdot (x^2 - 9)$, $x \neq \pm 3$.
30. Calculează $5/x + 2/(x + 3)$, $x \notin \{0, -3\}$.
31. Calculează $x/(x - 5) \cdot (x^2 - 25)/x^2$, $x \notin \{0, 5\}$.
32. Calculează $(x^2 - 36)/(x^2 - 12x + 36) \cdot (x - 6)/(x + 6)$, $x \neq \pm 6$.
33. Fie $E = (3x^2 - 3)/(3x + 3)$. Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru $x = 3$.
34. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia $1/(x - 4) + 1/(x + 7)$?
35. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia $1/(x - 6) + 1/(x + 5)$?
36. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia $1/(x - 3) + 1/(x + 7)$?
37. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia $1/(x - 4) + 1/(x + 2)$?
38. Calculează $x/(x + 5) + 5/(x + 5) - 1$, $x \neq -5$.
39. Pentru ce valori ale lui x are sens expresia $1/(x - 5) + 1/(x + 4)$?
40. Fie $E = (6x^2 - 6)/(6x + 6)$. Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru $x = 3$.
41. Calculează $(x^2 - 49)/(x^2 - 14x + 49) \cdot (x - 7)/(x + 7)$, $x \neq \pm 7$.
42. Calculează $(x + 4)/(x - 4) - (x - 4)/(x + 4)$, $x \neq \pm 4$.
43. Calculează $5/x + 2/(x + 1)$, $x \notin \{0, -1\}$.
44. Calculează $x/(x - 7) \cdot (x^2 - 49)/x^2$, $x \notin \{0, 7\}$.
45. Fie $E = (6x^2 - 150)/(6x + 30)$. Simplifică E și calculează valoarea lui E pentru $x = 11$.
46. Calculează valoarea fracției $(x^2 - 25)/(x - 5)$ pentru $x = 4$.

47. Calculează $3/x + 2/(x + 2)$, $x \notin \{0, -2\}$.

48. Calculează valoarea fracției $(x^2 - 1)/(x - 1)$ pentru $x = 6$.

49. Simplifică fracția $(x^2 + 10x + 25)/(x^2 - 25)$, $x \neq \pm 5$.

50. Simplifică fracția $(x^2 + 6x + 9)/(x^2 - 9)$, $x \neq \pm 3$.

▼ Arată răspunsurile: nivel dificil

1. **2x** — Suma din paranteză: $(x + 7 + x - 7)/((x - 7)(x + 7)) = 2x/(x^2 - 49)$. Apoi $2x/(x^2 - 49) \cdot (x^2 - 49) = 2x$.
2. **0** — Cele trei termeni au același numitor: $(x + 2)/(x + 2) - 1 = 1 - 1 = 0$.
3. **3** — $E = 3(x - 2)(x + 2)/(3(x + 2)) = x - 2$. Pentru $x = 5$: $5 - 2 = 3$.
4. **0** — Cele trei termeni au același numitor: $(x + 3)/(x + 3) - 1 = 1 - 1 = 0$.
5. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{6, -4\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x - 6 \neq 0 \Rightarrow x \neq 6$; $x + 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -4$. Deci $x \in \mathbb{R} \setminus \{6, -4\}$.
6. **3** — $E = 5(x - 2)(x + 2)/(5(x + 2)) = x - 2$. Pentru $x = 5$: $5 - 2 = 3$.
7. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -6\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$; $x + 6 \neq 0 \Rightarrow x \neq -6$. Deci $x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -6\}$.
8. **2x** — Suma din paranteză: $(x + 2 + x - 2)/((x - 2)(x + 2)) = 2x/(x^2 - 4)$. Apoi $2x/(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 4) = 2x$.
9. **$(3x + 3)/(x(x + 3))$** — Numitor comun $x(x + 3)$: $1(x + 3) + 2x = 3x + 3$. Rezultat: $(3x + 3)/(x(x + 3))$.
10. **5** — $E = 5(x - 4)(x + 4)/(5(x + 4)) = x - 4$. Pentru $x = 9$: $9 - 4 = 5$.
11. **4** — $E = 2(x - 3)(x + 3)/(2(x + 3)) = x - 3$. Pentru $x = 7$: $7 - 3 = 4$.
12. **$(5x + 10)/(x(x + 5))$** — Numitor comun $x(x + 5)$: $2(x + 5) + 3x = 5x + 10$. Rezultat: $(5x + 10)/(x(x + 5))$.
13. **0** — Cele trei termeni au același numitor: $(x + 6)/(x + 6) - 1 = 1 - 1 = 0$.
14. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -4\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$; $x + 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -4$. Deci $x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -4\}$.
15. **1** — $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$; $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$. Produsul $= (x - 5)(x + 5)/(x - 5)^2 \cdot (x - 5)/(x + 5) = 1$.
16. **6** — $E = 5(x - 5)(x + 5)/(5(x + 5)) = x - 5$. Pentru $x = 11$: $11 - 5 = 6$.
17. **$(8x + 3)/(x(x + 1))$** — Numitor comun $x(x + 1)$: $3(x + 1) + 5x = 8x + 3$. Rezultat: $(8x + 3)/(x(x + 1))$.
18. **0** — Cele trei termeni au același numitor: $(x + 4)/(x + 4) - 1 = 1 - 1 = 0$.
19. **$x \in \{-5, 5\}$** — O fracție este 0 când numărătorul este 0 și numitorul este nenul: $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$; numitorul $x + 3 \neq 0$ pentru $x = \pm 5$.

