Distanțe și unghiuri în corpuri

Recapitulare și aplicații: distanțe între puncte, diagonale, unghiuri, tangenta, sinusul și cosinusul unghiurilor în paralelipiped, cub și piramidă.

Ce ne trebuie

Aproape toate calculele de distanțe și unghiuri în corpuri se reduc la **triunghiuri dreptunghice**: căutăm un triunghi dreptunghic care conține segmentul sau unghiul cerut și aplicăm teorema lui Pitagora sau raporturile trigonometrice.

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ (diagonala paralelipipedului) cub: $d = l\sqrt{3}$

sin = cateta opusă / ipotenuză cos = cateta alăturată / ipotenuză tg = cateta opusă / cateta alăturată

Distanța dintre două puncte

Dacă între două puncte, pe direcțiile celor trei muchii, diferențele sunt x, y și z, atunci distanța este $\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$. Aplicăm Pitagora de două ori: întâi în plan, apoi în spațiu.

Exemplul 1. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA'B'C'D', AB = 6, BC = 8 și AA' = 12 (cm). Calculează AC'.

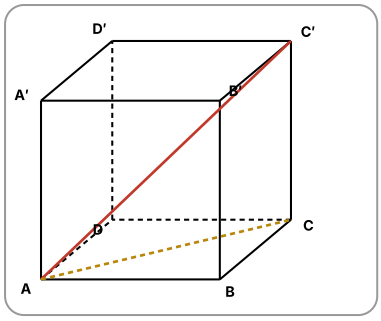
Metoda 1 (în două etape). $AC^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = 10$. $AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 100 + 144 = 244 \Rightarrow AC' = 2\sqrt{61}$ cm.

Metoda 2 (cu formula directă). $AC'^2 = 6^2 + 8^2 + 12^2 = 36 + 64 + 144 = 244 \Rightarrow AC' = 2\sqrt{61}$ cm.

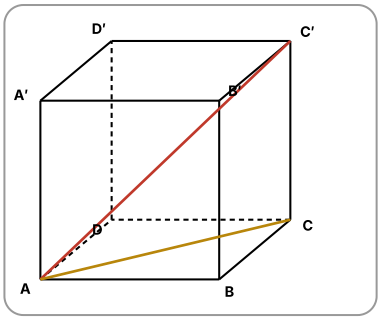
Exemplul 2. Într-un cub de muchie 4 cm, M este mijlocul lui AB și N mijlocul lui CC'. Calculează MN.

Metoda 1 (cu diferențele pe cele trei direcții). Pe direcția AB diferența este 2, pe BC este 4 și pe CC' este 2. $MN^2 = 2^2 + 4^2 + 2^2 = 24 \Rightarrow MN = 2\sqrt{6}$ cm.

Metoda 2 (verificare prin construcție). MB = 2, BC = 4 $\Rightarrow MC^2 = 4 + 16 = 20$; CN = 2 $\Rightarrow MN^2 = MC^2 + CN^2 = 20 + 4 = 24$ ($MC \perp CN$ deoarece $CC' \perp (ABC)$). $MN = 2\sqrt{6}$.



$AC'^2 = AC^2 + CC'^2$



∠C'AC este unghiul diagonalei cu planul bazei

Unghiuri în corpuri

Unghiul dintre o dreaptă și un plan este unghiul dintre dreaptă și proiecția ei. Pentru AC′ și planul (ABC), proiecția este AC, iar triunghiul C′CA este dreptunghic în C.

Exemplul 3. Într-un cub de muchie l, calculează sin, cos și tg unghiului dintre AC′ și planul (ABC).

Metoda 1 (cu laturile triunghiului C′CA). CC′ = l, AC = l√2, AC′ = l√3. sin = l/(l√3) = √3/3; cos = l√2/(l√3) = √6/3; tg = l/(l√2) = √2/2.

Metoda 2 (verificare). $\sin^2 + \cos^2 = 1/3 + 2/3 = 1$ ✓ și tg = sin/cos = √3/3 : √6/3 = 1/√2 = √2/2 ✓.

Exemplul 4. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 12 cm și VO = 8 cm. Calculează tangenta unghiului diedru dintre fața laterală și baza.

Metoda 1 (cu unghiul plan). OM = 6; tg ∠VMO = VO/OM = 8/6 = 4/3.

Metoda 2 (cu apotema). VM = 10, OM = 6 ⇒ cos = 6/10 = 3/5, sin = 4/5 ⇒ tg = 4/3.

Greșeli frecvente

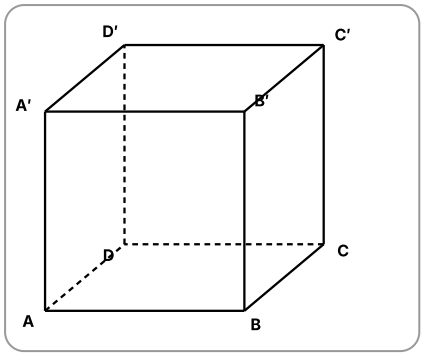
- Se aplică Pitagora cu catetele greșit alese (în triunghi trebuie să fie unghi drept).
- Se confundă proiecția unei drepte cu o dreaptă oarecare din plan.
- Se ia ca ipotenuză cateta mai lungă.
- Se calculează sinusul cu cateta alăturată.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

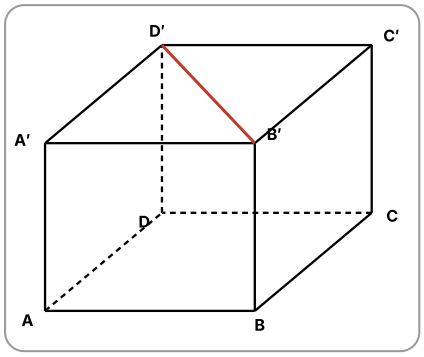
Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Într-un cub cu muchia 9 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



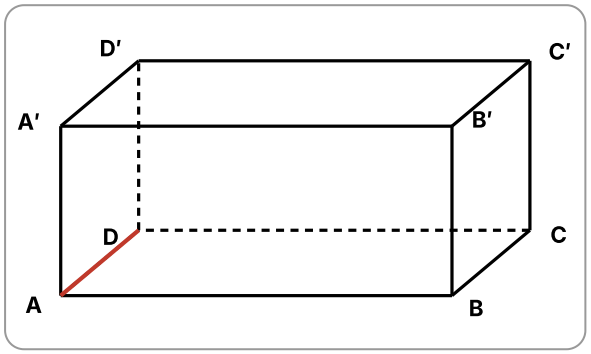
Variante: **A)** 9/2 · **B)** 9 · **C)** 9/4 · **D)** 18 · **E)** 9√2/2

2. Distanța dintre B′ și D′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 5 cm, BC = 7 cm și AA′ = 4 cm, este (cm):



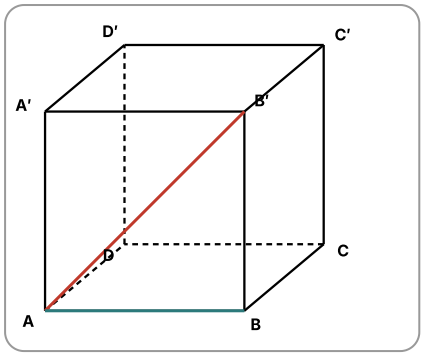
Variante: **A)** 2√19 · **B)** √77 · **C)** 5√3 · **D)** √74 · **E)** √73

3. Distanța dintre D și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 8 cm, BC = 4 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



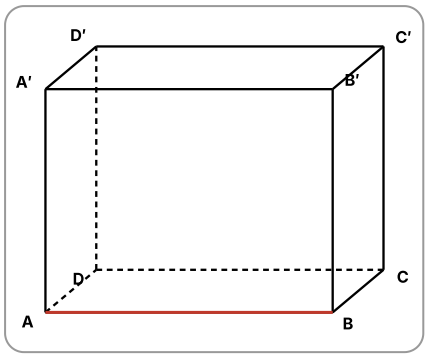
Variante: **A)** 3√2 · **B)** √19 · **C)** √15 · **D)** √17 · **E)** 4

4. Unghiul dintre diagonala unei fețe a cubului și muchia care pornește din același vârf, în aceeași față, este:



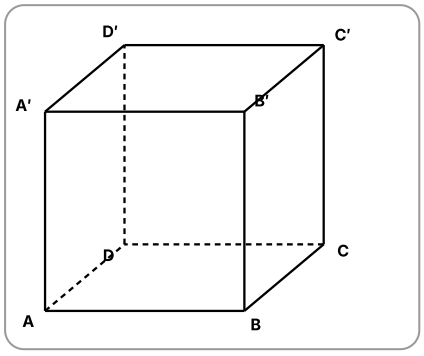
Variante: **A)** 60° · **B)** 45° · **C)** 0° · **D)** 30° · **E)** 90°

5. Distanța dintre B și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 9 cm, BC = 4 cm și AA′ = 7 cm, este (cm):



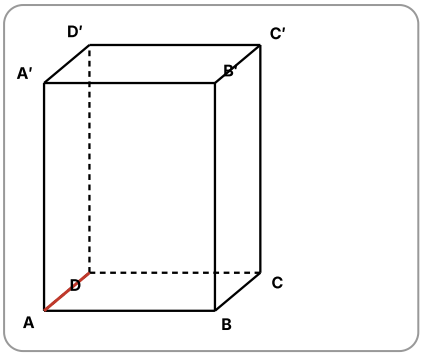
Variante: **A)** 2√21 · **B)** √83 · **C)** 9 · **D)** √82 · **E)** 4√5

6. Într-un cub cu muchia 4 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



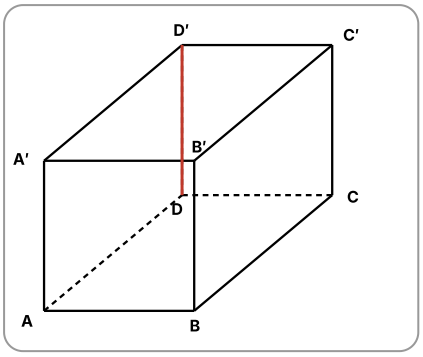
Variante: **A)** 2√2 · **B)** 4 · **C)** 2 · **D)** 8 · **E)** 1

7. Distanța dintre D și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 4 cm și AA′ = 8 cm, este (cm):



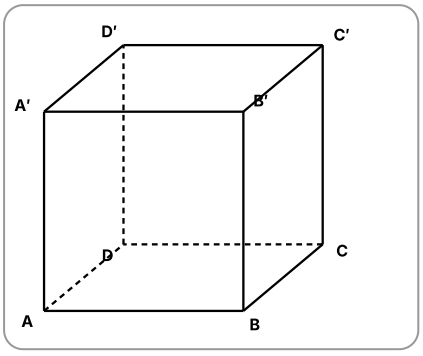
Variante: **A)** 3√2 · **B)** √15 · **C)** √19 · **D)** 4 · **E)** √17

8. Distanța dintre D și D′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 3 cm, BC = 9 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



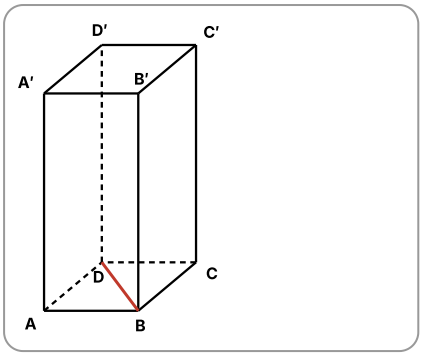
Variante: **A)** √7 · **B)** √6 · **C)** 2 · **D)** √3 · **E)** √5

9. Într-un cub cu muchia 6 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



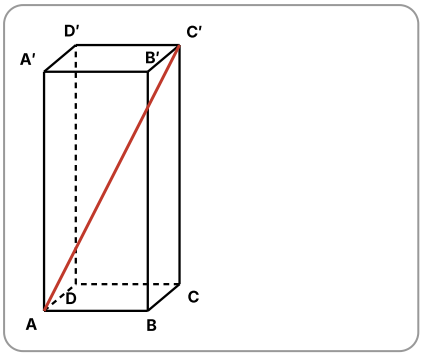
Variante: **A)** 3/2 · **B)** 12 · **C)** 3 · **D)** 3√2 · **E)** 6

10. Distanța dintre D și B, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 2 cm, BC = 4 cm și AA′ = 6 cm, este (cm):



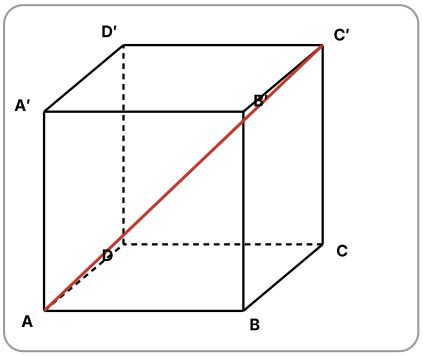
Variante: **A)** √21 · **B)** √23 · **C)** 2√5 · **D)** √19 · **E)** √22

11. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 6, 8 și 24 cm. Diagonala sa este (cm):



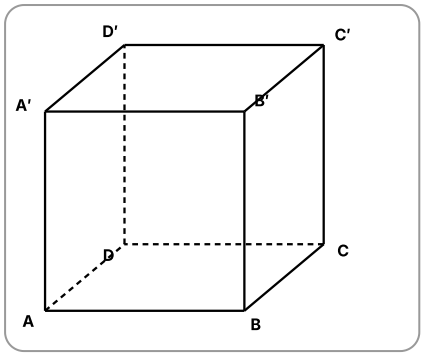
Variante: **A)** 26 · **B)** 25 · **C)** 38 · **D)** 28 · **E)** 27

12. Într-un cub cu muchia 7 cm, diagonala cubului are lungimea (cm):



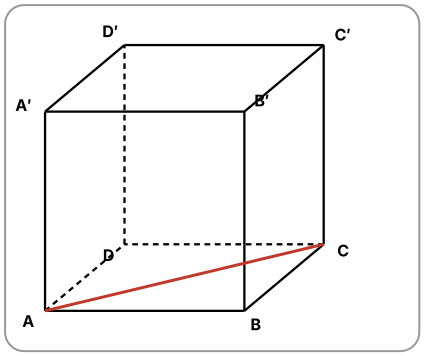
Variante: **A)** 14 · **B)** 7√5 · **C)** 7√2 · **D)** 7 · **E)** 7√3

13. Într-un cub cu muchia 7 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



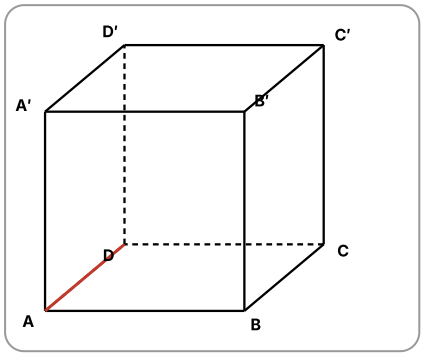
Variante: **A)** 7/4 · **B)** 7√2/2 · **C)** 7/2 · **D)** 14 · **E)** 7

14. Într-un cub cu muchia 12 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



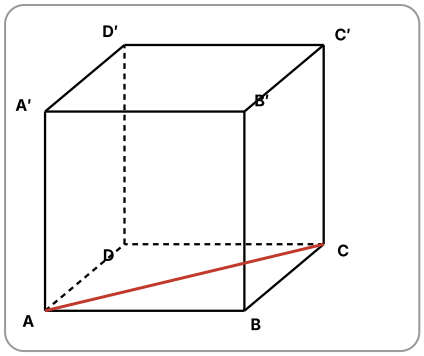
Variante: **A)** 24 · **B)** 12√3 · **C)** 12√5 · **D)** 12√2 · **E)** 12

15. Distanța dintre D și A, în cubul ABCDA'B'C'D' cu muchia 8 cm, este (cm):



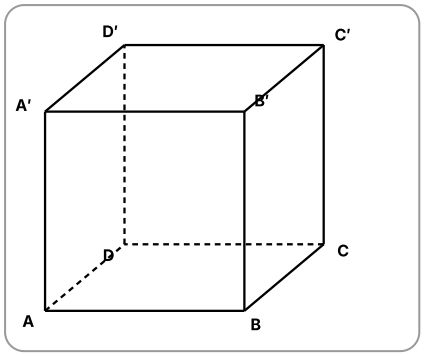
Variante: **A)** 3√7 · **B)** √67 · **C)** √65 · **D)** √66 · **E)** 8

