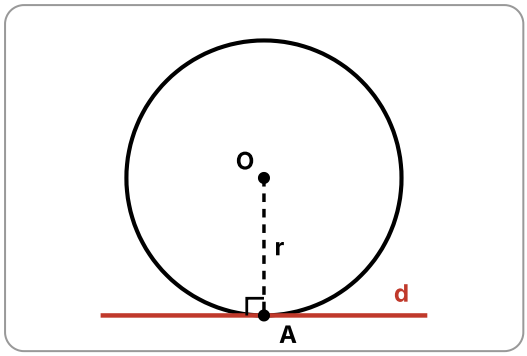
Tangente la cerc

Poziții relative dreaptă – cerc, tangenta, tangentele duse dintr-un punct exterior, cercuri tangente.

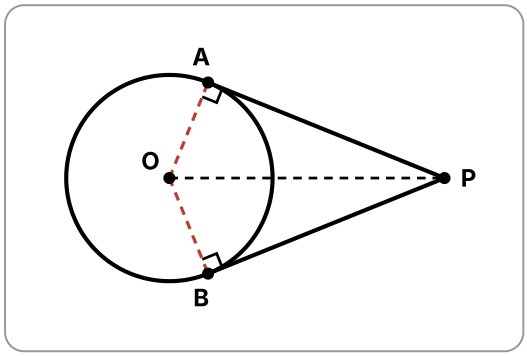
Dreaptă și cerc

O dreaptă poate fi **secantă** (două puncte comune), **tangentă** (un punct comun) sau **exterioară**. Dreapta d este tangentă dacă distanța de la centru la ea este egală cu raza.



Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: d ⊥ OA

Tangente dintr-un punct exterior



PA = PB (tangentele sunt congruente)

$PA^2 = OP^2 - r^2$ (Pitagora în ΔOAP)

OP este bisectoarea unghiului ∠APB și a unghiului ∠AOB

∠AOB + ∠APB = 180°

Cercuri tangente

Tangente exterior: distanța dintre centre = $r_1 + r_2$

Tangente interior: distanța dintre centre = $R - r$

Exemplul 1. Raza unui cerc este 15, iar P este la 25 de centru. Află tangenta PA.

Rezolvare. PA = √(625 − 225) = 20.

Exemplul 2. Tangentele PA, PB formează ∠APB = 60°, PA = 22. Află AB.

Rezolvare. PA = PB și ∠P = 60° ⇒ ΔPAB echilateral ⇒ AB = 22.

Exemplul 3. Dintr-un punct P se duc tangentele PA = PB = 5. O a treia tangentă atinge cercul în T și taie PA în M, PB în N. Perimetrul ΔPMN?

Rezolvare. MT = MA și NT = NB, deci P(PMN) = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 10.

Exemplul 4. Triunghiul ABC dreptunghic în A are catetele 6 și 8. Raza cercului înscris?

Metoda 1 (cu formula). r = (6 + 8 − 10)/2 = 2.

Metoda 2 (cu aria). r = A/p = 24/12 = 2.

Greșeli frecvente

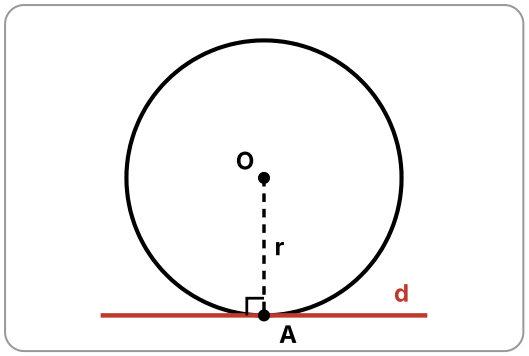
- Se uită unghiul drept dintre rază și tangentă.
- Se amestecă condiția tangenței exterioare (suma razelor) cu cea interioară (diferența).
- Se confundă lungimea tangentei cu distanța PO.

