Ecuația de forma $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

Rezolvarea ecuațiilor de gradul II prin descompunere în factori și prin completarea pătratului, numărul soluțiilor reale, probleme.

Ecuația de gradul al doilea

O ecuație de forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ ($a \neq 0$) se numește ecuație de gradul al doilea. A o rezolva în $\mathbb{R}$ înseamnă a găsi toate numerele reale care o verifică, numite **soluții** sau **rădăcini**. O astfel de ecuație are cel mult două soluții reale.

Ecuații incomplete

$x^2 = k$: $k > 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{k}$; $k = 0 \Rightarrow x = 0$; $k < 0 \Rightarrow$ nu are soluții reale

$x(x - a) = 0 \Rightarrow x = 0$ sau $x = a$

un produs este 0 când cel puțin un factor este 0

Exemplul 1. Rezolvă $x^2 - 25 = 0$ și $x^2 - 7x = 0$.

Metoda 1 (prin descompunere). $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5) = 0 \Rightarrow x = \pm 5$. $x^2 - 7x = x(x - 7) = 0 \Rightarrow x = 0$ sau $x = 7$.

Metoda 2 (prin extragerea rădăcinii). $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$. A doua ecuație se rezolvă numai prin factor comun.

Metoda 1: descompunerea în factori

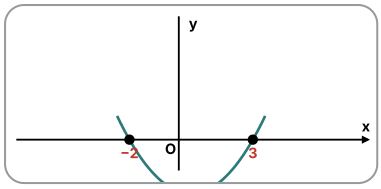
Descompunem trinomul în factori și folosim regula „produsul este 0".

Exemplul 2. Rezolvă $x^2 - x - 6 = 0$.

Metoda 1 (prin descompunere). Căutăm două numere cu suma -1 și produsul -6: -3 și 2. Atunci $(x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 3$ sau $x = -2$.

Metoda 2 (prin grafic). Parabola $y = x^2 - x - 6$ taie axa Ox în punctele de abscisă -2

și 3, care sunt soluțiile ecuației.



Soluțiile ecuației $x^2 - x - 6 = 0$ sunt abscisele punctelor în care parabola $y = x^2 - x - 6$ taie axa Ox

Exemplul 3. Rezolvă $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Rezolvare (prin grupare). Despărțim $-5x = -6x + x$ (produsul $2 \cdot (-3) = -6$): $2x^2 - 6x + x - 3 = 2x(x - 3) + (x - 3) = (x - 3)(2x + 1)$. Soluții: $x = 3$ și $x = -1/2$.

Metoda 2: completarea pătratului

Transformăm ecuația în forma $(x + h)^2 = k$, folosind formula $(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$. Metoda funcționează și când soluțiile nu sunt întregi.

Exemplul 4. Rezolvă $x^2 + 6x - 1 = 0$.

Metoda 1 (completând pătratul). $x^2 + 6x + 9 = 1 + 9 \Rightarrow (x + 3)^2 = 10 \Rightarrow x + 3 = \pm\sqrt{10} \Rightarrow x = -3 \pm \sqrt{10}$.

Metoda 2 (verificare). Pentru $x = -3 + \sqrt{10}$: $(-3 + \sqrt{10})^2 + 6(-3 + \sqrt{10}) - 1 = 9 - 6\sqrt{10} + 10 - 18 + 6\sqrt{10} - 1 = 0$ ✓.

Exemplul 5. Rezolvă $x^2 + 4x + 7 = 0$.

Rezolvare. $x^2 + 4x + 7 = (x + 2)^2 + 3 > 0$ pentru orice x real. Ecuația nu are soluții reale.

Probleme care duc la ecuații de gradul II

Exemplul 6. Produsul a două numere naturale consecutive este 72. Află numerele.

Rezolvare. Numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 72 \Rightarrow x^2 + x - 72 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 9) = 0$. Cum x este natural, $x = 8$. Numerele sunt 8 și 9.

Exemplul 7. Un dreptunghi are lungimea cu 3 cm mai mare decât lățimea și aria 54 cm². Află laturile.

Rezolvare. $x(x + 3) = 54 \Rightarrow x^2 + 3x - 54 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 9) = 0$. Cum $x > 0$, lățimea este 6 cm și lungimea 9 cm.