16. Într-un cub cu muchia 4 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



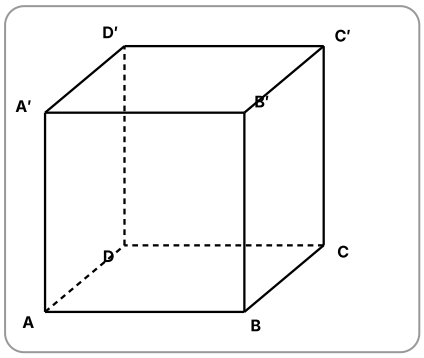
Variante: **A)** 4√5 · **B)** 4√3 · **C)** 4√2 · **D)** 4 · **E)** 8

17. Într-un cub cu muchia 5 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



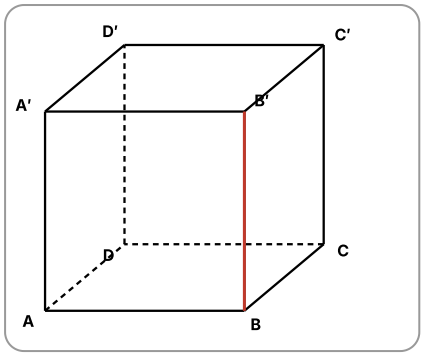
Variante: **A)** 10 · **B)** 5√2/2 · **C)** 5/2 · **D)** 5 · **E)** 5/4

18. Într-un cub cu muchia 10 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



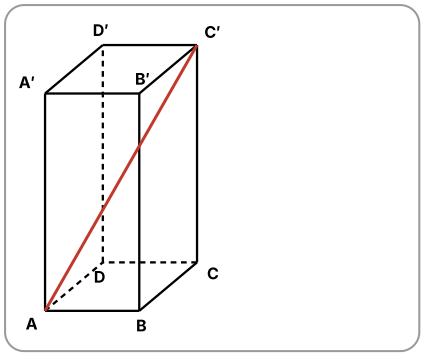
Variante: **A)** 5/2 · **B)** 5√2 · **C)** 10 · **D)** 20 · **E)** 5

19. Distanța dintre B și B′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 5 cm, este (cm):



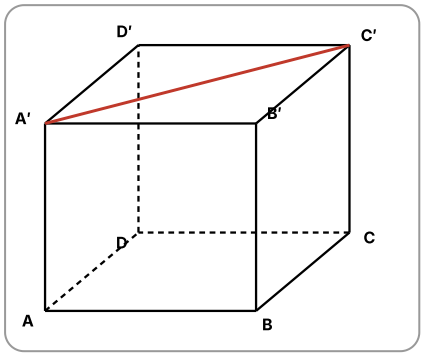
Variante: **A)** 5 · **B)** 3√3 · **C)** √26 · **D)** 2√7 · **E)** 2√6

20. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 4, 12 și 18 cm. Diagonala sa este (cm):



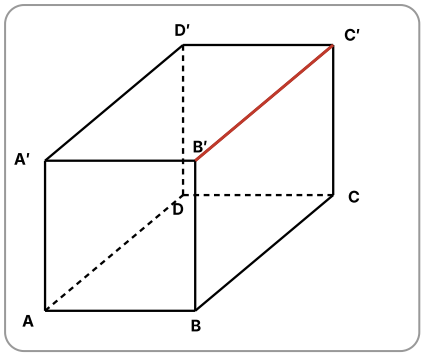
Variante: **A)** 21 · **B)** 34 · **C)** 23 · **D)** 22 · **E)** 24

21. Distanța dintre C′ și A′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 9 cm, BC = 10 cm și AA′ = 8 cm, este (cm):



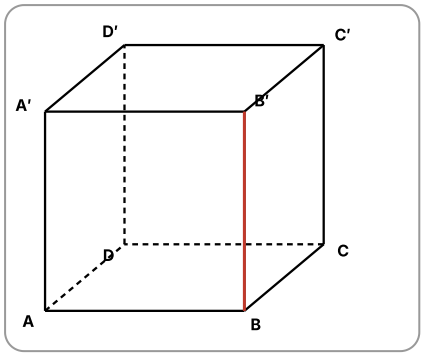
Variante: **A)** 2√46 · **B)** √183 · **C)** √181 · **D)** 6√5 · **E)** √182

22. Distanța dintre B′ și C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 2 cm, BC = 7 cm și AA′ = 3 cm, este (cm):



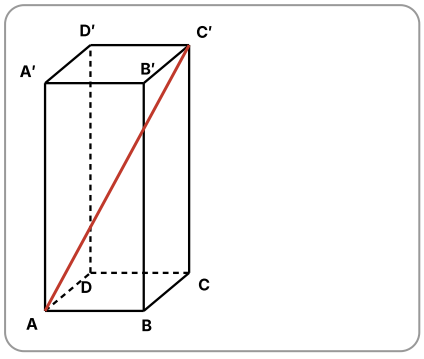
Variante: **A)** 7 · **B)** 5√2 · **C)** 4√3 · **D)** √51 · **E)** 2√13

23. Distanța dintre B′ și B, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 6 cm, este (cm):



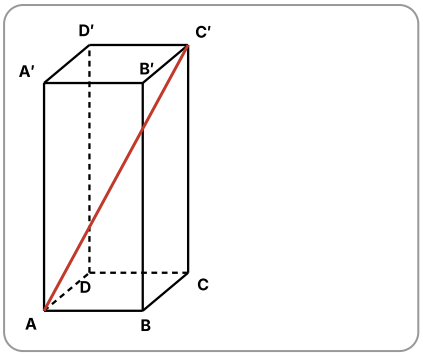
Variante: **A)** √39 · **B)** 6 · **C)** √37 · **D)** √38 · **E)** √35

24. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 4, 6 și 12 cm. Diagonala sa este (cm):



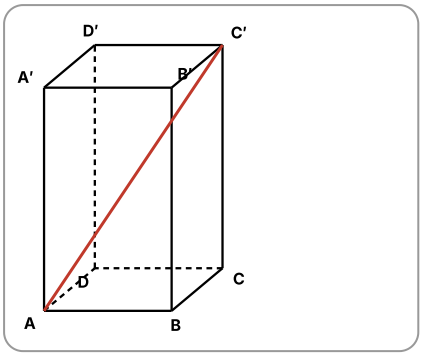
Variante: **A)** 22 · **B)** 14 · **C)** 15 · **D)** 13 · **E)** 16

25. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 2, 3 și 6 cm. Diagonala sa este (cm):



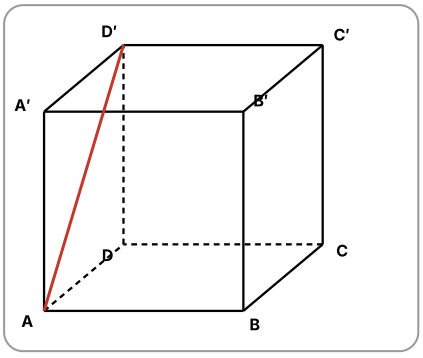
Variante: **A)** 6 · **B)** 8 · **C)** 9 · **D)** 7 · **E)** 11

26. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 12, 12 și 21 cm. Diagonala sa este (cm):



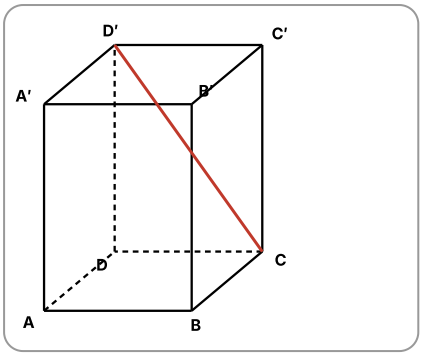
Variante: **A)** 45 · **B)** 28 · **C)** 27 · **D)** 26 · **E)** 29

27. Distanța dintre D′ și A, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 2 cm, este (cm):



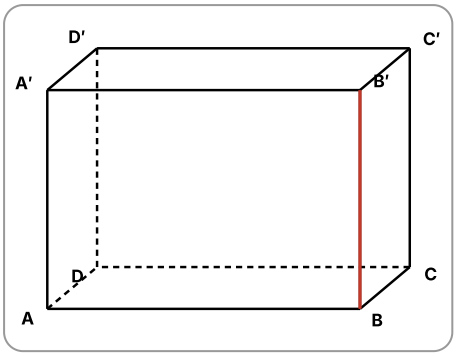
Variante: **A)** √11 · **B)** √7 · **C)** 3 · **D)** 2√2 · **E)** √10

28. Distanța dintre C și D′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 5 cm, BC = 6 cm și AA′ = 7 cm, este (cm):



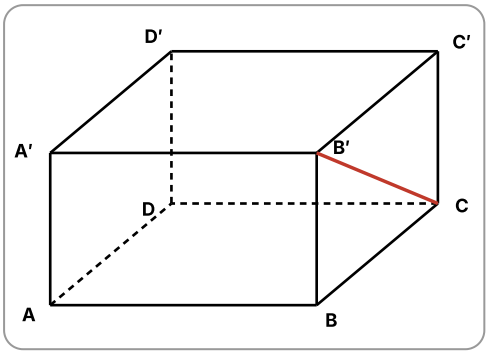
Variante: **A)** √77 · **B)** √73 · **C)** √74 · **D)** 5√3 · **E)** 2√19

29. Distanța dintre B și B′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 10 cm, BC = 4 cm și AA′ = 7 cm, este (cm):



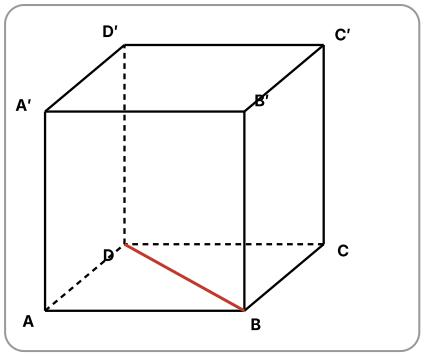
Variante: **A)** 5√2 · **B)** 4√3 · **C)** 7 · **D)** 2√13 · **E)** √51

30. Distanța dintre C și B′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 7 cm, BC = 8 cm și AA′ = 4 cm, este (cm):



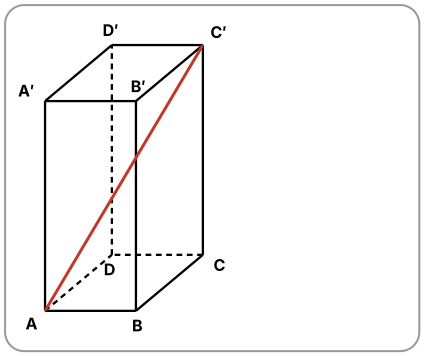
Variante: **A)** 9 · **B)** √82 · **C)** √79 · **D)** √83 · **E)** 4√5

31. Distanța dintre D și B, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 7 cm, este (cm):



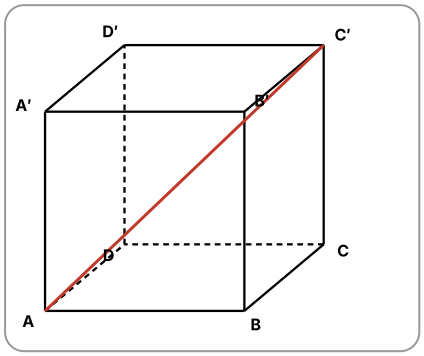
Variante: **A)** 7√2 · **B)** √101 · **C)** 3√11 · **D)** 10 · **E)** √97

32. Distanța dintre C′ și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 4 cm, BC = 8 cm și AA′ = 10 cm, este (cm):



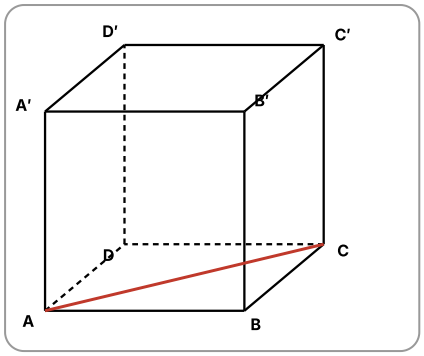
Variante: **A)** √179 · **B)** √182 · **C)** 6√5 · **D)** √181 · **E)** √183

33. Într-un cub cu muchia 8 cm, diagonala cubului are lungimea (cm):



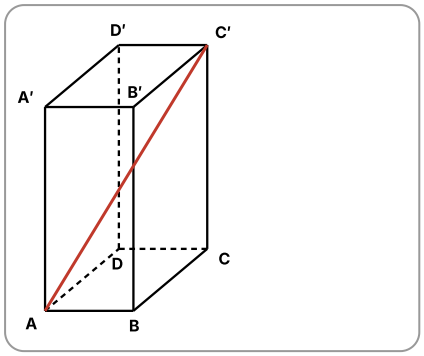
Variante: **A)** 8√2 · **B)** 8√5 · **C)** 8√3 · **D)** 8 · **E)** 16

34. Într-un cub cu muchia 5 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



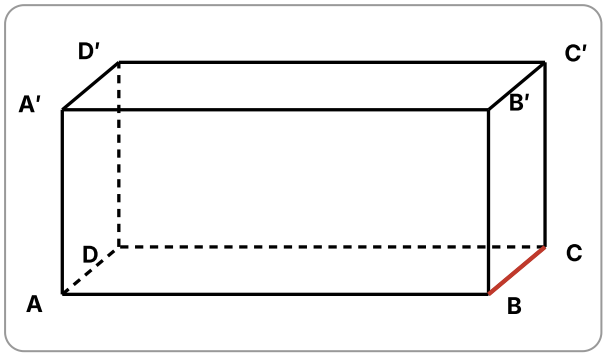
Variante: **A)** 5√2 · **B)** 10 · **C)** 5 · **D)** 5√3 · **E)** 5√5

35. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 4, 20 și 22 cm. Diagonala sa este (cm):



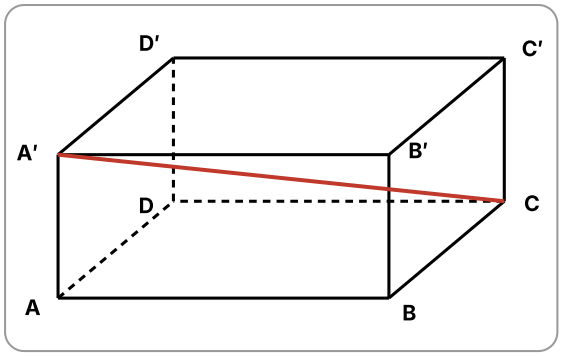
Variante: **A)** 32 · **B)** 29 · **C)** 46 · **D)** 31 · **E)** 30

36. Distanța dintre C și B, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 7 cm, BC = 2 cm și AA′ = 3 cm, este (cm):



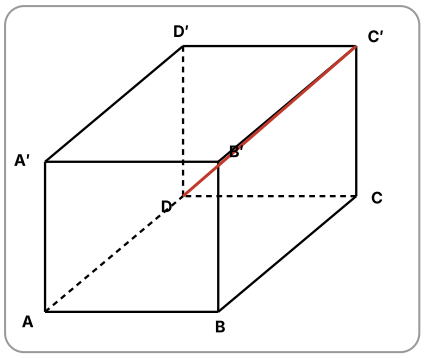
Variante: **A)** √7 · **B)** √6 · **C)** √3 · **D)** 2 · **E)** √5

37. Distanța dintre C și A′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 8 cm, BC = 7 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



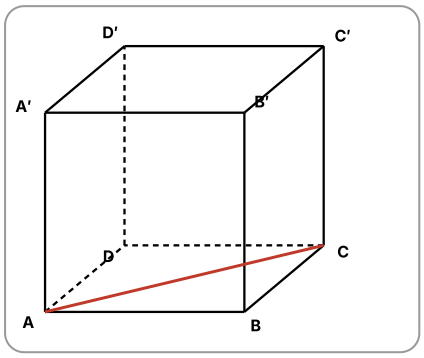
Variante: **A)** 2√29 · **B)** 3√13 · **C)** √119 · **D)** 2√30 · **E)** √118

38. Distanța dintre C′ și D, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 3 cm, BC = 6 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