Exerciții

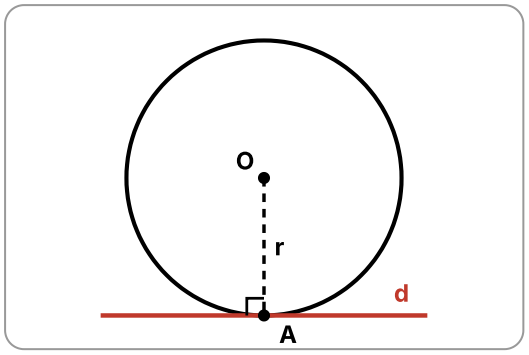
Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciții)

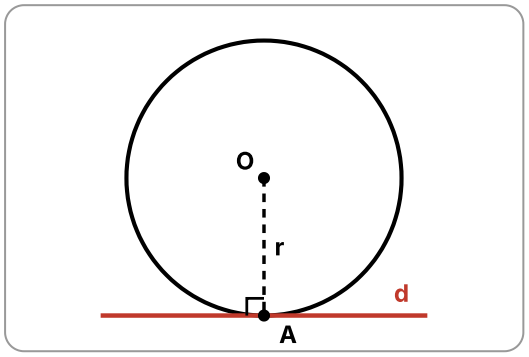
1. ND este tangentă la cercul de centru O în punctul D. Cât măsoară ∠ODN?



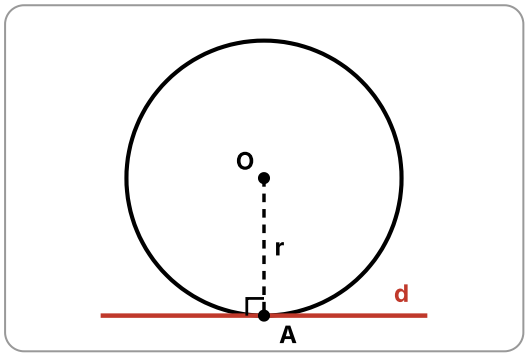
2. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 12 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



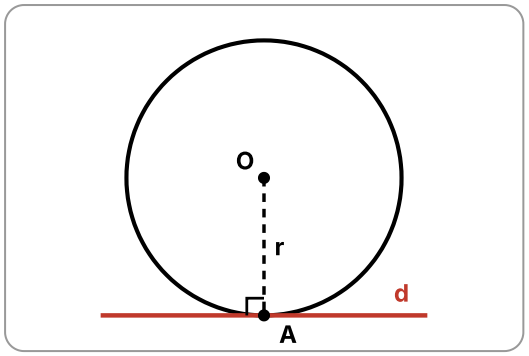
3. Un cerc cu raza 9 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



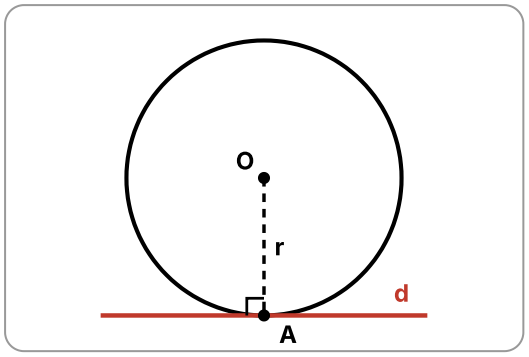
4. Un cerc cu raza 11 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



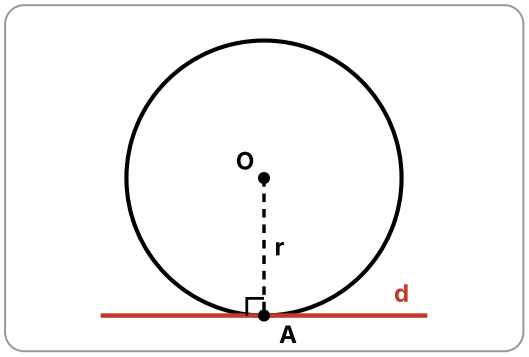
5. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 18 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