Greșeli frecvente

- Din $x^2 = 9$ se scrie doar $x = 3$ (se pierde $x = -3$).
- La $x^2 = 5x$ se împarte la x și se pierde soluția 0.
- Se scrie $(x + 3)(x - 2) = 5 \Rightarrow x + 3 = 5$ sau $x - 2 = 5$; produsul trebuie să fie 0 pentru a folosi regula.
- Se uită verificarea soluțiilor în problemele cu enunț.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciţii)

1. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 25$?
2. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 4) = 0$?
3. Este 4 soluție a ecuației $x^2 = 9$?
4. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 144$?
5. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 3)^2 = 0$?
6. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 196$?
7. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $6x^2 = 24$?
8. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = -9$?
9. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 1) = 0$?
10. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $5x^2 = 125$?
11. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 8)^2 = 0$?
12. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = -5$?
13. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x + 3)(x - 9) = 0$?

14. Este 0 soluție a ecuației $x^2 = 81$?
15. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 16$?
16. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 10) = 0$?
17. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 36$?
18. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 100$?
19. Este 0 soluție a ecuației $x^2 = 9$?
20. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 3)(x - 7) = 0$?
21. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 225$?
22. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 6)(x - 3) = 0$?
23. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 6) = 0$?
24. Este 10 soluție a ecuației $x^2 = 81$?
25. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 64$?
26. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 6)^2 = 0$?
27. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 10)^2 = 0$?
28. Este 64 soluție a ecuației $x^2 = 64$?
29. Este 9 soluție a ecuației $x^2 = 9$?
30. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 9)^2 = 0$?
31. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = -3$?
32. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 9$?
33. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 12) = 0$?
34. Este -5 soluție a ecuației $x^2 = 25$?
35. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = 121$?
36. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 8) = 0$?
37. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 2)^2 = 0$?
38. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 4)^2 = 0$?
39. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $2x^2 = 98$?
40. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x + 8)(x + 5) = 0$?
41. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $6x^2 = 54$?
42. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 1)(x + 5) = 0$?
43. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $(x - 1)^2 = 0$?
44. Este -8 soluție a ecuației $x^2 = 64$?
45. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = -2$?
46. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 11) = 0$?

47. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $4x^2 = 16$?

48. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 3) = 0$?

49. Care este mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 = -7$?

50. Care este mulțimea soluțiilor ecuației $x(x - 9) = 0$?

▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

1. **{−5, 5}** — $x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25}$ sau $x = -\sqrt{25}$, adică $x = 5$ sau $x = -5$. Mulțimea soluțiilor: {−5, 5}.
2. **{0, 4}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 4 = 0$, adică $x = 4$. Soluții: {0, 4}.
3. **Nu** — $(4)^2 = 16$, iar membrul drept este 9. Egalitatea nu este adevărată.
4. **{−12, 12}** — $x^2 = 144 \Rightarrow x = \sqrt{144}$ sau $x = -\sqrt{144}$, adică $x = 12$ sau $x = -12$. Mulțimea soluțiilor: {−12, 12}.
5. **{3}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 3 = 0$, deci $x = 3$. Ecuația are o singură soluție.
6. **{−14, 14}** — $x^2 = 196 \Rightarrow x = \sqrt{196}$ sau $x = -\sqrt{196}$, adică $x = 14$ sau $x = -14$. Mulțimea soluțiilor: {−14, 14}.
7. **{−2, 2}** — Împărțim la 6: $x^2 = 4$, deci $x = \pm 2$.
8. **ø** — Un pătrat de număr real nu poate fi negativ. Ecuația $x^2 = -9$ nu are soluții reale: mulțimea soluțiilor este ø.
9. **{0, 1}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 1 = 0$, adică $x = 1$. Soluții: {0, 1}.
10. **{−5, 5}** — Împărțim la 5: $x^2 = 25$, deci $x = \pm 5$.
11. **{8}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 8 = 0$, deci $x = 8$. Ecuația are o singură soluție.
12. **ø** — Un pătrat de număr real nu poate fi negativ. Ecuația $x^2 = -5$ nu are soluții reale: mulțimea soluțiilor este ø.
13. **{−3, 9}** — Un produs este 0 când un factor este 0: $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$, sau $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$.
14. **Nu** — $(0)^2 = 0$, iar membrul drept este 81. Egalitatea nu este adevărată.
15. **{−4, 4}** — $x^2 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16}$ sau $x = -\sqrt{16}$, adică $x = 4$ sau $x = -4$. Mulțimea soluțiilor: {−4, 4}.
16. **{0, 10}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 10 = 0$, adică $x = 10$. Soluții: {0, 10}.
17. **{−6, 6}** — $x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36}$ sau $x = -\sqrt{36}$, adică $x = 6$ sau $x = -6$. Mulțimea soluțiilor: {−6, 6}.
18. **{−10, 10}** — $x^2 = 100 \Rightarrow x = \sqrt{100}$ sau $x = -\sqrt{100}$, adică $x = 10$ sau $x = -10$. Mulțimea soluțiilor: {−10, 10}.
19. **Nu** — $(0)^2 = 0$, iar membrul drept este 9. Egalitatea nu este adevărată.