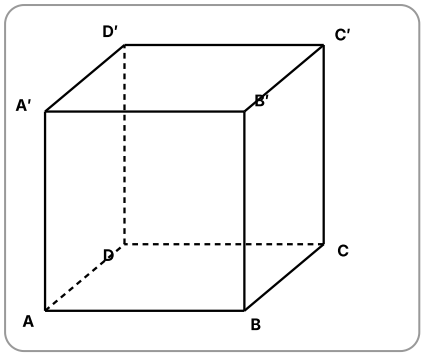
Variante: **A)** √13 · **B)** √15 · **C)** √14 · **D)** 4 · **E)** 2√3

39. Într-un cub cu muchia 11 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



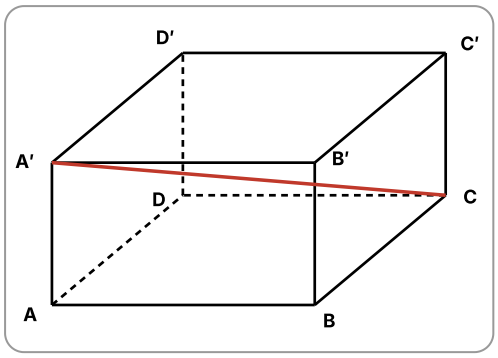
Variante: **A)** 11√2 · **B)** 11√5 · **C)** 11√3 · **D)** 11 · **E)** 22

40. Într-un cub cu muchia 11 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



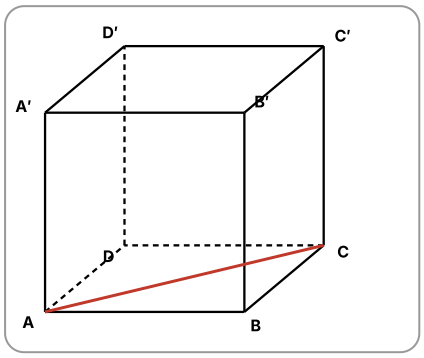
Variante: **A)** 22 · **B)** 11√2/2 · **C)** 11/2 · **D)** 11 · **E)** 11/4

41. Distanța dintre C și A′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 8 cm, BC = 10 cm și AA′ = 4 cm, este (cm):



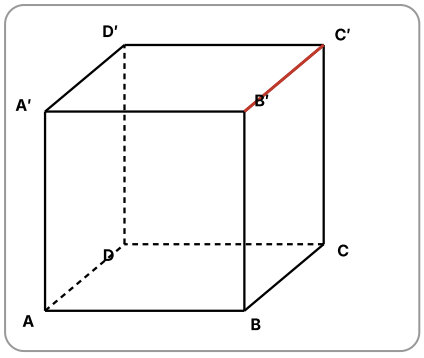
Variante: **A)** 6√5 · **B)** √183 · **C)** √182 · **D)** √181 · **E)** √179

42. Într-un cub cu muchia 8 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



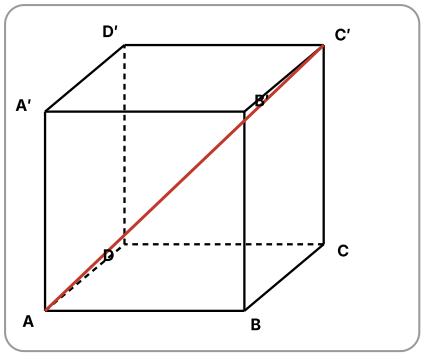
Variante: **A)** 8√5 · **B)** 16 · **C)** 8√2 · **D)** 8√3 · **E)** 8

43. Distanța dintre C′ și B′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, este (cm):



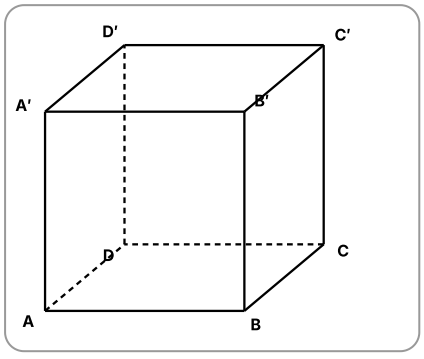
Variante: **A)** √103 · **B)** √101 · **C)** 10 · **D)** 3√11 · **E)** √102

44. Într-un cub cu muchia 5 cm, diagonala cubului are lungimea (cm):



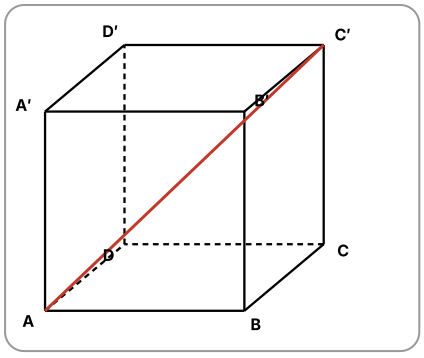
Variante: **A)** 10 · **B)** 5 · **C)** 5√2 · **D)** 5√3 · **E)** 5√5

45. Într-un cub cu muchia 2 cm, M este mijlocul muchiei AB. Lungimea segmentului AM este (cm):



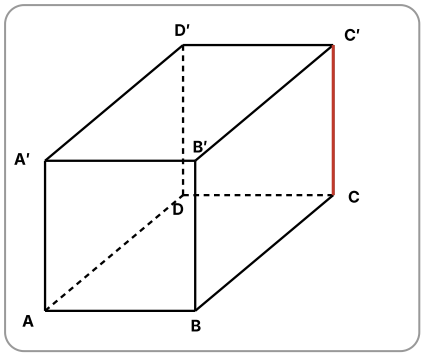
Variante: **A)** 1 · **B)** 1/2 · **C)** 2 · **D)** 4 · **E)** √2

46. Într-un cub cu muchia 4 cm, diagonala cubului are lungimea (cm):



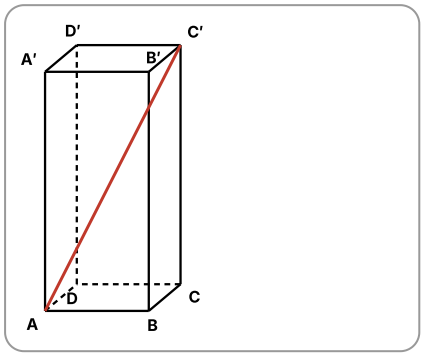
Variante: **A)** 4√2 · **B)** 4√3 · **C)** 8 · **D)** 4√5 · **E)** 4

47. Distanța dintre C și C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 4 cm, BC = 10 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



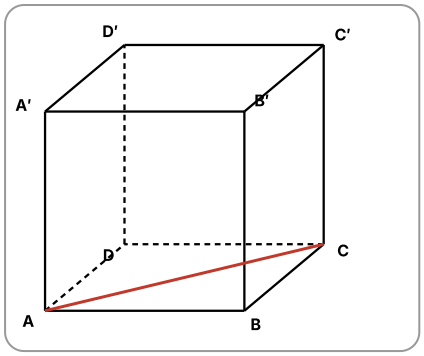
Variante: **A)** √7 · **B)** √6 · **C)** √5 · **D)** 2 · **E)** √3

48. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 9, 12 și 36 cm. Diagonala sa este (cm):



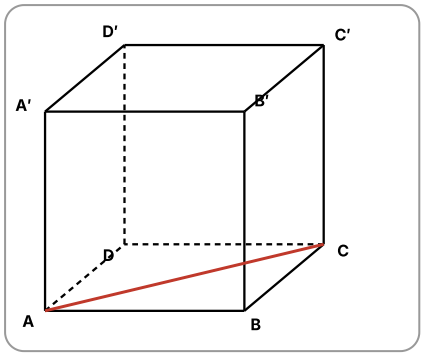
Variante: **A)** 39 · **B)** 57 · **C)** 40 · **D)** 41 · **E)** 38

49. Într-un cub cu muchia 2 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



Variante: **A)** 2√2 · **B)** 4 · **C)** 2√3 · **D)** 2 · **E)** 2√5

50. Într-un cub cu muchia 6 cm, diagonala unei fețe are lungimea (cm):



Variante: **A)** 6√5 · **B)** 6√2 · **C)** 6√3 · **D)** 12 · **E)** 6

▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

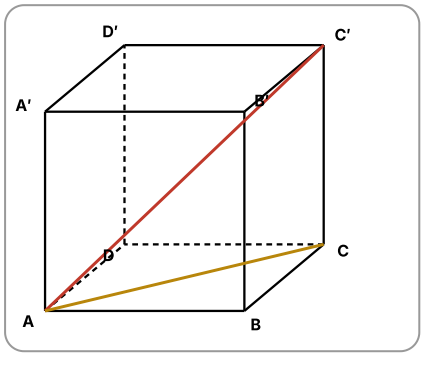
1. **9/2** — M este mijlocul lui AB: AM = AB/2 = 9/2 cm.
2. **√74** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 5, 7 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 25 + 49 + 0 = 74$, deci d = √74 cm.
3. **4** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 4 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 16 + 0 = 16$, deci d = 4 cm.
4. **45°** — Diagonala pătratului formează cu laturile unghiuri de 45°.
5. **9** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 9, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 81 + 0 + 0 = 81$, deci d = 9 cm.
6. **2** — M este mijlocul lui AB: AM = AB/2 = 2 cm.
7. **4** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 4 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 16 + 0 = 16$, deci d = 4 cm.
8. **2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 4 = 4$, deci d = 2 cm.
9. **3** — M este mijlocul lui AB: AM = AB/2 = 3 cm.
10. **2√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 2, 4 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 4 + 16 + 0 = 20$, deci d = 2√5 cm.

11. **26** — $d^2 = 36 + 64 + 576 = 676 \Rightarrow d = 26$ cm.
12. **7√3** — Diagonala cubului are lungimea $l\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ cm.
13. **7/2** — M este mijlocul lui AB: $AM = AB/2 = 7/2$ cm.
14. **12√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ cm.
15. **8** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 8 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 64 + 0 = 64$, deci $d = 8$ cm.
16. **4√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm.
17. **5/2** — M este mijlocul lui AB: $AM = AB/2 = 5/2$ cm.
18. **5** — M este mijlocul lui AB: $AM = AB/2 = 5$ cm.
19. **5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 5 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 25 = 25$, deci $d = 5$ cm.
20. **22** — $d^2 = 16 + 144 + 324 = 484 \Rightarrow d = 22$ cm.
21. **√181** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 9, 10 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 81 + 100 + 0 = 181$, deci $d = \sqrt{181}$ cm.
22. **7** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 7 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 49 + 0 = 49$, deci $d = 7$ cm.
23. **6** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 6 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 36 = 36$, deci $d = 6$ cm.
24. **14** — $d^2 = 16 + 36 + 144 = 196 \Rightarrow d = 14$ cm.
25. **7** — $d^2 = 4 + 9 + 36 = 49 \Rightarrow d = 7$ cm.
26. **27** — $d^2 = 144 + 144 + 441 = 729 \Rightarrow d = 27$ cm.
27. **2√2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 2 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 4 + 4 = 8$, deci $d = 2\sqrt{2}$ cm.
28. **√74** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 5, 0 și 7 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 25 + 0 + 49 = 74$, deci $d = \sqrt{74}$ cm.
29. **7** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 7 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 49 = 49$, deci $d = 7$ cm.
30. **4√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 8 și 4 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 64 + 16 = 80$, deci $d = 4\sqrt{5}$ cm.
31. **7√2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 7, 7 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 49 + 49 + 0 = 98$, deci $d = 7\sqrt{2}$ cm.
32. **6√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 4, 8 și 10 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 16 + 64 + 100 = 180$, deci $d = 6\sqrt{5}$ cm.
33. **8√3** — Diagonala cubului are lungimea $l\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ cm.
34. **5√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ cm.
35. **30** — $d^2 = 16 + 400 + 484 = 900 \Rightarrow d = 30$ cm.

36. **2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 2 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 4 + 0 = 4$, deci $d = 2$ cm.
37. **3√13** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 8, 7 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 64 + 49 + 4 = 117$, deci $d = 3\sqrt{13}$ cm.
38. **√13** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 3, 0 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 9 + 0 + 4 = 13$, deci $d = \sqrt{13}$ cm.
39. **11√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$ cm.
40. **11/2** — M este mijlocul lui AB: $AM = AB/2 = 11/2$ cm.
41. **6√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 8, 10 și 4 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 64 + 100 + 16 = 180$, deci $d = 6\sqrt{5}$ cm.
42. **8√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ cm.
43. **10** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 10 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 100 + 0 = 100$, deci $d = 10$ cm.
44. **5√3** — Diagonala cubului are lungimea $l\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ cm.
45. **1** — M este mijlocul lui AB: $AM = AB/2 = 1$ cm.
46. **4√3** — Diagonala cubului are lungimea $l\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ cm.
47. **2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 4 = 4$, deci $d = 2$ cm.
48. **39** — $d^2 = 81 + 144 + 1296 = 1521 \Rightarrow d = 39$ cm.
49. **2√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ cm.
50. **6√2** — Diagonala unei fețe are lungimea $l\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm.

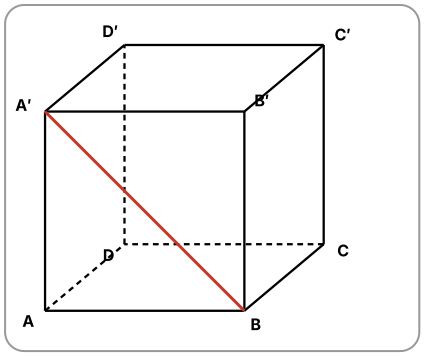
Nivel mediu (50 de exerciții)

1. Într-un cub cu muchia 11 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



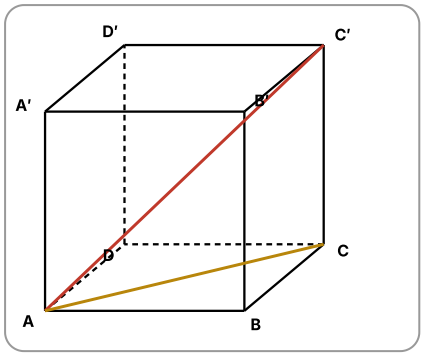
Variante: **A)** 1/2 · **B)** √2/2 · **C)** √2 · **D)** 1 · **E)** √3

2. Distanța dintre B și A′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 4 cm, este (cm):



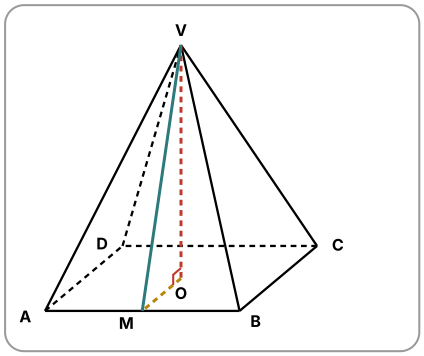
Variante: **A)** √34 · **B)** √35 · **C)** 4√2 · **D)** √33 · **E)** √31

3. Într-un cub cu muchia 6 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



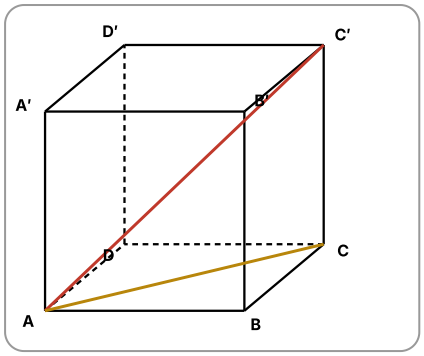
Variante: **A)** √2/2 · **B)** √3/3 · **C)** √6/3 · **D)** √3/2 · **E)** 1/2

4. Piramida patrulateră regulată VABCD are VO = 15 cm și OM = 8 cm (M mijlocul lui AB). Tangenta unghiului dintre fața laterală și baza este:



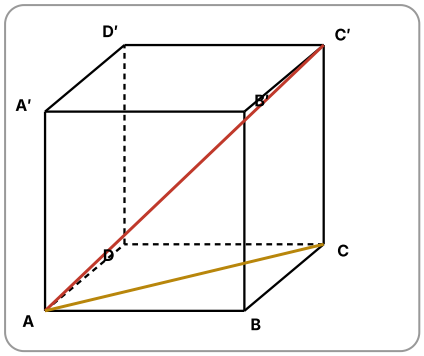
Variante: **A)** 15/8 · **B)** 23/17 · **C)** 15/17 · **D)** 8/15 · **E)** 8/17