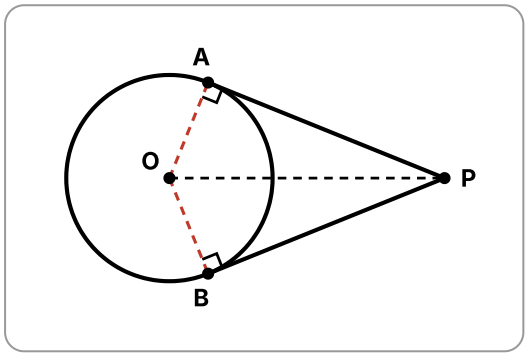
6. Un cerc cu raza 7 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



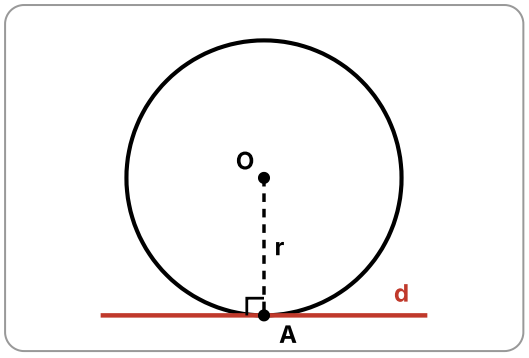
7. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 17 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



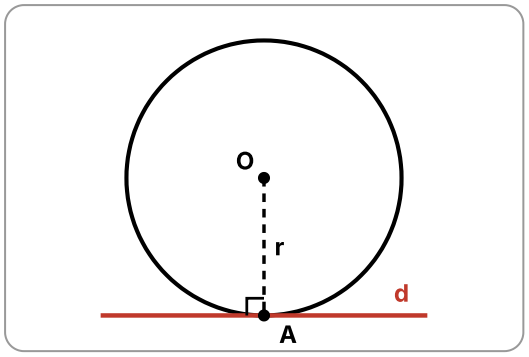
8. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 38 cm, cât este PB?



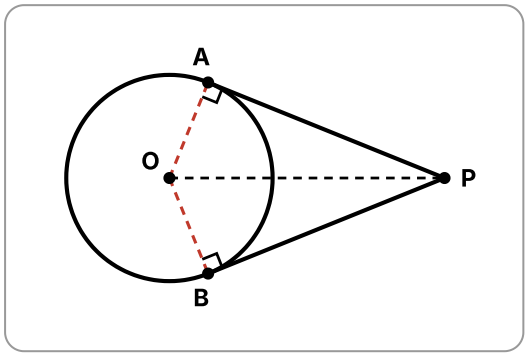
9. TF este tangentă la cercul de centru O în punctul F. Cât măsoară ∠OFT?



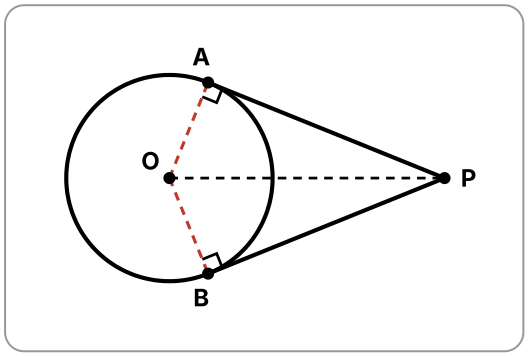
10. KL este tangentă la cercul de centru O în punctul L. Cât măsoară ∠OLK?



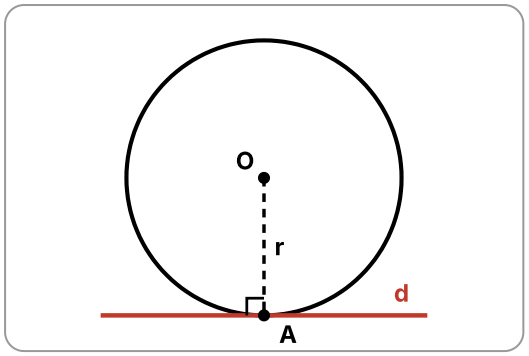
11. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 25 cm, cât este PB?