20. **{3, 7}** — Un produs este 0 când un factor este 0: $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$, sau $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$.
21. **{−15, 15}** — $x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225}$ sau $x = -\sqrt{225}$, adică $x = 15$ sau $x = -15$. Mulțimea soluțiilor: {−15, 15}.
22. **{3, 6}** — Un produs este 0 când un factor este 0: $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$, sau $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$.
23. **{0, 6}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 6 = 0$, adică $x = 6$. Soluții: {0, 6}.
24. **Nu** — $(10)^2 = 100$, iar membrul drept este 81. Egalitatea nu este adevărată.
25. **{−8, 8}** — $x^2 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64}$ sau $x = -\sqrt{64}$, adică $x = 8$ sau $x = -8$. Mulțimea soluțiilor: {−8, 8}.
26. **{6}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 6 = 0$, deci $x = 6$. Ecuația are o singură soluție.
27. **{10}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 10 = 0$, deci $x = 10$. Ecuația are o singură soluție.
28. **Nu** — $(64)^2 = 4096$, iar membrul drept este 64. Egalitatea nu este adevărată.
29. **Nu** — $(9)^2 = 81$, iar membrul drept este 9. Egalitatea nu este adevărată.
30. **{9}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 9 = 0$, deci $x = 9$. Ecuația are o singură soluție.
31. **ø** — Un pătrat de număr real nu poate fi negativ. Ecuația $x^2 = -3$ nu are soluții reale: mulțimea soluțiilor este ø.
32. **{−3, 3}** — $x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9}$ sau $x = -\sqrt{9}$, adică $x = 3$ sau $x = -3$. Mulțimea soluțiilor: {−3, 3}.
33. **{0, 12}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 12 = 0$, adică $x = 12$. Soluții: {0, 12}.
34. **Da** — $(-5)^2 = 25$, iar membrul drept este 25. Egalitatea este adevărată.
35. **{−11, 11}** — $x^2 = 121 \Rightarrow x = \sqrt{121}$ sau $x = -\sqrt{121}$, adică $x = 11$ sau $x = -11$. Mulțimea soluțiilor: {−11, 11}.
36. **{0, 8}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 8 = 0$, adică $x = 8$. Soluții: {0, 8}.
37. **{2}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 2 = 0$, deci $x = 2$. Ecuația are o singură soluție.
38. **{4}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 4 = 0$, deci $x = 4$. Ecuația are o singură soluție.
39. **{−7, 7}** — Împărțim la 2: $x^2 = 49$, deci $x = \pm 7$.
40. **{−8, −5}** — Un produs este 0 când un factor este 0: $x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$, sau $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$.
41. **{−3, 3}** — Împărțim la 6: $x^2 = 9$, deci $x = \pm 3$.

42. **{−5, 1}** — Un produs este 0 când un factor este 0: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, sau $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$.
43. **{1}** — Un pătrat este 0 doar când baza este 0: $x - 1 = 0$, deci $x = 1$. Ecuația are o singură soluție.
44. **Da** — $(-8)^2 = 64$, iar membrul drept este 64. Egalitatea este adevărată.
45. **ø** — Un pătrat de număr real nu poate fi negativ. Ecuația $x^2 = -2$ nu are soluții reale: mulțimea soluțiilor este ø.
46. **{0, 11}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 11 = 0$, adică $x = 11$. Soluții: {0, 11}.
47. **{−2, 2}** — Împărțim la 4: $x^2 = 4$, deci $x = \pm 2$.
48. **{0, 3}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 3 = 0$, adică $x = 3$. Soluții: {0, 3}.
49. **ø** — Un pătrat de număr real nu poate fi negativ. Ecuația $x^2 = -7$ nu are soluții reale: mulțimea soluțiilor este ø.
50. **{0, 9}** — Produsul este 0 când $x = 0$ sau $x - 9 = 0$, adică $x = 9$. Soluții: {0, 9}.