5. Într-un cub cu muchia 2 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



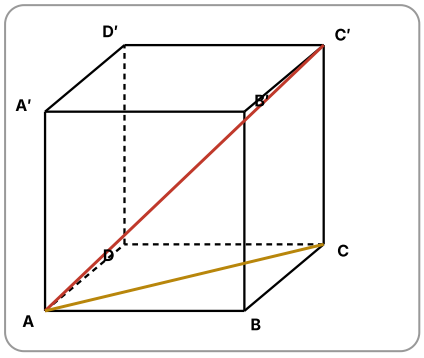
Variante: **A)** √2/2 · **B)** √3/3 · **C)** 1/2 · **D)** √6/3 · **E)** √3/2

6. Într-un cub cu muchia 7 cm, cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



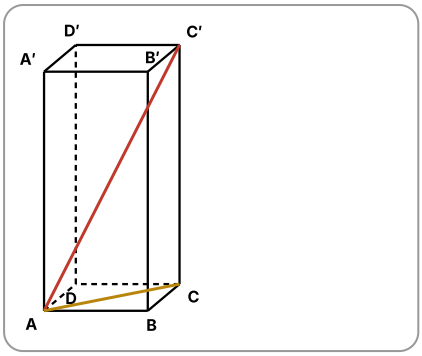
Variante: **A)** √6/3 · **B)** 1/2 · **C)** √2/2 · **D)** √3/2 · **E)** √3/3

7. Într-un cub cu muchia 12 cm, cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



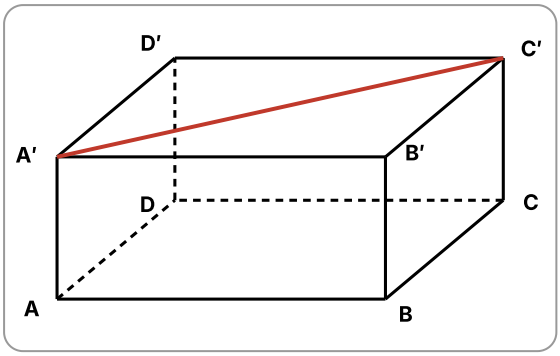
Variante: **A)** 1/2 · **B)** √2/2 · **C)** √6/3 · **D)** √3/3 · **E)** √3/2

8. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 3 cm și 4 cm, iar înălțimea este 15 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



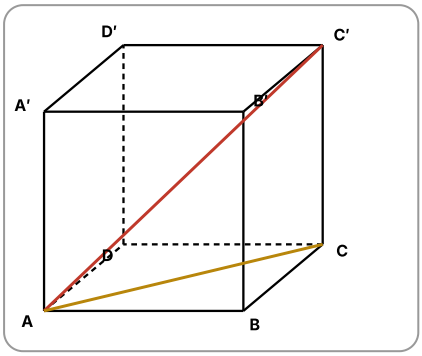
Variante: **A)** 1/3 · **B)** 5 · **C)** 15/7 · **D)** 15/4 · **E)** 3

9. Distanța dintre C′ și A′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 10 cm, BC = 9 cm și AA′ = 3 cm, este (cm):



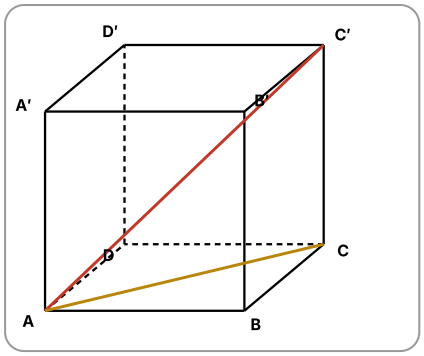
Variante: **A)** √183 · **B)** 2√46 · **C)** 6√5 · **D)** √182 · **E)** √181

10. Într-un cub cu muchia 8 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



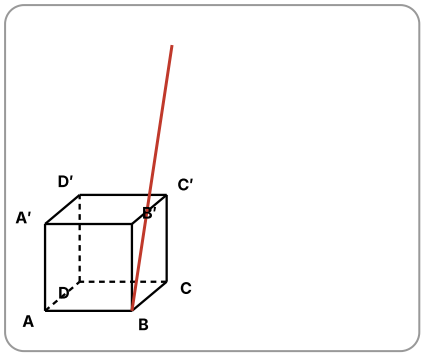
Variante: **A)** √6/3 · **B)** √3/2 · **C)** √3/3 · **D)** 1/2 · **E)** √2/2

11. Într-un cub cu muchia 4 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



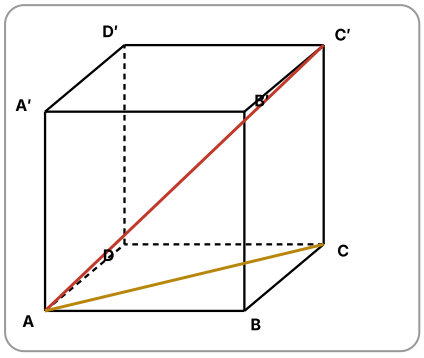
Variante: **A)** √2/2 · **B)** 1 · **C)** √2 · **D)** 1/2 · **E)** √3

12. Distanța dintre B și mijlocul lui DD′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 11 cm, este (cm):



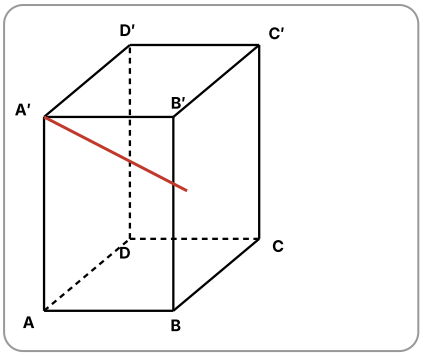
Variante: **A)** √1093/2 · **B)** √1101/2 · **C)** √1097/2 · **D)** 33/2 · **E)** √1085/2

13. Într-un cub cu muchia 8 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



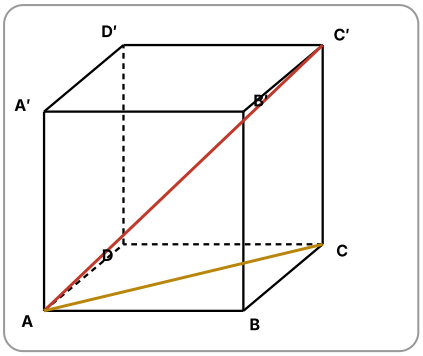
Variante: **A)** √3 · **B)** 1/2 · **C)** √2/2 · **D)** 1 · **E)** √2

14. Distanța dintre mijlocul lui DA și A′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 10 cm și AA′ = 9 cm, este (cm):



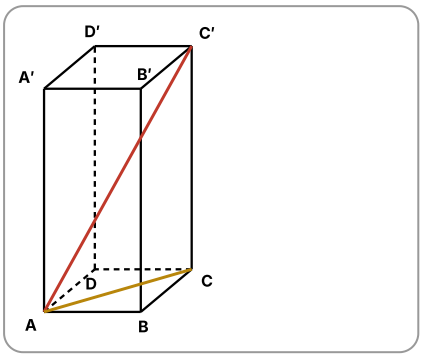
Variante: **A)** √105 · **B)** √106 · **C)** √107 · **D)** 6√3 · **E)** √109

15. Într-un cub cu muchia 2 cm, cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



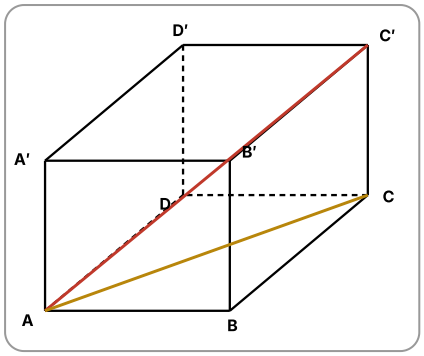
Variante: **A)** 1/2 · **B)** √3/3 · **C)** √6/3 · **D)** √2/2 · **E)** √3/2

16. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 3 cm și 4 cm, iar înălțimea este 7 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



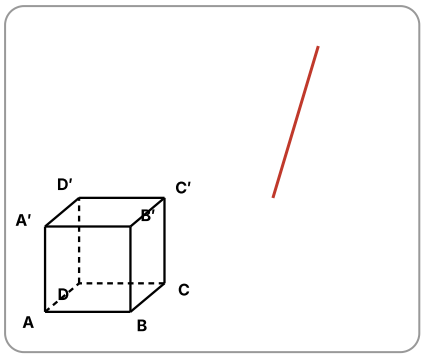
Variante: **A)** 1 · **B)** 5/7 · **C)** 7/4 · **D)** 7/3 · **E)** 7/5

17. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 8 cm și 15 cm, iar înălțimea este 2 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



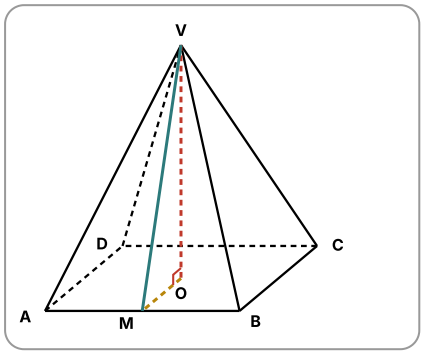
Variante: **A)** 2/15 · **B)** 2/17 · **C)** 17/2 · **D)** 1/4 · **E)** 2/23

18. Distanța dintre mijlocul lui BB′ și mijlocul lui B′C′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, este (cm):



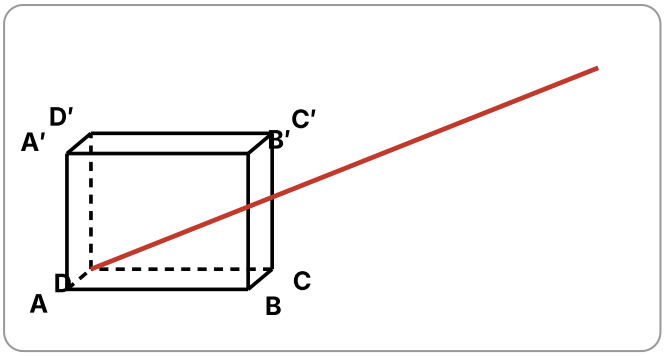
Variante: **A)** 4√2 · **B)** √33 · **C)** √34 · **D)** √31 · **E)** √35

19. Piramida patrulateră regulată VABCD are VO = 24 cm și OM = 10 cm (M mijlocul lui AB). Tangenta unghiului dintre fața laterală și baza este:



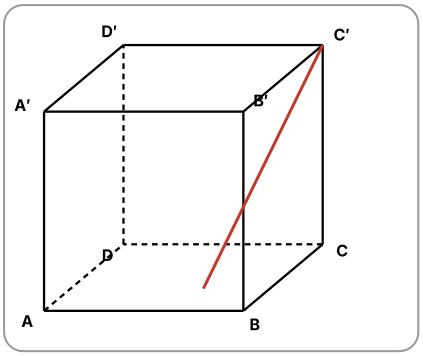
Variante: **A)** 12/13 · **B)** 17/13 · **C)** 12/5 · **D)** 5/12 · **E)** 5/13

20. Distanța dintre mijlocul lui CC′ și mijlocul lui DA, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 8 cm, BC = 2 cm și AA′ = 6 cm, este (cm):



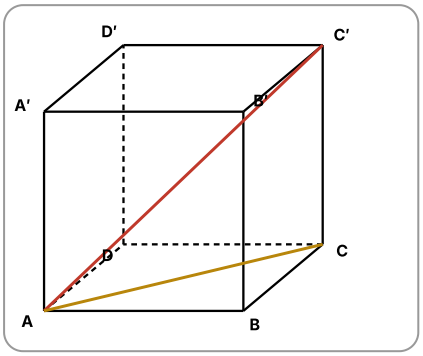
Variante: **A)** 5√3 · **B)** 2√19 · **C)** √74 · **D)** √77 · **E)** √73

21. Distanța dintre mijlocul lui BC și C′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 2 cm, este (cm):



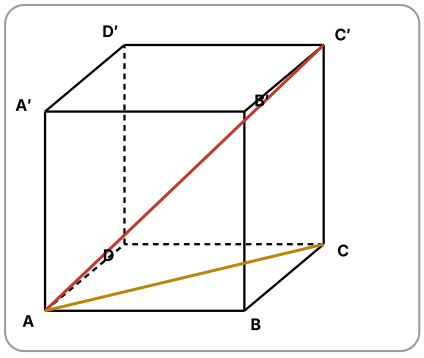
Variante: **A)** √7 · **B)** 2√2 · **C)** √6 · **D)** √5 · **E)** 2

22. Într-un cub cu muchia 12 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



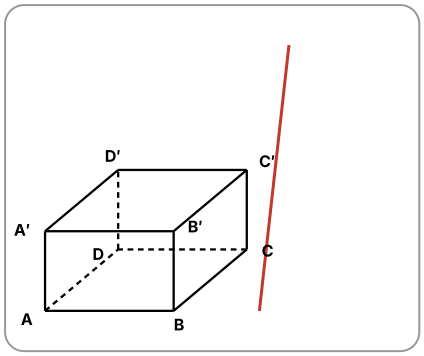
Variante: **A)** 1 · **B)** 1/2 · **C)** √2 · **D)** √2/2 · **E)** √3

23. Într-un cub cu muchia 4 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



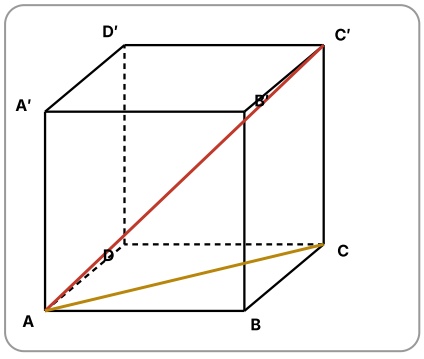
Variante: **A)** √3/3 · **B)** √6/3 · **C)** √2/2 · **D)** 1/2 · **E)** √3/2

24. Distanța dintre mijlocul lui AB și mijlocul lui DD′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 7 cm, BC = 10 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



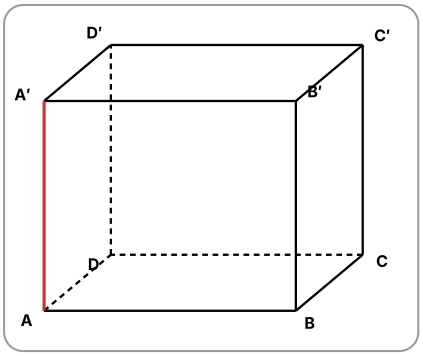
Variante: **A)** √453/2 · **B)** √461/2 · **C)** √449/2 · **D)** √465/2 · **E)** √457/2

25. Într-un cub cu muchia 11 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



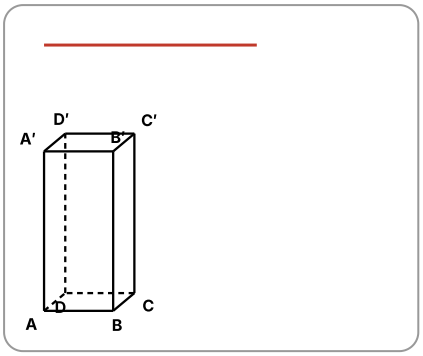
Variante: **A)** √3/2 · **B)** √2/2 · **C)** √3/3 · **D)** √6/3 · **E)** 1/2

26. Distanța dintre mijlocul lui AA′ și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 4 cm și AA′ = 5 cm, este (cm):



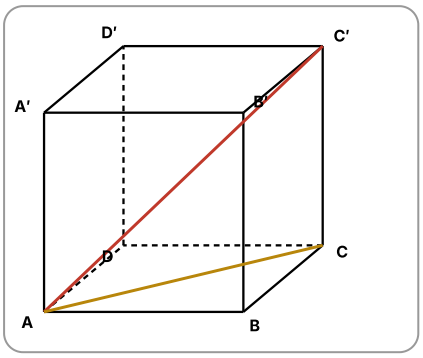
Variante: **A)** 5/2 · **B)** √21/2 · **C)** √29/2 · **D)** √37/2 · **E)** √33/2

27. Distanța dintre mijlocul lui AA′ și mijlocul lui BB′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 4 cm, BC = 3 cm și AA′ = 10 cm, este (cm):