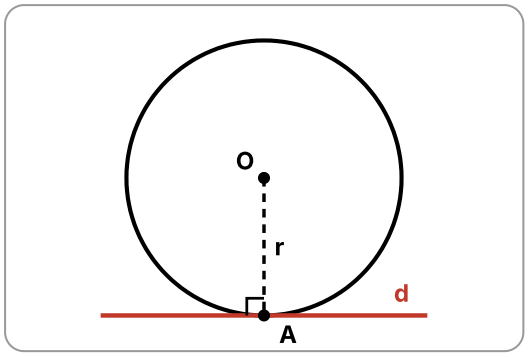
12. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 14 cm, cât este PB?



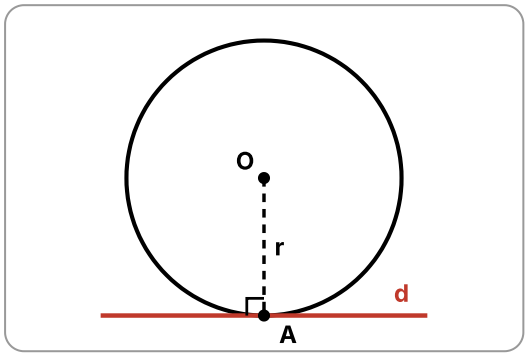
13. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 7 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



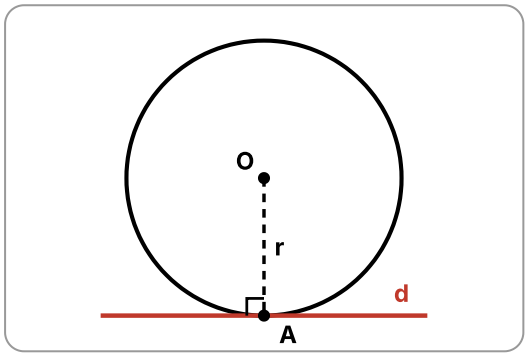
14. Un cerc cu raza 30 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



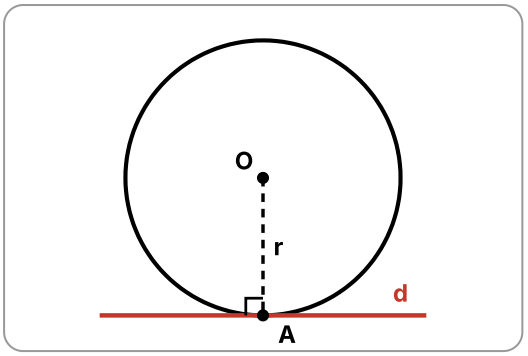
15. Un cerc cu raza 29 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



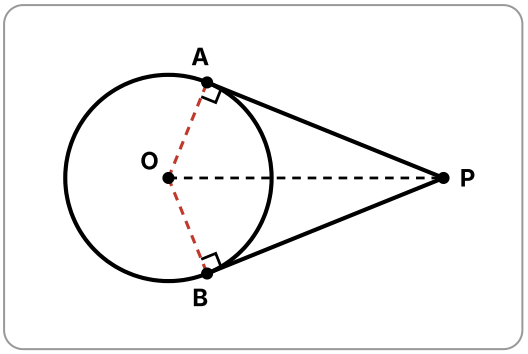
16. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 2 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



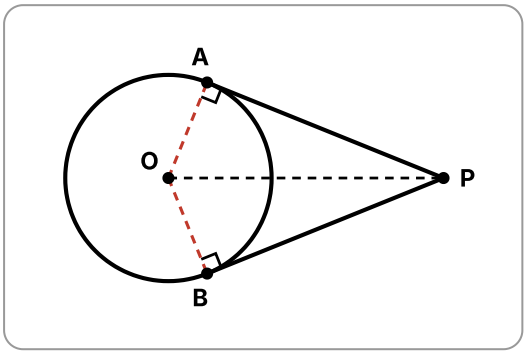
17. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 3 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



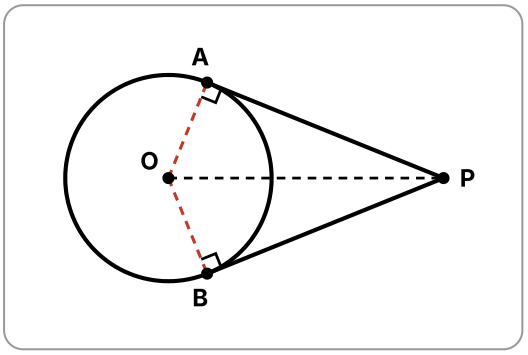
18. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 26 cm, cât este PB?