Nivel mediu (50 de exerciţii)

1. Este -5 soluție a ecuației $x^2 + 10x + 24 = 0$?
2. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $4x^2 = 4$.
3. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $4x^2 - 20x + 24 = 0$.
4. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $16x^2 = 9$.
5. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 3)^2 = 25$.
6. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $16x^2 = 64$.
7. Este 6 soluție a ecuației $x^2 - 36 = 0$?
8. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2x^2 - 10x + 8 = 0$.
9. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 144 = 0$.
10. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 10x + 24 = 0$.
11. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $9x^2 = 81$.
12. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 9x + 20 = 0$.
13. Este -2 soluție a ecuației $x^2 - x - 6 = 0$?
14. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 7)^2 = 49$.
15. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2x^2 - 16x + 30 = 0$.
16. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 4x - 5 = 0$.
17. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 7x + 12 = 0$.
18. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $4x^2 - 20x + 16 = 0$.
19. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 3x = 0$.

20. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $9x^2 = 16$.

21. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 5x + 6 = 0$.

22. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 100 = 0$.

23. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 2x - 3 = 0$.

24. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $4x^2 = 64$.

25. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 8x = 0$.

26. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2x^2 - 18x + 36 = 0$.

27. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $25x^2 = 25$.

28. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + x - 72 = 0$.

29. Este -1 soluție a ecuației $x^2 - 3x - 10 = 0$?

30. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $4x^2 - 36x + 72 = 0$.

31. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 2x - 48 = 0$.

32. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 5)^2 = 9$.

33. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 25 = 0$.

34. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 16 = 0$.

35. Este -3 soluție a ecuației $x^2 + 7x + 12 = 0$?

36. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 5x = 0$.

37. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 9x + 14 = 0$.

38. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $4x^2 - 32x + 60 = 0$.

39. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 7)^2 = 16$.

40. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + x - 20 = 0$.

41. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 2x = 0$.

42. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 3)^2 = 4$.

43. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 36 = 0$.

44. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $3x^2 - 24x + 45 = 0$.

45. Este -6 soluție a ecuației $x^2 + 11x + 28 = 0$?

46. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 3)^2 = 64$.

47. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 7x = 0$.

48. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 - 7x + 6 = 0$.

49. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $3x^2 - 15x + 18 = 0$.

50. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 1)^2 = 25$.