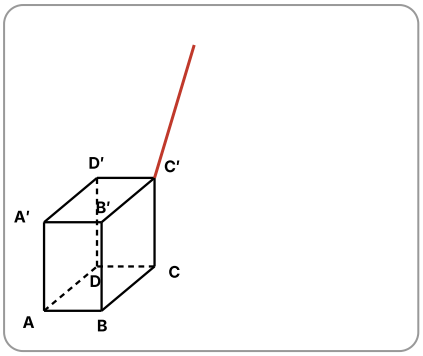
Variante: **A)** √15 · **B)** √19 · **C)** √17 · **D)** 3√2 · **E)** 4

28. Într-un cub cu muchia 6 cm, cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



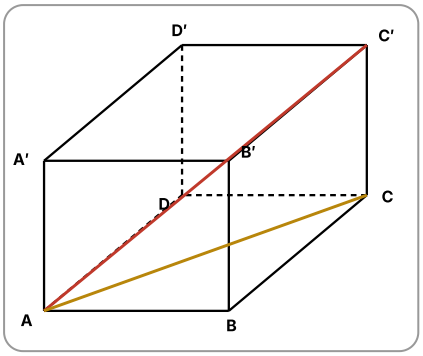
Variante: **A)** √3/2 · **B)** √6/3 · **C)** 1/2 · **D)** √3/3 · **E)** √2/2

29. Distanța dintre mijlocul lui C′D′ și C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 2 cm, BC = 6 cm și AA′ = 4 cm, este (cm):



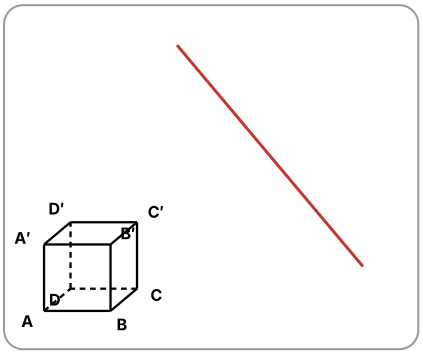
Variante: **A)** √3 · **B)** √2 · **C)** √6 · **D)** 2 · **E)** 1

30. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 8 cm și 15 cm, iar înălțimea este 5 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



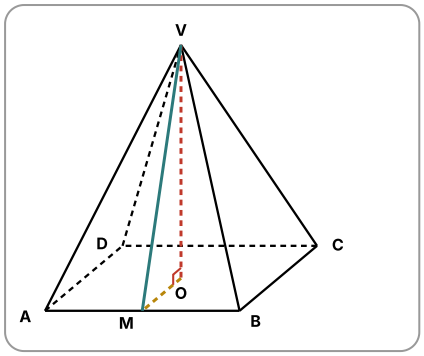
Variante: **A)** 5/8 · **B)** 5/23 · **C)** 1/3 · **D)** 17/5 · **E)** 5/17

31. Distanța dintre mijlocul lui BC și mijlocul lui A′B′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 12 cm, este (cm):



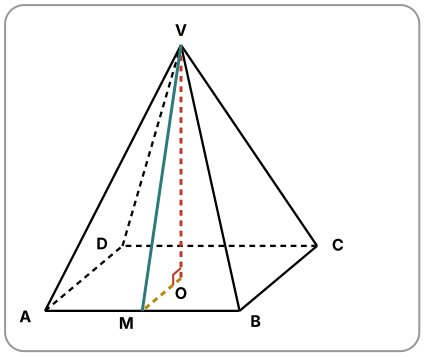
Variante: **A)** √215 · **B)** √217 · **C)** 6√6 · **D)** √218 · **E)** √219

32. Piramida patrulateră regulată VABCD are VO = 4 cm și OM = 3 cm (M mijlocul lui AB). Tangenta unghiului dintre fața laterală și baza este:



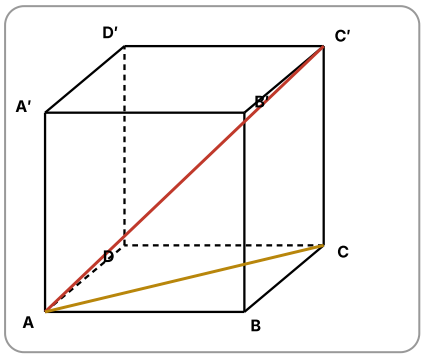
Variante: **A)** 7/5 · **B)** 4/5 · **C)** 3/5 · **D)** 3/4 · **E)** 4/3

33. Piramida patrulateră regulată VABCD are VO = 16 cm și OM = 12 cm (M mijlocul lui AB). Tangenta unghiului dintre fața laterală și baza este:



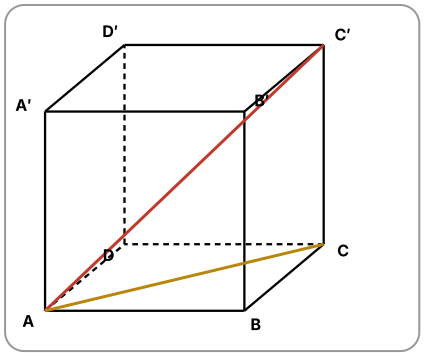
Variante: **A)** 4/3 · **B)** 3/5 · **C)** 7/5 · **D)** 4/5 · **E)** 3/4

34. Într-un cub cu muchia 7 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



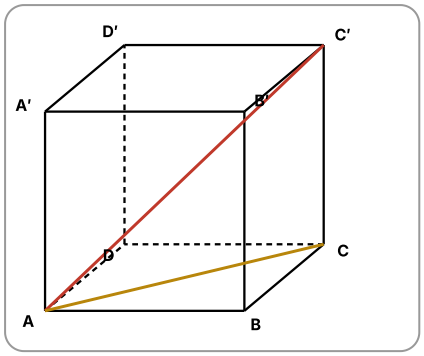
Variante: **A)** √2 · **B)** √2/2 · **C)** 1 · **D)** √3 · **E)** 1/2

35. Într-un cub cu muchia 5 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



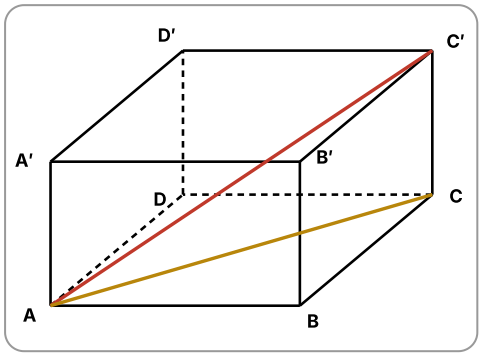
Variante: **A)** √6/3 · **B)** √3/2 · **C)** 1/2 · **D)** √2/2 · **E)** √3/3

36. Într-un cub cu muchia 12 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



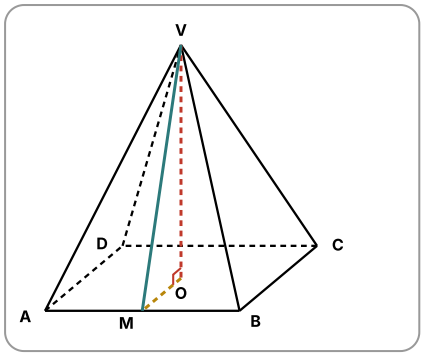
Variante: **A)** √3/3 · **B)** √2/2 · **C)** 1/2 · **D)** √3/2 · **E)** √6/3

37. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 6 cm și 8 cm, iar înălțimea este 2 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



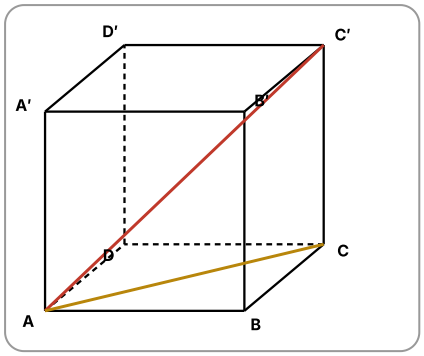
Variante: **A)** 1/4 · **B)** 1/3 · **C)** 5 · **D)** 1/5 · **E)** 1/7

38. Piramida patrulateră regulată VABCD are VO = 12 cm și OM = 5 cm (M mijlocul lui AB). Tangenta unghiului dintre fața laterală și baza este:



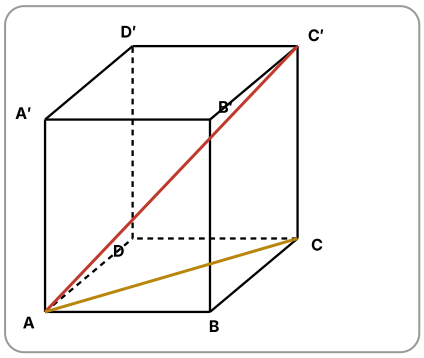
Variante: **A)** 5/13 · **B)** 17/13 · **C)** 12/5 · **D)** 5/12 · **E)** 12/13

39. Într-un cub cu muchia 11 cm, cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



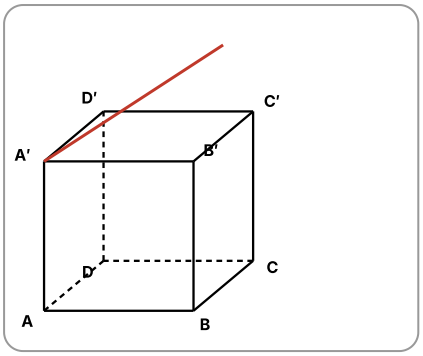
Variante: **A)** √3/3 · **B)** √6/3 · **C)** √3/2 · **D)** 1/2 · **E)** √2/2

40. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 6 cm și 8 cm, iar înălțimea este 7 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



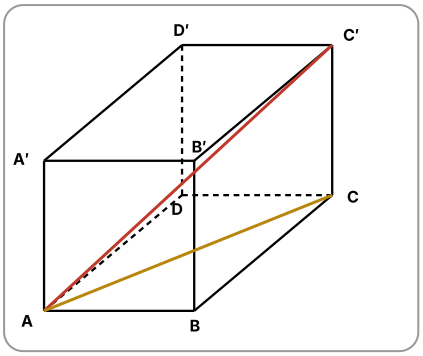
Variante: **A)** 7/6 · **B)** 7/8 · **C)** 7/10 · **D)** 10/7 · **E)** 1/2

41. Distanța dintre A′ și mijlocul lui C′D′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 4 cm, este (cm):



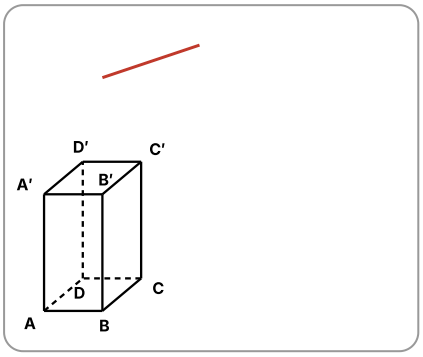
Variante: **A)** 2√5 · **B)** √22 · **C)** √21 · **D)** √19 · **E)** √23

42. Într-un paralelipiped dreptunghic, baza are laturile 5 cm și 12 cm, iar înălțimea este 5 cm. Tangenta unghiului dintre diagonala paralelipipedului AC′ și planul bazei este:



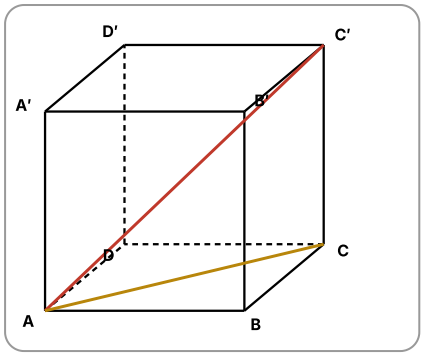
Variante: **A)** 5/13 · **B)** 1 · **C)** 5/17 · **D)** 13/5 · **E)** 5/12

43. Distanța dintre mijlocul lui B′C′ și mijlocul lui A′B′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 3 cm, BC = 5 cm și AA′ = 6 cm, este (cm):



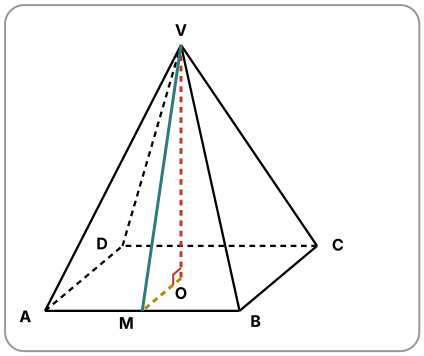
Variante: **A)** √46/2 · **B)** √38/2 · **C)** √30/2 · **D)** √42/2 · **E)** √34/2

44. Într-un cub cu muchia 10 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



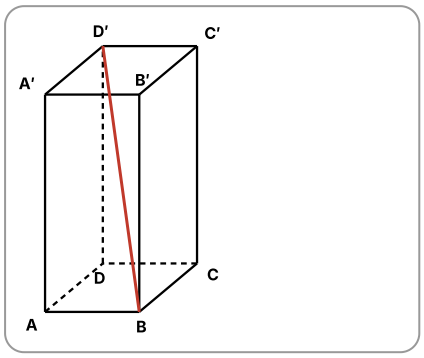
Variante: **A)** √3/3 · **B)** √2/2 · **C)** 1/2 · **D)** √3/2 · **E)** √6/3

45. Piramida patrulateră regulată VABCD are VO = 24 cm și OM = 7 cm (M mijlocul lui AB). Tangenta unghiului dintre fața laterală și baza este:



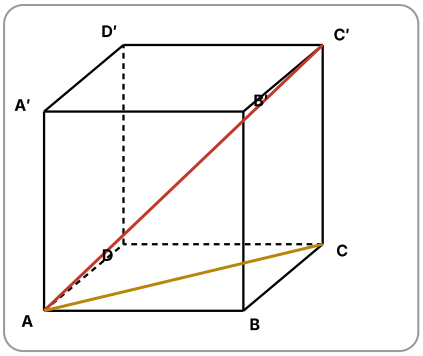
Variante: **A)** 31/25 · **B)** 7/25 · **C)** 24/7 · **D)** 7/24 · **E)** 24/25

46. Distanța dintre D′ și B, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 2 cm, BC = 4 cm și AA′ = 6 cm, este (cm):



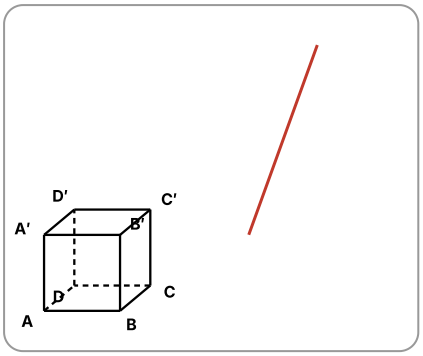
Variante: **A)** √58 · **B)** 2√14 · **C)** √57 · **D)** √59 · **E)** √55

47. Într-un cub cu muchia 9 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



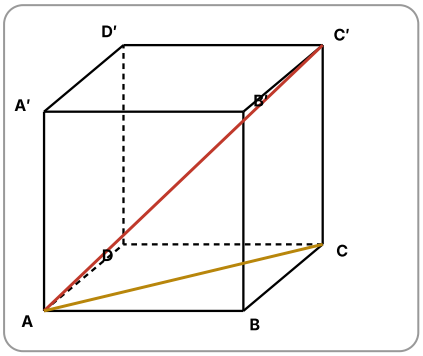
Variante: **A)** √2 · **B)** 1 · **C)** 1/2 · **D)** √2/2 · **E)** √3

48. Distanța dintre mijlocul lui CD și mijlocul lui B′C′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, este (cm):



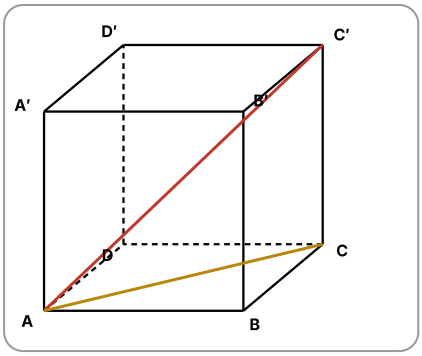
Variante: **A)** 7√10/2 · **B)** √482/2 · **C)** √498/2 · **D)** 9√6/2 · **E)** √494/2

49. Într-un cub cu muchia 6 cm, tangenta unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



Variante: **A)** 1/2 · **B)** √2 · **C)** √2/2 · **D)** √3 · **E)** 1

50. Într-un cub cu muchia 7 cm, sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



Variante: **A)** √2/2 · **B)** √3/2 · **C)** √6/3 · **D)** √3/3 · **E)** 1/2

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 11/(11√2) = √2/2.
2. **4√2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 4, 0 și 4 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 16 + 0 + 16 = 32$, deci d = 4√2 cm.
3. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 6/(6√3) = √3/3.
4. **15/8** — Unghiul plan este ∠VMO: tg = VO/OM = 15/8.
5. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 2/(2√3) = √3/3.
6. **√6/3** — cos ∠C′AC = AC/AC′ = 7√2/(7√3) = √6/3.
7. **√6/3** — cos ∠C′AC = AC/AC′ = 12√2/(12√3) = √6/3.
8. **3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 5. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 15/5.
9. **√181** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 10, 9 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 100 + 81 + 0 = 181$, deci d = √181 cm.
10. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 8/(8√3) = √3/3.
11. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 4/(4√2) = √2/2.
12. **33/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 11, 11 și 11/2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 121 + 121 + 121/4 = 1089/4$, deci d = 33/2 cm.
13. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 8/(8√2) = √2/2.
14. **√106** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 5 și 9 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 25 + 81 = 106$, deci d = √106 cm.
15. **√6/3** — cos ∠C′AC = AC/AC′ = 2√2/(2√3) = √6/3.
16. **7/5** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 5. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 7/5.
17. **2/17** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 17. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 2/17.