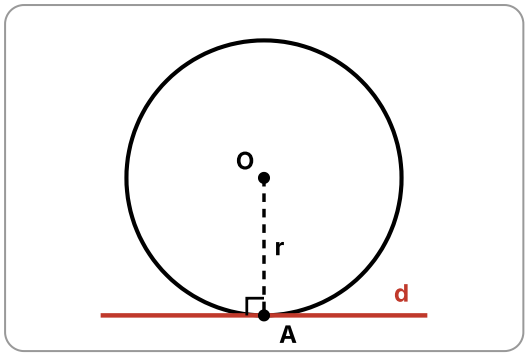
19. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 9 cm, cât este PB?



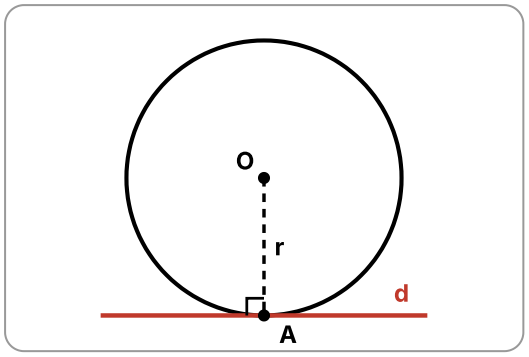
20. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 11 cm, cât este PB?



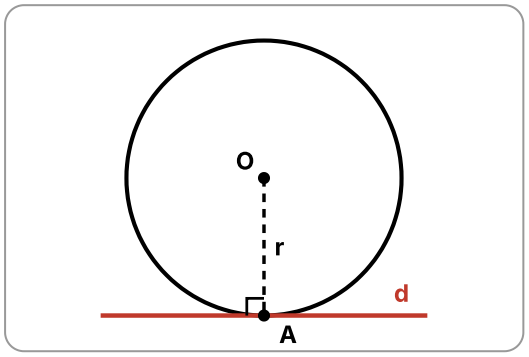
21. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 8 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



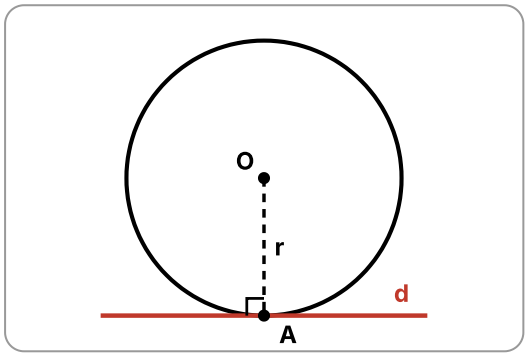
22. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 14 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



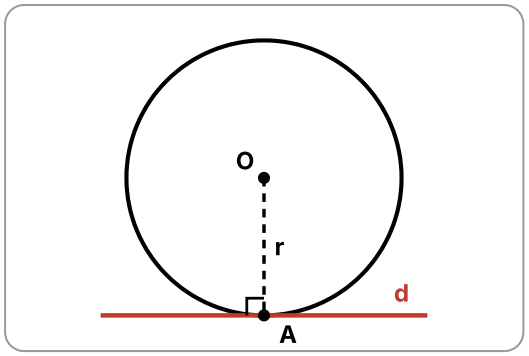
23. Un cerc cu raza 23 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