20. **$20x/((x-5)(x+5))$** — Numitor comun $(x-5)(x+5)$: $[(x+5)^2-(x-5)^2]/((x-5)(x+5)) = 20x/((x-5)(x+5))$.
21. **$(x+6)/x$** — $x/(x-6)\cdot(x-6)(x+6)/x^2 = (x+6)/x$.
22. **$2x$** — Suma din paranteză: $(x+8+x-8)/((x-8)(x+8)) = 2x/(x^2-64)$. Apoi $2x/(x^2-64)\cdot(x^2-64) = 2x$.
23. **6** — Simplificăm: $(x^2-1)/(x-1) = x+1$. Pentru $x=5$: $5+1=6$.
24. **$(x+6)/(x-6)$** — $x^2+12x+36=(x+6)^2$; $x^2-36=(x-6)(x+6)$. Simplificăm cu $(x+6)$: $(x+6)/(x-6)$.
25. **$(6x+20)/(x(x+4))$** — Numitor comun $x(x+4)$: $5(x+4)+1x = 6x+20$. Rezultat: $(6x+20)/(x(x+4))$.
26. **$12x/((x-3)(x+3))$** — Numitor comun $(x-3)(x+3)$: $[(x+3)^2-(x-3)^2]/((x-3)(x+3)) = 12x/((x-3)(x+3))$.
27. **$(x+4)/(x-4)$** — $x^2+8x+16=(x+4)^2$; $x^2-16=(x-4)(x+4)$. Simplificăm cu $(x+4)$: $(x+4)/(x-4)$.
28. **1** — $x^2-9=(x-3)(x+3)$; $x^2-6x+9=(x-3)^2$. Produsul $=(x-3)(x+3)/(x-3)^2\cdot(x-3)/(x+3)=1$.
29. **$2x$** — Suma din paranteză: $(x+3+x-3)/((x-3)(x+3)) = 2x/(x^2-9)$. Apoi $2x/(x^2-9)\cdot(x^2-9)=2x$.
30. **$(7x+15)/(x(x+3))$** — Numitor comun $x(x+3)$: $5(x+3)+2x = 7x+15$. Rezultat: $(7x+15)/(x(x+3))$.
31. **$(x+5)/x$** — $x/(x-5)\cdot(x-5)(x+5)/x^2 = (x+5)/x$.
32. **1** — $x^2-36=(x-6)(x+6)$; $x^2-12x+36=(x-6)^2$. Produsul $=(x-6)(x+6)/(x-6)^2\cdot(x-6)/(x+6)=1$.
33. **2** — $E = 3(x-1)(x+1)/(3(x+1)) = x-1$. Pentru $x=3$: $3-1=2$.
34. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{4, -7\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x-4\neq 0 \Rightarrow x\neq 4$; $x+7\neq 0 \Rightarrow x\neq -7$. Deci $x\in\mathbb{R}\setminus\{4,-7\}$.
35. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{6, -5\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x-6\neq 0 \Rightarrow x\neq 6$; $x+5\neq 0 \Rightarrow x\neq -5$. Deci $x\in\mathbb{R}\setminus\{6,-5\}$.
36. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -7\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x-3\neq 0 \Rightarrow x\neq 3$; $x+7\neq 0 \Rightarrow x\neq -7$. Deci $x\in\mathbb{R}\setminus\{3,-7\}$.
37. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{4, -2\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x-4\neq 0 \Rightarrow x\neq 4$; $x+2\neq 0 \Rightarrow x\neq -2$. Deci $x\in\mathbb{R}\setminus\{4,-2\}$.
38. **0** — Cele trei termeni au același numitor: $(x+5)/(x+5)-1 = 1-1 = 0$.
39. **$x \in \mathbb{R} \setminus \{5, -4\}$** — Trebuie ca ambii numitori să fie nenuli: $x-5\neq 0 \Rightarrow x\neq 5$; $x+4\neq 0 \Rightarrow x\neq -4$. Deci $x\in\mathbb{R}\setminus\{5,-4\}$.
40. **2** — $E = 6(x-1)(x+1)/(6(x+1)) = x-1$. Pentru $x=3$: $3-1=2$.

41. **1** — $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$; $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$. Produsul = $(x - 7)(x + 7)/(x - 7)^2 \cdot (x - 7)/(x + 7) = 1$.
42. **16x/((x − 4)(x + 4))** — Numitor comun $(x - 4)(x + 4)$: $[(x + 4)^2 - (x - 4)^2]/((x - 4)(x + 4)) = 16x/((x - 4)(x + 4))$.
43. **(7x + 5)/(x(x + 1))** — Numitor comun $x(x + 1)$: $5(x + 1) + 2x = 7x + 5$. Rezultat: $(7x + 5)/(x(x + 1))$.
44. **(x + 7)/x** — $x/(x - 7) \cdot (x - 7)(x + 7)/x^2 = (x + 7)/x$.
45. **6** — $E = 6(x - 5)(x + 5)/(6(x + 5)) = x - 5$. Pentru $x = 11$: $11 - 5 = 6$.
46. **9** — Simplificăm: $(x^2 - 25)/(x - 5) = x + 5$. Pentru $x = 4$: $4 + 5 = 9$.
47. **(5x + 6)/(x(x + 2))** — Numitor comun $x(x + 2)$: $3(x + 2) + 2x = 5x + 6$. Rezultat: $(5x + 6)/(x(x + 2))$.
48. **7** — Simplificăm: $(x^2 - 1)/(x - 1) = x + 1$. Pentru $x = 6$: $6 + 1 = 7$.
49. **(x + 5)/(x − 5)** — $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$; $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$. Simplificăm cu $(x + 5)$: $(x + 5)/(x - 5)$.
50. **(x + 3)/(x − 3)** — $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$; $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. Simplificăm cu $(x + 3)$: $(x + 3)/(x - 3)$.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 8-a