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **Nu** — Înlocuim $x = -5$: $(-5)^2 + 10\cdot(-5) + 24 = -1$. Rezultatul nu este 0.
2. **{−1, 1}** — $x^2 = 4/4 = (2/2)^2$, deci $x = \pm 1$.
3. **{2, 3}** — Împărțim ecuația la 4: $x^2 - 5x + 6 = 0$, adică $(x - 3)(x - 2) = 0$. Soluțiile: {2, 3}.
4. **{−3/4, 3/4}** — $x^2 = 9/16 = (3/4)^2$, deci $x = \pm 3/4$.
5. **{−2, 8}** — $x - 3 = \pm 5$. Deci $x = 3 + 5 = 8$ sau $x = 3 - 5 = -2$.
6. **{−2, 2}** — $x^2 = 64/16 = (8/4)^2$, deci $x = \pm 2$.
7. **Da** — Înlocuim $x = 6$: $(6)^2 + 0\cdot 6 - 36 = 0$. Rezultatul este 0.
8. **{1, 4}** — Împărțim ecuația la 2: $x^2 - 5x + 4 = 0$, adică $(x - 4)(x - 1) = 0$. Soluțiile: {1, 4}.
9. **{−12, 12}** — $x^2 - 144 = (x - 12)(x + 12) = 0$, deci $x = 12$ sau $x = -12$.
10. **{−6, −4}** — $x^2 + 10x + 24 = (x + 6)(x + 4) = 0$, deci $x = -6$ sau $x = -4$.
11. **{−3, 3}** — $x^2 = 81/9 = (9/3)^2$, deci $x = \pm 3$.
12. **{−5, −4}** — $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5) = 0$, deci $x = -4$ sau $x = -5$.
13. **Da** — Înlocuim $x = -2$: $(-2)^2 - 1\cdot(-2) - 6 = 0$. Rezultatul este 0.
14. **{0, 14}** — $x - 7 = \pm 7$. Deci $x = 7 + 7 = 14$ sau $x = 7 - 7 = 0$.
15. **{3, 5}** — Împărțim ecuația la 2: $x^2 - 8x + 15 = 0$, adică $(x - 3)(x - 5) = 0$. Soluțiile: {3, 5}.
16. **{−5, 1}** — Descompunem: $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1)$ (căutăm două numere cu suma 4 și produsul −5: 5 și −1). Rădăcinile: −5 și 1.
17. **{−4, −3}** — $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4) = 0$, deci $x = -3$ sau $x = -4$.
18. **{1, 4}** — Împărțim ecuația la 4: $x^2 - 5x + 4 = 0$, adică $(x - 4)(x - 1) = 0$. Soluțiile: {1, 4}.
19. **{0, 3}** — Scoatem factorul comun x: $x(x - 3) = 0$. Deci $x = 0$ sau $x = 3$. (Atenție: nu se împarte la x, pentru că se pierde soluția 0.)
20. **{−4/3, 4/3}** — $x^2 = 16/9 = (4/3)^2$, deci $x = \pm 4/3$.
21. **{−3, −2}** — $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3) = 0$, deci $x = -2$ sau $x = -3$.
22. **{−10, 10}** — $x^2 - 100 = (x - 10)(x + 10) = 0$, deci $x = 10$ sau $x = -10$.
23. **{−3, 1}** — Descompunem: $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$ (căutăm două numere cu suma 2 și produsul −3: 3 și −1). Rădăcinile: −3 și 1.
24. **{−4, 4}** — $x^2 = 64/4 = (8/2)^2$, deci $x = \pm 4$.
25. **{0, 8}** — Scoatem factorul comun x: $x(x - 8) = 0$. Deci $x = 0$ sau $x = 8$. (Atenție: nu se împarte la x, pentru că se pierde soluția 0.)
26. **{3, 6}** — Împărțim ecuația la 2: $x^2 - 9x + 18 = 0$, adică $(x - 3)(x - 6) = 0$. Soluțiile: {3, 6}.
27. **{−1, 1}** — $x^2 = 25/25 = (5/5)^2$, deci $x = \pm 1$.
28. **{−9, 8}** — Descompunem: $x^2 + x - 72 = (x + 9)(x - 8)$ (căutăm două numere cu suma 1 și produsul −72: 9 și −8). Rădăcinile: −9 și 8.

29. **Nu** — Înlocuim $x = -1$: $(-1)^2 - 3\cdot(-1) - 10 = -6$. Rezultatul nu este 0.
30. **{3, 6}** — Împărțim ecuația la 4: $x^2 - 9x + 18 = 0$, adică $(x - 3)(x - 6) = 0$. Soluțiile: {3, 6}.
31. **{−8, 6}** — Descompunem: $x^2 + 2x - 48 = (x + 8)(x - 6)$ (căutăm două numere cu suma 2 și produsul −48: 8 și −6). Rădăcinile: −8 și 6.
32. **{2, 8}** — $x - 5 = \pm 3$. Deci $x = 5 + 3 = 8$ sau $x = 5 - 3 = 2$.
33. **{−5, 5}** — Descompunem: $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$ (căutăm două numere cu suma 0 și produsul −25: −5 și 5). Rădăcinile: 5 și −5.
34. **{−4, 4}** — $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4) = 0$, deci $x = 4$ sau $x = -4$.
35. **Da** — Înlocuim $x = -3$: $(-3)^2 + 7\cdot(-3) + 12 = 0$. Rezultatul este 0.
36. **{0, 5}** — Scoatem factorul comun x: $x(x - 5) = 0$. Deci $x = 0$ sau $x = 5$. (Atenție: nu se împarte la x, pentru că se pierde soluția 0.)
37. **{−7, −2}** — $x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2) = 0$, deci $x = -7$ sau $x = -2$.
38. **{3, 5}** — Împărțim ecuația la 4: $x^2 - 8x + 15 = 0$, adică $(x - 5)(x - 3) = 0$. Soluțiile: {3, 5}.
39. **{3, 11}** — $x - 7 = \pm 4$. Deci $x = 7 + 4 = 11$ sau $x = 7 - 4 = 3$.
40. **{−5, 4}** — Descompunem: $x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4)$ (căutăm două numere cu suma 1 și produsul −20: 5 și −4). Rădăcinile: −5 și 4.
41. **{0, 2}** — Scoatem factorul comun x: $x(x - 2) = 0$. Deci $x = 0$ sau $x = 2$. (Atenție: nu se împarte la x, pentru că se pierde soluția 0.)
42. **{−5, −1}** — $x + 3 = \pm 2$. Deci $x = -3 + 2 = -1$ sau $x = -3 - 2 = -5$.
43. **{−6, 6}** — $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6) = 0$, deci $x = 6$ sau $x = -6$.
44. **{3, 5}** — Împărțim ecuația la 3: $x^2 - 8x + 15 = 0$, adică $(x - 3)(x - 5) = 0$. Soluțiile: {3, 5}.
45. **Nu** — Înlocuim $x = -6$: $(-6)^2 + 11\cdot(-6) + 28 = -2$. Rezultatul nu este 0.
46. **{−5, 11}** — $x - 3 = \pm 8$. Deci $x = 3 + 8 = 11$ sau $x = 3 - 8 = -5$.
47. **{0, 7}** — Scoatem factorul comun x: $x(x - 7) = 0$. Deci $x = 0$ sau $x = 7$. (Atenție: nu se împarte la x, pentru că se pierde soluția 0.)
48. **{1, 6}** — Descompunem: $x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$ (căutăm două numere cu suma −7 și produsul 6: −1 și −6). Rădăcinile: 1 și 6.
49. **{2, 3}** — Împărțim ecuația la 3: $x^2 - 5x + 6 = 0$, adică $(x - 3)(x - 2) = 0$. Soluțiile: {2, 3}.
50. **{−4, 6}** — $x - 1 = \pm 5$. Deci $x = 1 + 5 = 6$ sau $x = 1 - 5 = -4$.

Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $3x^2 - 9x + 6 = 0$.
2. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 4)(x + 1) = 10$.

3. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 2x + 5 = 0$.
4. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 4x - 5 = 0$.
5. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 8x + 19 = 0$.
6. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2x^2 + 16x + 24 = 0$.
7. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 6x + 12 = 0$.
8. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 3)(x + 6) = 4$.
9. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 4)^2 = 7$.
10. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 6)^2 = 2$.
11. Produsul a două numere naturale consecutive este 6. Care sunt numerele?
12. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 10x + 6 = 0$.
13. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 4x + 8 = 0$.
14. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 4)(x + 4) = 121$.
15. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 10x + 27 = 0$.
16. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 10x - 1 = 0$.
17. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 5)(x + 2) = 10$.
18. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 4x + 6 = 0$.
19. Dacă x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 + 8x + 12 = 0$, calculează $x_1 + x_2$.
20. Produsul a două numere naturale consecutive este 56. Care sunt numerele?
21. Produsul a două numere naturale consecutive este 72. Care sunt numerele?
22. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2x^2 - 5x + 2 = 0$.
23. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 4x + 9 = 0$.
24. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 4)(x + 5) = 72$.
25. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 + 12x + 39 = 0$.
26. Un dreptunghi are lungimea cu 3 cm mai mare decât lățimea și aria 54 cm². Care este lățimea dreptunghiului?
27. Un dreptunghi are lungimea cu 6 cm mai mare decât lățimea și aria 16 cm². Care este lățimea dreptunghiului?
28. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 4x - 1 = 0$.
29. Produsul a două numere naturale consecutive este 132. Care sunt numerele?
30. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 5)(x + 3) = 120$.
31. Un dreptunghi are lungimea cu 6 cm mai mare decât lățimea și aria 91 cm². Care este lățimea dreptunghiului?
32. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 1)(x + 6) = 84$.
33. Produsul a două numere naturale consecutive este 110. Care sunt numerele?

34. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $3x^2 + 7x - 20 = 0$.
35. Dacă x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$, calculează $x_1 + x_2$.
36. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 5)^2 = 24$.
37. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 5)(x + 6) = 56$.
38. Produsul a două numere naturale consecutive este 30. Care sunt numerele?
39. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 3)(x + 3) = 100$.
40. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2x^2 + 16x + 30 = 0$.
41. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 4)(x + 3) = 110$.
42. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 2)^2 = 11$.
43. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 10x - 2 = 0$.
44. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x - 1)^2 = 18$.
45. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 1)(x + 4) = -2$.
46. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 2x - 4 = 0$.
47. Un dreptunghi are lungimea cu 6 cm mai mare decât lățimea și aria 112 cm². Care este lățimea dreptunghiului?
48. Rezolvă în $\mathbb{R}$, prin completarea pătratului, ecuația $x^2 + 4x + 3 = 0$.
49. Dacă x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x - 18 = 0$, calculează $x_1 + x_2$.
50. Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $(x + 1)^2 = 5$.

▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **{1, 2}** — Ecuația se scrie $(3x - 6)(x - 1) = 0$. Din primul factor, $x = 2$; din al doilea, $x = 1$.
2. **{−6, 1}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 5x + 4 = 10$, adică $x^2 + 5x - 6 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile $\{-6, 1\}$.
3. **∅** — $x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$. Un pătrat plus 4 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
4. **{−5, 1}** — Completăm pătratul: $x^2 + 4x + 4 = 9 \Rightarrow (x + 2)^2 = 9$, deci $x + 2 = \pm 3$ și $x = -2 \pm 3$.
5. **∅** — $x^2 + 8x + 19 = (x + 4)^2 + 3$. Un pătrat plus 3 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
6. **{−6, −2}** — Ecuația se scrie $(2x + 4)(x + 6) = 0$. Din primul factor, $x = -2$; din al doilea, $x = -6$.
7. **∅** — $x^2 + 6x + 12 = (x + 3)^2 + 3$. Un pătrat plus 3 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
8. **{−7, −2}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 9x + 18 = 4$, adică $x^2 + 9x + 14 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile $\{-7, -2\}$.

9. **{−4 − √7, −4 + √7}** — $x + 4 = \pm\sqrt{7}$, deci $x = -4 \pm \sqrt{7}$. Soluțiile: $\{-4 - \sqrt{7}, -4 + \sqrt{7}\}$.
10. **{−6 − √2, −6 + √2}** — $x + 6 = \pm\sqrt{2}$, deci $x = -6 \pm \sqrt{2}$. Soluțiile: $\{-6 - \sqrt{2}, -6 + \sqrt{2}\}$.
11. **2 și 3** — Notăm numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 3) = 0$. Cum x este natural, $x = 2$, deci numerele sunt 2 și 3.
12. **{−5 − √19, −5 + √19}** — Completăm pătratul: $x^2 + 10x + 25 = 19 \Rightarrow (x + 5)^2 = 19$, deci $x = -5 \pm \sqrt{19}$.
13. **ø** — $x^2 + 4x + 8 = (x + 2)^2 + 4$. Un pătrat plus 4 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
14. **{−15, 7}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 8x + 16 = 121$, adică $x^2 + 8x - 105 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile $\{-15, 7\}$.
15. **ø** — $x^2 + 10x + 27 = (x + 5)^2 + 2$. Un pătrat plus 2 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
16. **{−5 − √26, −5 + √26}** — Completăm pătratul: $x^2 + 10x + 25 = 26 \Rightarrow (x + 5)^2 = 26$, deci $x = -5 \pm \sqrt{26}$.
17. **{−7, 0}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 7x + 10 = 10$, adică $x^2 + 7x = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile $\{-7, 0\}$.
18. **ø** — $x^2 + 4x + 6 = (x + 2)^2 + 2$. Un pătrat plus 2 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
19. **−8** — Soluțiile sunt −2 și −6, deci $x_1 + x_2 = -2 + (-6) = -8$.
20. **7 și 8** — Notăm numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 56 \Rightarrow x^2 + x - 56 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 8) = 0$. Cum x este natural, $x = 7$, deci numerele sunt 7 și 8.
21. **8 și 9** — Notăm numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 72 \Rightarrow x^2 + x - 72 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 9) = 0$. Cum x este natural, $x = 8$, deci numerele sunt 8 și 9.
22. **{1/2, 2}** — Ecuația se scrie $(2x - 1)(x - 2) = 0$. Din primul factor, $x = 1/2$; din al doilea, $x = 2$.
23. **ø** — $x^2 + 4x + 9 = (x + 2)^2 + 5$. Un pătrat plus 5 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
24. **{−13, 4}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 9x + 20 = 72$, adică $x^2 + 9x - 52 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile $\{-13, 4\}$.
25. **ø** — $x^2 + 12x + 39 = (x + 6)^2 + 3$. Un pătrat plus 3 (pozitiv) este mai mare decât 0, deci nu poate fi egal cu 0. Ecuația nu are soluții reale.
26. **6 cm** — Lățimea x, lungimea $x + 3$: $x(x + 3) = 54 \Rightarrow x^2 + 3x - 54 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 9) = 0$. Cum $x > 0$, $x = 6$ cm.
27. **2 cm** — Lățimea x, lungimea $x + 6$: $x(x + 6) = 16 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 8) = 0$. Cum $x > 0$, $x = 2$ cm.
28. **{−2 − √5, −2 + √5}** — Completăm pătratul: $x^2 + 4x + 4 = 5 \Rightarrow (x + 2)^2 = 5$, deci $x = -2 \pm \sqrt{5}$.