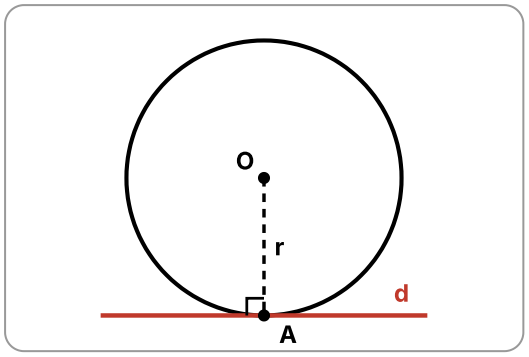
24. RE este tangentă la cercul de centru O în punctul E. Cât măsoară ∠OER?



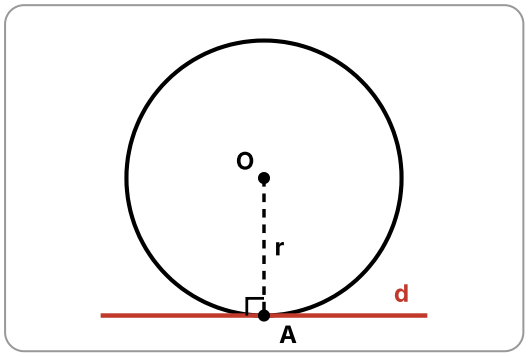
25. Un cerc cu raza 5 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



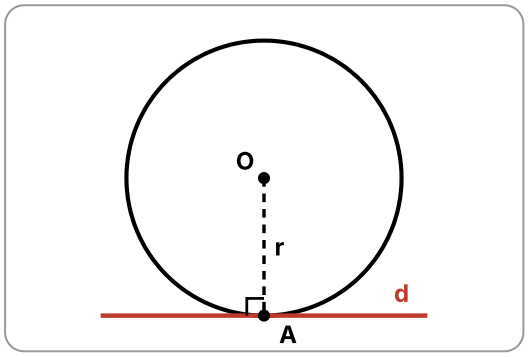
26. Un cerc cu raza 3 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



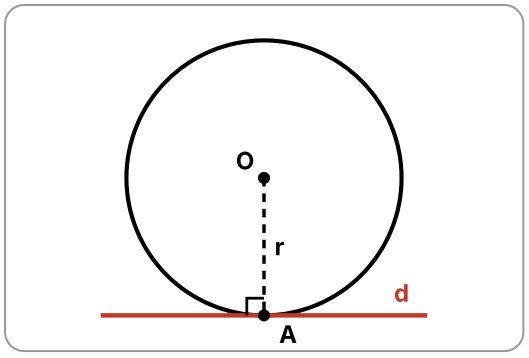
27. Un cerc cu raza 19 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



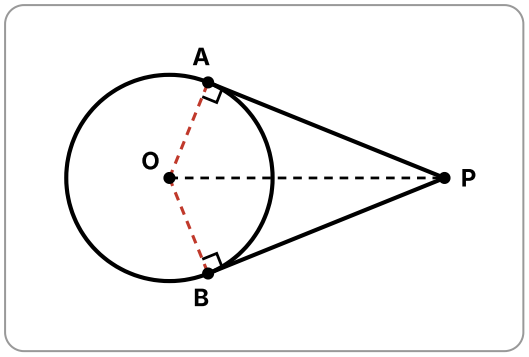
28. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 15 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



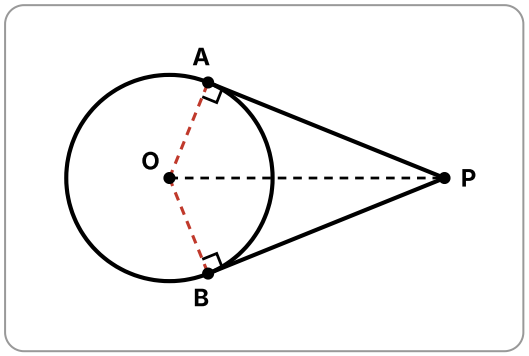
29. QB este tangentă la cercul de centru O în punctul B. Cât măsoară ∠OBQ?