18. **4√2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 4 și 4 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 16 + 16 = 32$, deci $d = 4\sqrt{2}$ cm.

19. **12/5** — Unghiul plan este ∠VMO: tg = VO/OM = 24/10.

20. **√74** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 8, 1 și 3 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 64 + 1 + 9 = 74$, deci $d = \sqrt{74}$ cm.

21. **√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 1 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 1 + 4 = 5$, deci $d = \sqrt{5}$ cm.

22. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 12/(12√2) = √2/2.

23. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 4/(4√3) = √3/3.

24. **√453/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 7/2, 10 și 1 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 49/4 + 100 + 1 = 453/4$, deci $d = \sqrt{453}/2$ cm.

25. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 11/(11√3) = √3/3.

26. **5/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 5/2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 25/4 = 25/4$, deci $d = 5/2$ cm.

27. **4** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 4, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 16 + 0 + 0 = 16$, deci $d = 4$ cm.

28. **√6/3** — cos ∠C′AC = AC/AC′ = 6√2/(6√3) = √6/3.

29. **1** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 1, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 1 + 0 + 0 = 1$, deci $d = 1$ cm.

30. **5/17** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 17. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 5/17.

31. **6√6** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 6, 6 și 12 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 36 + 36 + 144 = 216$, deci $d = 6\sqrt{6}$ cm.

32. **4/3** — Unghiul plan este ∠VMO: tg = VO/OM = 4/3.

33. **4/3** — Unghiul plan este ∠VMO: tg = VO/OM = 16/12.

34. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 7/(7√2) = √2/2.

35. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 5/(5√3) = √3/3.

36. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 12/(12√3) = √3/3.

37. **1/5** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 10. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 2/10.

38. **12/5** — Unghiul plan este ∠VMO: tg = VO/OM = 12/5.

39. **√6/3** — cos ∠C′AC = AC/AC′ = 11√2/(11√3) = √6/3.

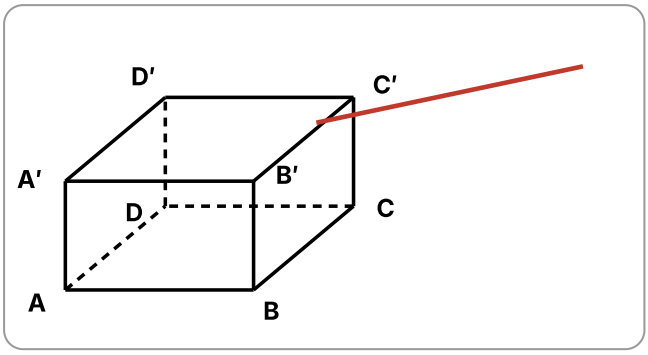
40. **7/10** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 10. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 7/10.

41. **2√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 2, 4 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 4 + 16 + 0 = 20$, deci $d = 2\sqrt{5}$ cm.

42. **5/13** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC = 13. În triunghiul dreptunghic ACC′: tg ∠C′AC = CC′/AC = 5/13.
43. **√34/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 3/2, 5/2 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 9/4 + 25/4 + 0 = 17/2$, deci d = √34/2 cm.
44. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 10/(10√3) = √3/3.
45. **24/7** — Unghiul plan este ∠VMO: tg = VO/OM = 24/7.
46. **2√14** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 2, 4 și 6 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 4 + 16 + 36 = 56$, deci d = 2√14 cm.
47. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 9/(9√2) = √2/2.
48. **9√6/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 9/2, 9/2 și 9 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 81/4 + 81/4 + 81 = 243/2$, deci d = 9√6/2 cm.
49. **√2/2** — tg ∠C′AC = CC′/AC = 6/(6√2) = √2/2.
50. **√3/3** — Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC. sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 7/(7√3) = √3/3.

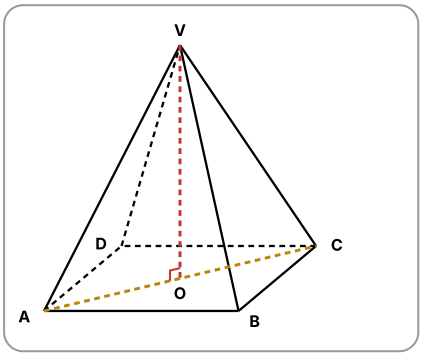
Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Distanța dintre mijlocul lui CD și mijlocul lui A′B′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 8 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



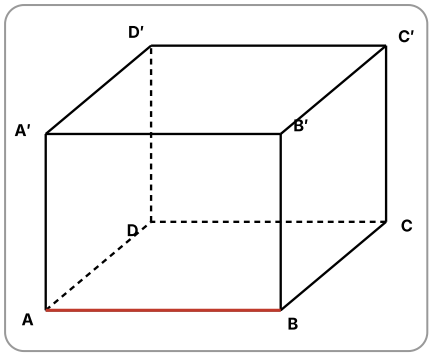
Variante: **A)** √67 · **B)** √71 · **C)** √70 · **D)** 2√17 · **E)** √69

2. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 8 cm, VO = 2 cm și VA = 6 cm. Sinusul unghiului dintre muchia laterală VA și planul bazei este:



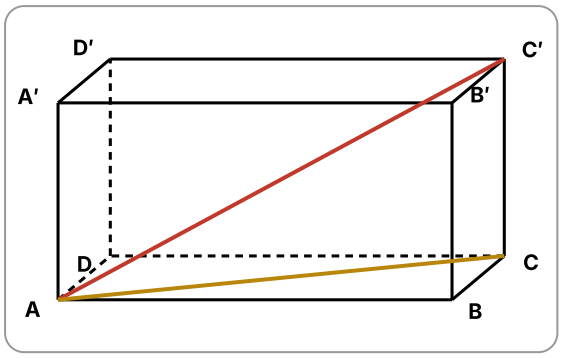
Variante: **A)** 2/3 · **B)** 1 · **C)** 1/3 · **D)** 1/2 · **E)** 3

3. Distanța dintre B și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 8 cm, BC = 9 cm și AA′ = 6 cm, este (cm):



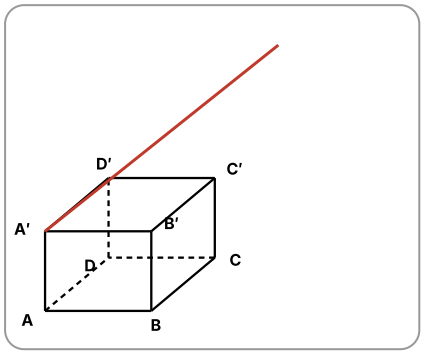
Variante: **A)** √66 · **B)** 8 · **C)** √67 · **D)** √65 · **E)** 3√7

4. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 6 cm, BC = 2 cm și AA′ = 3 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



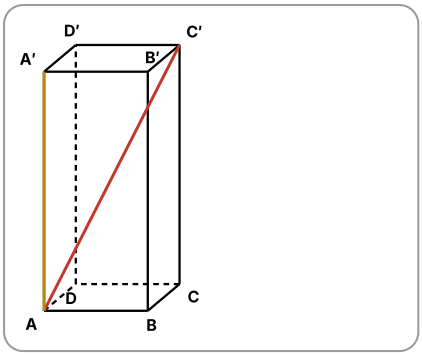
Variante: **A)** 7/3 · **B)** 2/7 · **C)** 3/8 · **D)** 6/7 · **E)** 3/7

5. Distanța dintre mijlocul lui C′D′ și A′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 4 cm, BC = 6 cm și AA′ = 3 cm, este (cm):



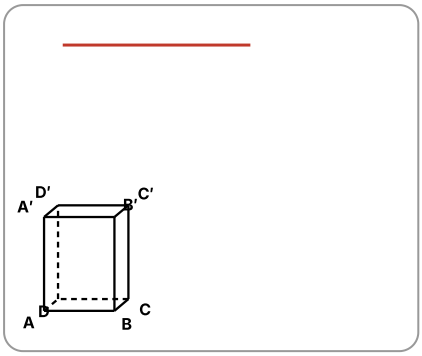
Variante: **A)** √42 · **B)** √39 · **C)** √41 · **D)** 2√10 · **E)** √43

6. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 3, 4, 12 cm. Cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și muchia AA′ este:



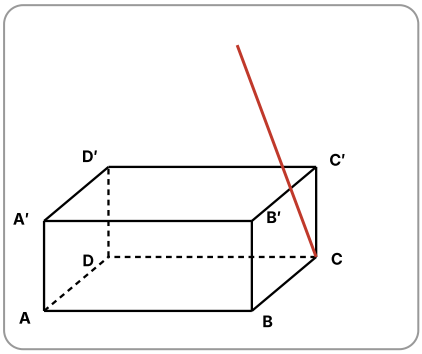
Variante: **A)** 4/13 · **B)** 13/12 · **C)** 3/13 · **D)** 12/13 · **E)** 133/130

7. Distanța dintre mijlocul lui D′A′ și mijlocul lui B′C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 3 cm și AA′ = 8 cm, este (cm):



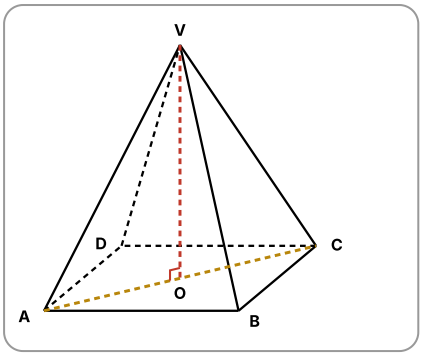
Variante: **A)** √38 · **B)** √39 · **C)** 6 · **D)** √37 · **E)** √35

8. Distanța dintre mijlocul lui DD′ și C, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 9 cm, BC = 7 cm și AA′ = 3 cm, este (cm):



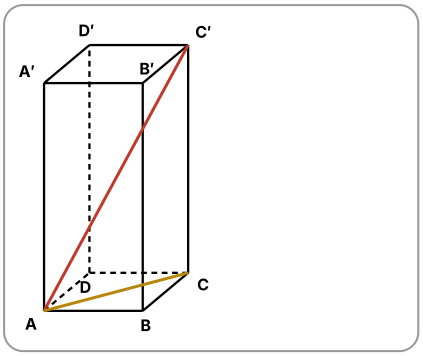
Variante: **A)** √329/2 · **B)** √337/2 · **C)** √345/2 · **D)** √341/2 · **E)** 3√37/2

9. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 8 cm, VO = 7 cm și VA = 9 cm. Sinusul unghiului dintre muchia laterală VA și planul bazei este:



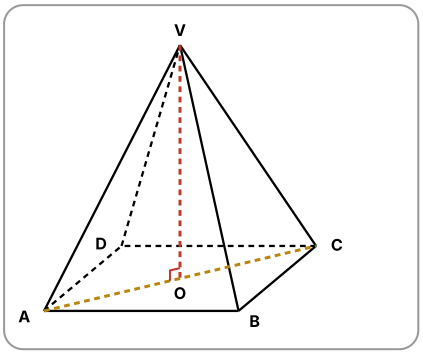
Variante: **A)** 7/9 · **B)** 4/9 · **C)** 11/9 · **D)** 9/7 · **E)** 7/4

10. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 2 cm, BC = 3 cm și AA′ = 6 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



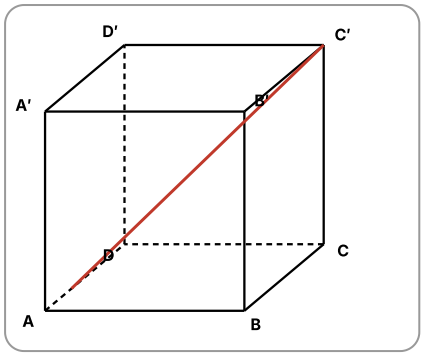
Variante: **A)** 6/5 · **B)** 7/6 · **C)** 3/7 · **D)** 2/7 · **E)** 6/7

11. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 12 cm, VO = 3 cm și VA = 9 cm. Sinusul unghiului dintre muchia laterală VA și planul bazei este:



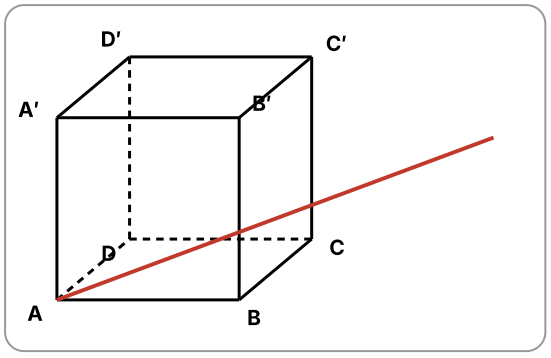
Variante: **A)** 1 · **B)** 1/3 · **C)** 1/2 · **D)** 3 · **E)** 2/3

12. Distanța dintre C′ și mijlocul lui DA, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 2 cm, este (cm):



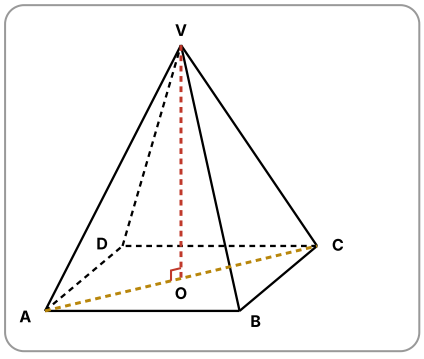
Variante: **A)** √10 · **B)** 2√3 · **C)** 2√2 · **D)** 3 · **E)** √11

13. Distanța dintre mijlocul lui CD și A, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, este (cm):



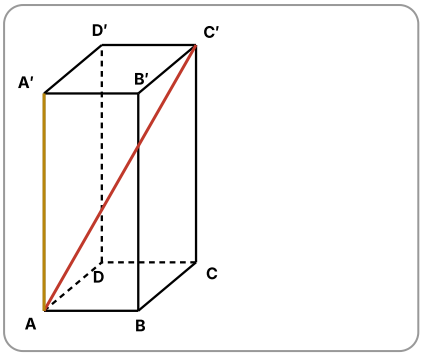
Variante: **A)** 9 · **B)** 4√5 · **C)** √83 · **D)** √79 · **E)** √82

14. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 4 cm, VO = 1 cm și VA = 3 cm. Sinusul unghiului dintre muchia laterală VA și planul bazei este:



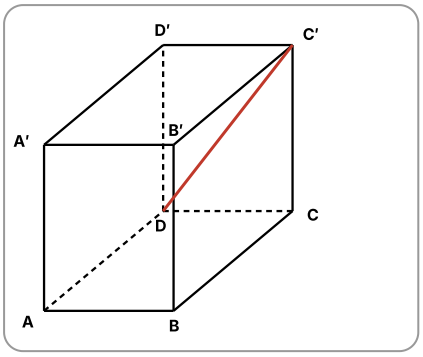
Variante: **A)** 1/3 · **B)** 1/2 · **C)** 1 · **D)** 3 · **E)** 2/3

15. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 2, 6, 9 cm. Cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și muchia AA′ este:



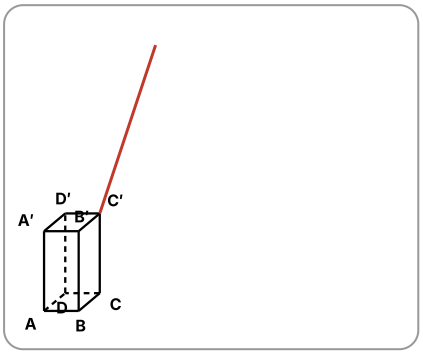
Variante: **A)** 6/11 · **B)** 9/11 · **C)** 2/11 · **D)** 101/110 · **E)** 11/9

16. Distanța dintre D și C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 2 cm, BC = 9 cm și AA′ = 5 cm, este (cm):



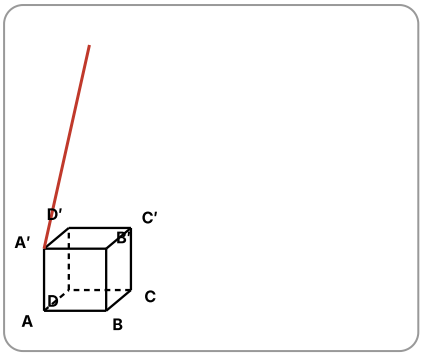
Variante: **A)** √30 · **B)** 4√2 · **C)** 2√7 · **D)** √29 · **E)** √31

17. Distanța dintre C′ și mijlocul lui B′C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 3 cm, BC = 6 cm și AA′ = 9 cm, este (cm):



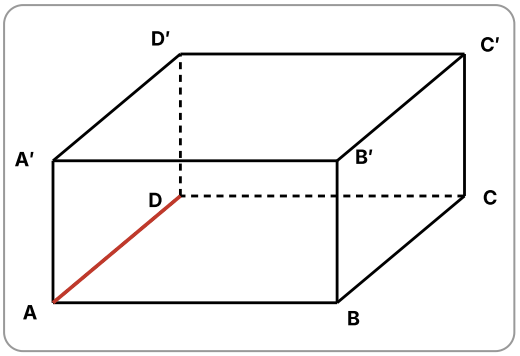
Variante: **A)** 2√3 · **B)** √10 · **C)** √11 · **D)** 2√2 · **E)** 3

18. Distanța dintre A′ și mijlocul lui D′A′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 11 cm, este (cm):



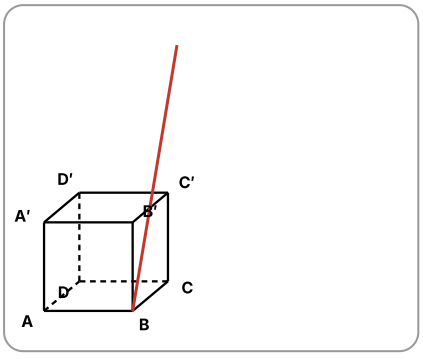
Variante: **A)** 11/2 · **B)** √129/2 · **C)** 3√13/2 · **D)** √133/2 · **E)** 5√5/2

19. Distanța dintre D și A, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 8 cm, BC = 9 cm și AA′ = 4 cm, este (cm):



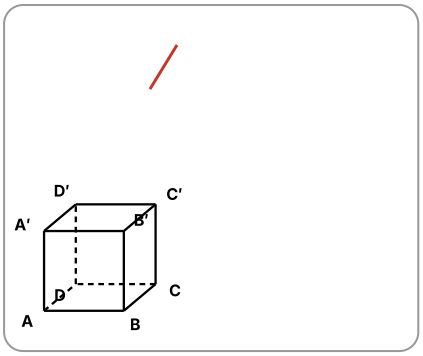
Variante: **A)** √82 · **B)** 2√21 · **C)** 4√5 · **D)** 9 · **E)** √83

20. Distanța dintre B și mijlocul lui A′B′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, este (cm):



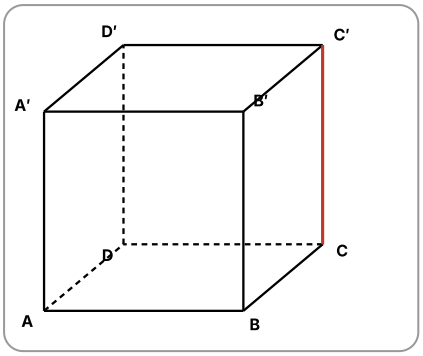
Variante: **A)** √409/2 · **B)** √413/2 · **C)** 9√5/2 · **D)** √417/2 · **E)** √401/2

21. Distanța dintre mijlocul lui A′B′ și mijlocul lui DD′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, este (cm):



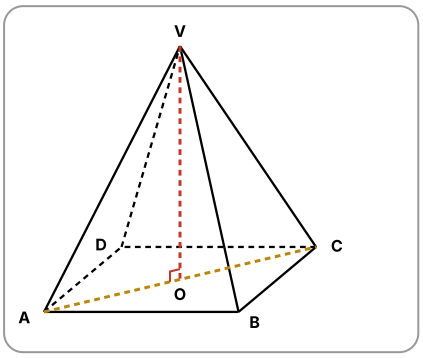
Variante: **A)** √149 · **B)** 5√6 · **C)** 2√38 · **D)** √151 · **E)** 3√17

22. Distanța dintre C și C′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, este (cm):



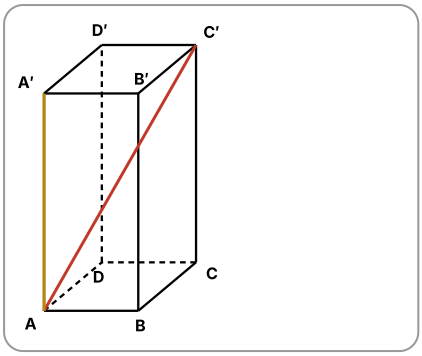
Variante: **A)** √65 · **B)** √66 · **C)** 3√7 · **D)** √67 · **E)** 8

23. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 16 cm, VO = 14 cm și VA = 18 cm. Sinusul unghiului dintre muchia laterală VA și planul bazei este:



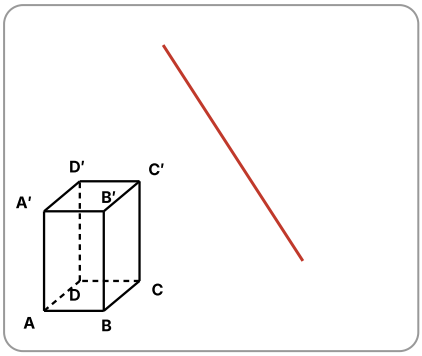
Variante: **A)** 9/7 · **B)** 7/9 · **C)** 4/9 · **D)** 7/4 · **E)** 11/9

24. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 4, 12, 18 cm. Cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și muchia AA′ este:



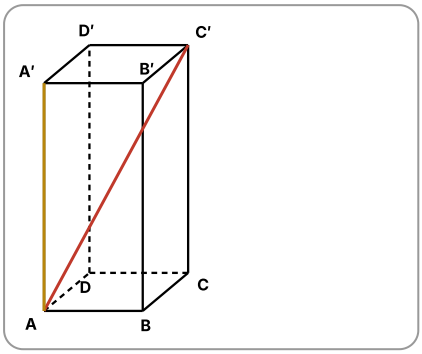
Variante: **A)** 9/11 · **B)** 11/9 · **C)** 6/11 · **D)** 101/110 · **E)** 2/11

25. Distanța dintre mijlocul lui BC și mijlocul lui DD′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 9 cm și AA′ = 10 cm, este (cm):



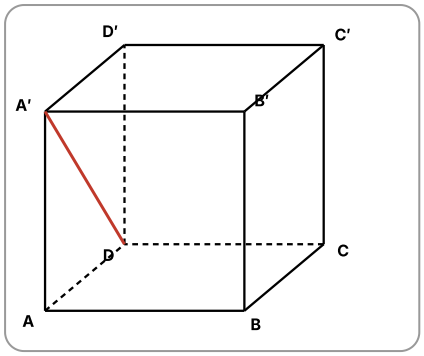
Variante: **A)** 3√37/2 · **B)** √329/2 · **C)** 5√13/2 · **D)** √321/2 · **E)** √337/2

26. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 2, 3, 6 cm. Cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și muchia AA′ este:



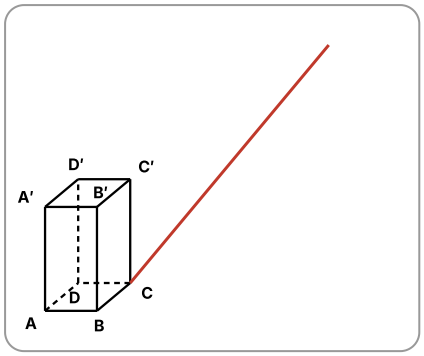
Variante: **A)** 67/70 · **B)** 6/7 · **C)** 7/6 · **D)** 3/7 · **E)** 2/7

27. Distanța dintre A′ și D, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, este (cm):



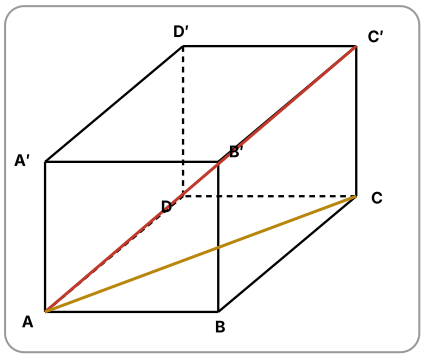
Variante: **A)** √165 · **B)** 9√2 · **C)** 2√41 · **D)** √163 · **E)** √161

28. Distanța dintre C și mijlocul lui CC′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 5 cm, BC = 8 cm și AA′ = 10 cm, este (cm):



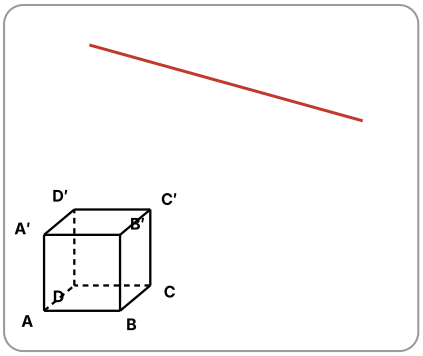
Variante: **A)** √26 · **B)** 3√3 · **C)** 2√6 · **D)** 5 · **E)** 2√7

29. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 4 cm, BC = 8 cm și AA′ = 1 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



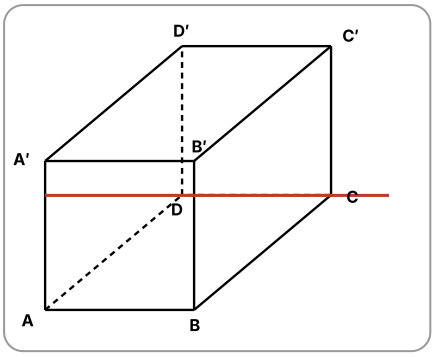
Variante: **A)** 9 · **B)** 8/9 · **C)** 1/12 · **D)** 4/9 · **E)** 1/9

30. Distanța dintre mijlocul lui CC′ și mijlocul lui D′A′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, este (cm):



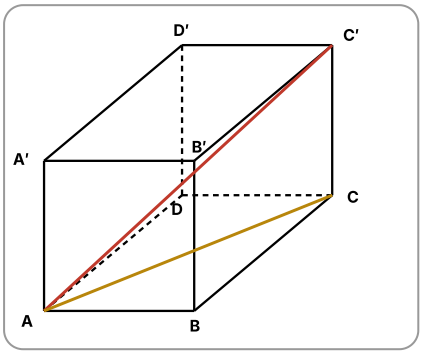
Variante: **A)** √482/2 · **B)** √494/2 · **C)** 7√10/2 · **D)** √498/2 · **E)** 9√6/2

31. Distanța dintre mijlocul lui BB′ și mijlocul lui AA′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 3 cm, BC = 7 cm și AA′ = 2 cm, este (cm):



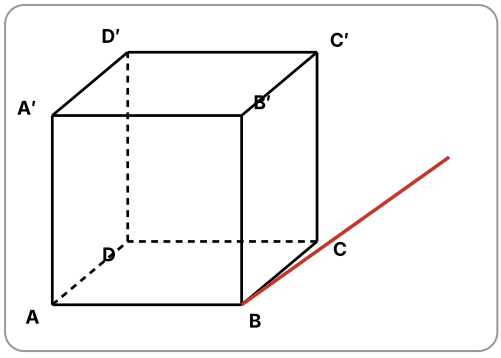
Variante: **A)** 2√2 · **B)** √11 · **C)** √10 · **D)** 2√3 · **E)** 3

32. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 8 cm, BC = 24 cm și AA′ = 6 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



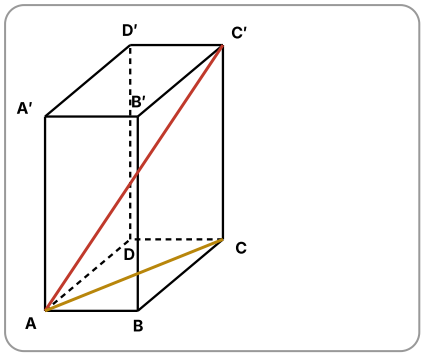
Variante: **A)** 3/13 · **B)** 12/13 · **C)** 4/13 · **D)** 13/3 · **E)** 3/16

33. Distanța dintre mijlocul lui CD și B, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 7 cm, este (cm):



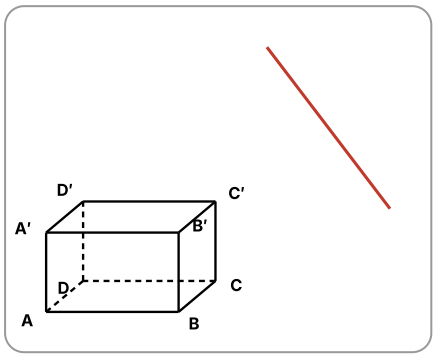
Variante: **A)** √249/2 · **B)** √253/2 · **C)** √241/2 · **D)** 7√5/2 · **E)** √257/2

34. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 2 cm, BC = 11 cm și AA′ = 10 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



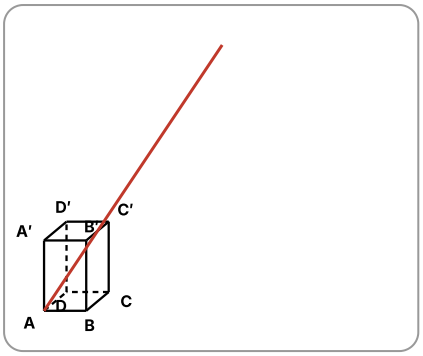
Variante: **A)** 3/2 · **B)** 11/15 · **C)** 10/13 · **D)** 2/3 · **E)** 2/15

35. Distanța dintre mijlocul lui CD și mijlocul lui A′B′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 10 cm, BC = 7 cm și AA′ = 6 cm, este (cm):



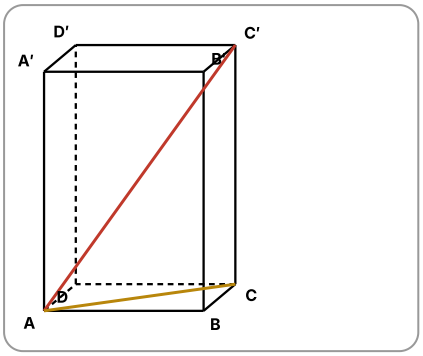
Variante: **A)** √85 · **B)** 2√21 · **C)** √87 · **D)** √86 · **E)** 2√22

36. Distanța dintre A și mijlocul lui B′C′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 6 cm, BC = 8 cm și AA′ = 10 cm, este (cm):



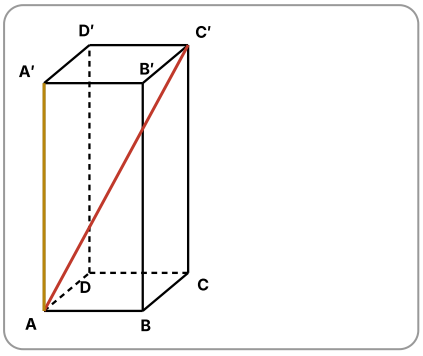
Variante: **A)** √155 · **B)** 3√17 · **C)** √151 · **D)** √154 · **E)** 2√38

37. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 12 cm, BC = 4 cm și AA′ = 18 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