29. **11 și 12** — Notăm numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 132 \Rightarrow x^2 + x - 132 = 0 \Rightarrow (x - 11)(x + 12) = 0$. Cum x este natural, $x = 11$, deci numerele sunt 11 și 12.

30. **{−15, 7}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 8x + 15 = 120$, adică $x^2 + 8x - 105 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile {−15, 7}.

31. **7 cm** — Lățimea x, lungimea $x + 6$: $x(x + 6) = 91 \Rightarrow x^2 + 6x - 91 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 13) = 0$. Cum $x > 0$, $x = 7$ cm.

32. **{−13, 6}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 7x + 6 = 84$, adică $x^2 + 7x - 78 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile {−13, 6}.

33. **10 și 11** — Notăm numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 110 \Rightarrow x^2 + x - 110 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 11) = 0$. Cum x este natural, $x = 10$, deci numerele sunt 10 și 11.

34. **{−4, 5/3}** — Ecuația se scrie $(3x - 5)(x + 4) = 0$. Din primul factor, $x = 5/3$; din al doilea, $x = -4$.

35. **1** — Soluțiile sunt −1 și 2, deci $x_1 + x_2 = -1 + 2 = 1$.

36. **{5 − 2√6, 5 + 2√6}** — $x - 5 = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$, deci $x = 5 \pm 2\sqrt{6}$. Soluțiile: {5 − 2√6, 5 + 2√6}.

37. **{−13, 2}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 11x + 30 = 56$, adică $x^2 + 11x - 26 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile {−13, 2}.

38. **5 și 6** — Notăm numerele x și $x + 1$: $x(x + 1) = 30 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 6) = 0$. Cum x este natural, $x = 5$, deci numerele sunt 5 și 6.

39. **{−13, 7}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 6x + 9 = 100$, adică $x^2 + 6x - 91 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile {−13, 7}.

40. **{−5, −3}** — Ecuația se scrie $(2x + 6)(x + 5) = 0$. Din primul factor, $x = -3$; din al doilea, $x = -5$.

41. **{−14, 7}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 7x + 12 = 110$, adică $x^2 + 7x - 98 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile {−14, 7}.

42. **{2 − √11, 2 + √11}** — $x - 2 = \pm\sqrt{11}$, deci $x = 2 \pm \sqrt{11}$. Soluțiile: {2 − √11, 2 + √11}.

43. **{−5 − 3√3, −5 + 3√3}** — Completăm pătratul: $x^2 + 10x + 25 = 27 \Rightarrow (x + 5)^2 = 27$, deci $x = -5 \pm \sqrt{27} = -5 \pm 3\sqrt{3}$.

44. **{1 − 3√2, 1 + 3√2}** — $x - 1 = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$, deci $x = 1 \pm 3\sqrt{2}$. Soluțiile: {1 − 3√2, 1 + 3√2}.

45. **{−3, −2}** — Desfacem parantezele: $x^2 + 5x + 4 = -2$, adică $x^2 + 5x + 6 = 0$. Descompunând trinomul se obțin soluțiile {−3, −2}.

46. **{−1 − √5, −1 + √5}** — Completăm pătratul: $x^2 + 2x + 1 = 5 \Rightarrow (x + 1)^2 = 5$, deci $x = -1 \pm \sqrt{5}$.

47. **8 cm** — Lățimea x, lungimea $x + 6$: $x(x + 6) = 112 \Rightarrow x^2 + 6x - 112 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 14) = 0$. Cum $x > 0$, $x = 8$ cm.

48. **{−3, −1}** — Completăm pătratul: $x^2 + 4x + 4 = 1 \Rightarrow (x + 2)^2 = 1$, deci $x + 2 = \pm 1$ și $x = -2 \pm 1$.

49. **3** — Soluțiile sunt 6 și −3, deci $x_1 + x_2 = 6 + (-3) = 3$.

50. **$\{-1 - \sqrt{5}, -1 + \sqrt{5}\}$** — $x + 1 = \pm\sqrt{5}$, deci $x = -1 \pm \sqrt{5}$. Soluțiile: $\{-1 - \sqrt{5}, -1 + \sqrt{5}\}$.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 8-a