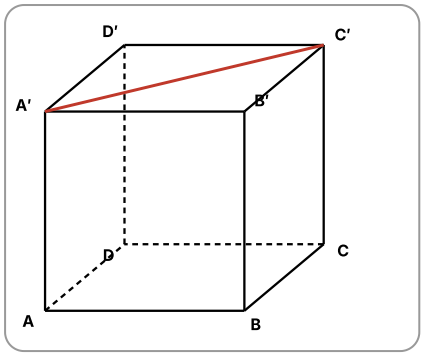
Variante: **A)** 2/11 · **B)** 11/9 · **C)** 9/8 · **D)** 9/11 · **E)** 6/11

38. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 1, 4, 8 cm. Cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și muchia AA′ este:



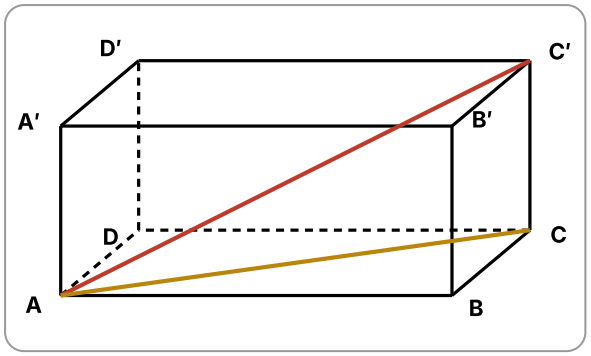
Variante: **A)** 4/9 · **B)** 8/9 · **C)** 9/8 · **D)** 89/90 · **E)** 1/9

39. Distanța dintre C′ și A′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 10 cm, este (cm):



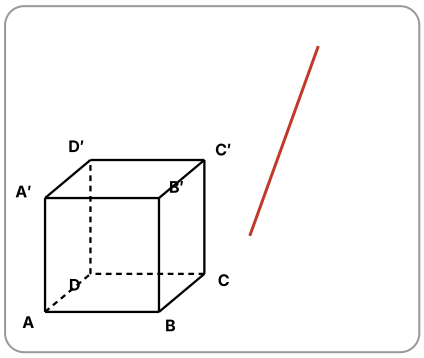
Variante: **A)** √202 · **B)** √199 · **C)** √201 · **D)** √203 · **E)** 10√2

40. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 6 cm, BC = 3 cm și AA′ = 2 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



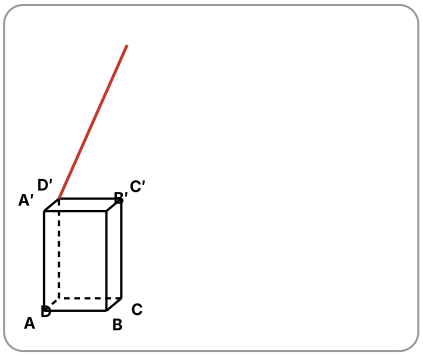
Variante: **A)** 2/9 · **B)** 7/2 · **C)** 6/7 · **D)** 3/7 · **E)** 2/7

41. Distanța dintre mijlocul lui CD și mijlocul lui B′C′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 6 cm, este (cm):



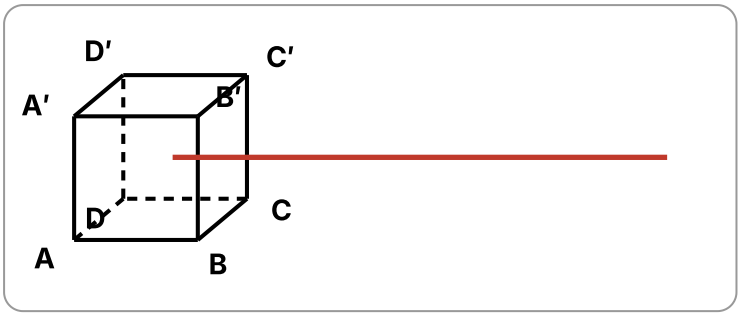
Variante: **A)** √57 · **B)** 2√14 · **C)** 3√6 · **D)** √53 · **E)** √55

42. Distanța dintre D′ și mijlocul lui A′B′, în paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu AB = 5 cm, BC = 3 cm și AA′ = 8 cm, este (cm):



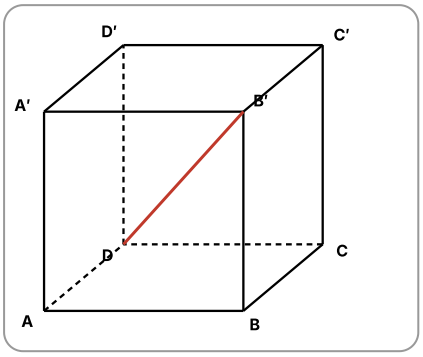
Variante: **A)** √73/2 · **B)** √57/2 · **C)** √69/2 · **D)** √65/2 · **E)** √61/2

43. Distanța dintre mijlocul lui BC și mijlocul lui DA, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 12 cm, este (cm):



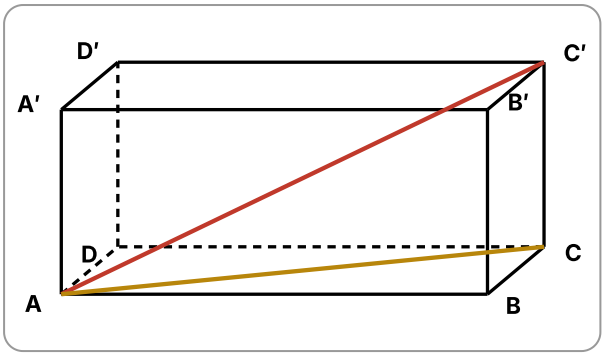
Variante: **A)** 12 · **B)** √145 · **C)** √146 · **D)** 7√3 · **E)** √143

44. Distanța dintre B′ și D, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 5 cm, este (cm):



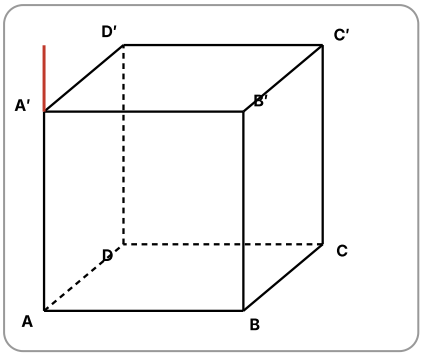
Variante: **A)** 5√3 · **B)** √74 · **C)** √78 · **D)** 2√19 · **E)** √77

45. Într-un paralelipiped dreptunghic ABCDA′B′C′D′, AB = 24 cm, BC = 6 cm și AA′ = 8 cm. Sinusul unghiului dintre diagonala AC′ și planul (ABC) este:



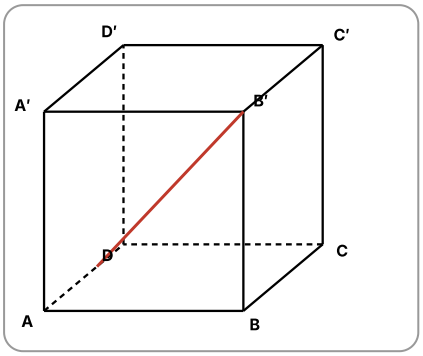
Variante: **A)** 13/4 · **B)** 12/13 · **C)** 4/15 · **D)** 4/13 · **E)** 3/13

46. Distanța dintre A′ și mijlocul lui AA′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 8 cm, este (cm):



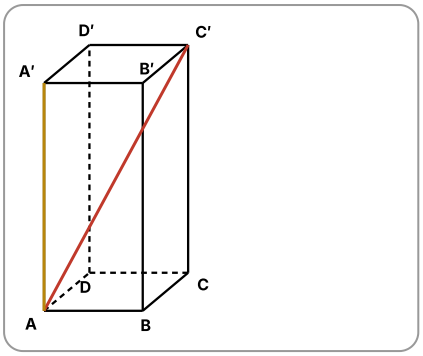
Variante: **A)** √19 · **B)** 3√2 · **C)** 4 · **D)** √15 · **E)** √17

47. Distanța dintre mijlocul lui DA și B′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 4 cm, este (cm):



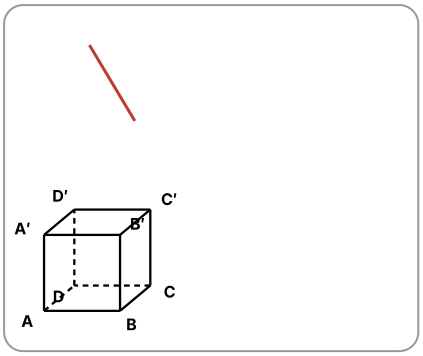
Variante: **A)** √35 · **B)** √37 · **C)** √38 · **D)** √39 · **E)** 6

48. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 6, 9, 18 cm. Cosinusul unghiului dintre diagonala AC′ și muchia AA′ este:



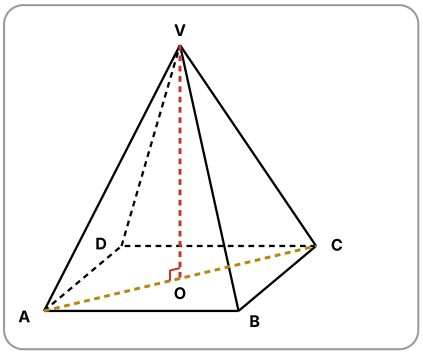
Variante: **A)** 2/7 · **B)** 7/6 · **C)** 67/70 · **D)** 3/7 · **E)** 6/7

49. Distanța dintre mijlocul lui DD′ și mijlocul lui D′A′, în cubul ABCDA′B′C′D′ cu muchia 9 cm, este (cm):



Variante: **A)** √158/2 · **B)** √170/2 · **C)** 9√2/2 · **D)** √166/2 · **E)** √174/2

50. Piramida patrulateră regulată VABCD are AB = 24 cm, VO = 21 cm și VA = 27 cm. Sinusul unghiului dintre muchia laterală VA și planul bazei este:



Variante: **A)** 4/9 · **B)** 7/4 · **C)** 7/9 · **D)** 9/7 · **E)** 11/9

▼ Arată răspunsurile: nivel dificil

1. **2√17** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 8 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 64 + 4 = 68$, deci $d = 2\sqrt{17}$ cm.
2. **1/3** — Proiecția lui VA pe (ABC) este OA. $\sin \angle VAO = VO/VA = 2/6$.

3. **8** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 8, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 64 + 0 + 0 = 64$, deci $d = 8$ cm.
4. **3/7** — $AC' = \sqrt{(6^2 + 2^2 + 3^2)} = 7$. Proiecția lui AC' pe (ABC) este AC; $\sin \angle C'AC = CC'/AC' = 3/7$.
5. **2√10** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 2, 6 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 4 + 36 + 0 = 40$, deci $d = 2\sqrt{10}$ cm.
6. **12/13** — $AC' = 13$. În triunghiul dreptunghic $AA'C'$ (unghi drept în A'): $\cos \angle C'AA' = AA'/AC' = 12/13$.
7. **6** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 6, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 36 + 0 + 0 = 36$, deci $d = 6$ cm.
8. **3√37/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 9, 0 și 3/2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 81 + 0 + 9/4 = 333/4$, deci $d = 3\sqrt{37}/2$ cm.
9. **7/9** — Proiecția lui VA pe (ABC) este OA. $\sin \angle VAO = VO/VA = 7/9$.
10. **6/7** — $AC' = \sqrt{(2^2 + 3^2 + 6^2)} = 7$. Proiecția lui AC' pe (ABC) este AC; $\sin \angle C'AC = CC'/AC' = 6/7$.
11. **1/3** — Proiecția lui VA pe (ABC) este OA. $\sin \angle VAO = VO/VA = 3/9$.
12. **3** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 2, 1 și 2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 4 + 1 + 4 = 9$, deci $d = 3$ cm.
13. **4√5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 4, 8 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 16 + 64 + 0 = 80$, deci $d = 4\sqrt{5}$ cm.
14. **1/3** — Proiecția lui VA pe (ABC) este OA. $\sin \angle VAO = VO/VA = 1/3$.
15. **9/11** — $AC' = 11$. În triunghiul dreptunghic $AA'C'$ (unghi drept în A'): $\cos \angle C'AA' = AA'/AC' = 9/11$.
16. **√29** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 2, 0 și 5 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 4 + 0 + 25 = 29$, deci $d = \sqrt{29}$ cm.
17. **3** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 3 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 9 + 0 = 9$, deci $d = 3$ cm.
18. **11/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 11/2 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 121/4 + 0 = 121/4$, deci $d = 11/2$ cm.
19. **9** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 9 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 81 + 0 = 81$, deci $d = 9$ cm.
20. **9√5/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 9/2, 0 și 9 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 81/4 + 0 + 81 = 405/4$, deci $d = 9\sqrt{5}/2$ cm.
21. **5√6** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 5, 10 și 5 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 25 + 100 + 25 = 150$, deci $d = 5\sqrt{6}$ cm.
22. **8** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 8 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 64 = 64$, deci $d = 8$ cm.

23. **7/9** — Proiecția lui VA pe (ABC) este OA. sin ∠VAO = VO/VA = 14/18.
24. **9/11** — AC′ = 22. În triunghiul dreptunghic AA′C′ (unghi drept în A′): cos ∠C′AA′ = AA′/AC′ = 18/22.
25. **5√13/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 6, 9/2 și 5 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 36 + 81/4 + 25 = 325/4, deci d = 5√13/2 cm.
26. **6/7** — AC′ = 7. În triunghiul dreptunghic AA′C′ (unghi drept în A′): cos ∠C′AA′ = AA′/AC′ = 6/7.
27. **9√2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 9 și 9 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 0 + 81 + 81 = 162, deci d = 9√2 cm.
28. **5** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 5 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 0 + 0 + 25 = 25, deci d = 5 cm.
29. **1/9** — AC′ = √(4² + 8² + 1²) = 9. Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC; sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 1/9.
30. **9√6/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 9, 9/2 și 9/2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 81 + 81/4 + 81/4 = 243/2, deci d = 9√6/2 cm.
31. **3** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 3, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 9 + 0 + 0 = 9, deci d = 3 cm.
32. **3/13** — AC′ = √(8² + 24² + 6²) = 26. Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC; sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 6/26.
33. **7√5/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 7/2, 7 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 49/4 + 49 + 0 = 245/4, deci d = 7√5/2 cm.
34. **2/3** — AC′ = √(2² + 11² + 10²) = 15. Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC; sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 10/15.
35. **√85** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 7 și 6 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 0 + 49 + 36 = 85, deci d = √85 cm.
36. **2√38** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 6, 4 și 10 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 36 + 16 + 100 = 152, deci d = 2√38 cm.
37. **9/11** — AC′ = √(12² + 4² + 18²) = 22. Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC; sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 18/22.
38. **8/9** — AC′ = 9. În triunghiul dreptunghic AA′C′ (unghi drept în A′): cos ∠C′AA′ = AA′/AC′ = 8/9.
39. **10√2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 10, 10 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 100 + 100 + 0 = 200, deci d = 10√2 cm.
40. **2/7** — AC′ = √(6² + 3² + 2²) = 7. Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC; sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 2/7.
41. **3√6** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 3, 3 și 6 cm. Aplicând Pitagora de două ori: d² = 9 + 9 + 36 = 54, deci d = 3√6 cm.

42. **√61/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 5/2, 3 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 25/4 + 9 + 0 = 61/4$, deci $d = √61/2$ cm.
43. **12** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 12, 0 și 0 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 144 + 0 + 0 = 144$, deci $d = 12$ cm.
44. **5√3** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 5, 5 și 5 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 25 + 25 + 25 = 75$, deci $d = 5√3$ cm.
45. **4/13** — $AC' = √(24^2 + 6^2 + 8^2) = 26$. Proiecția lui AC′ pe (ABC) este AC; sin ∠C′AC = CC′/AC′ = 8/26.
46. **4** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 0 și 4 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 0 + 16 = 16$, deci $d = 4$ cm.
47. **6** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 4, 2 și 4 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 16 + 4 + 16 = 36$, deci $d = 6$ cm.
48. **6/7** — AC′ = 21. În triunghiul dreptunghic AA′C′ (unghi drept în A′): cos ∠C′AA′ = AA′/AC′ = 18/21.
49. **9√2/2** — Diferențele dintre poziții, pe cele trei direcții ale muchiilor, sunt 0, 9/2 și 9/2 cm. Aplicând Pitagora de două ori: $d^2 = 0 + 81/4 + 81/4 = 81/2$, deci $d = 9√2/2$ cm.
50. **7/9** — Proiecția lui VA pe (ABC) este OA. sin ∠VAO = VO/VA = 21/27.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 8-a