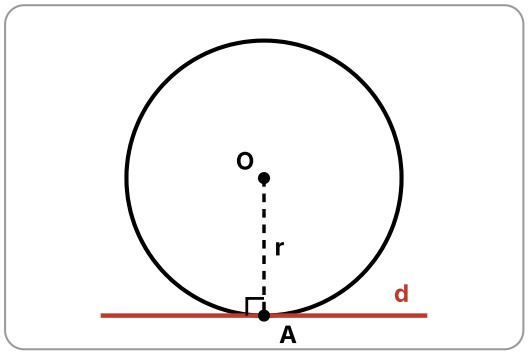
30. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 30 cm, cât este PB?



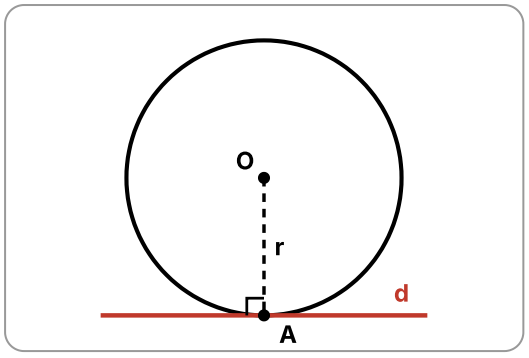
31. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 29 cm, cât este PB?



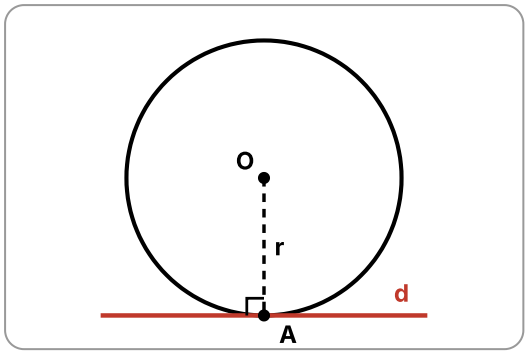
32. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 5 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



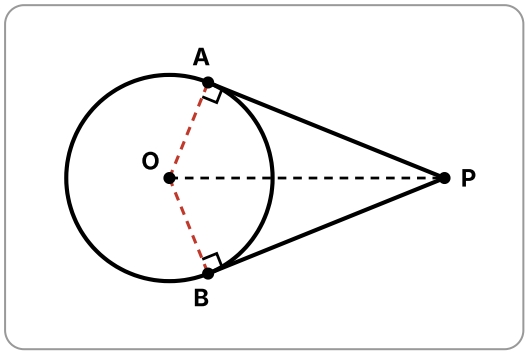
33. SC este tangentă la cercul de centru O în punctul C. Cât măsoară ∠OCS?



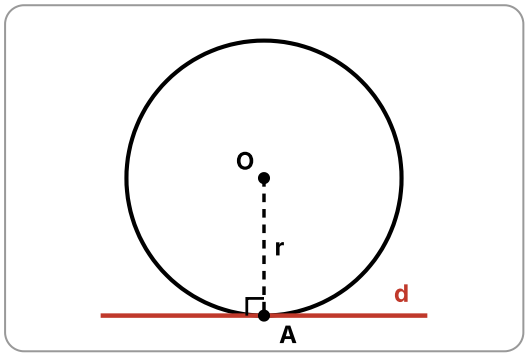
34. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 9 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



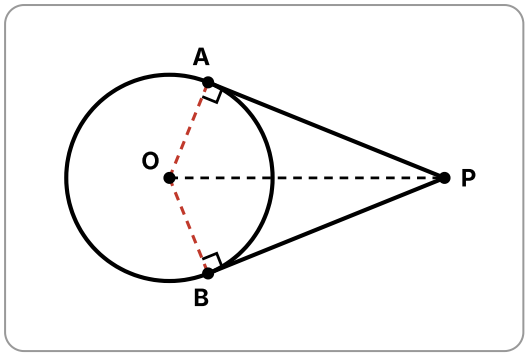
35. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 35 cm, cât este PB?



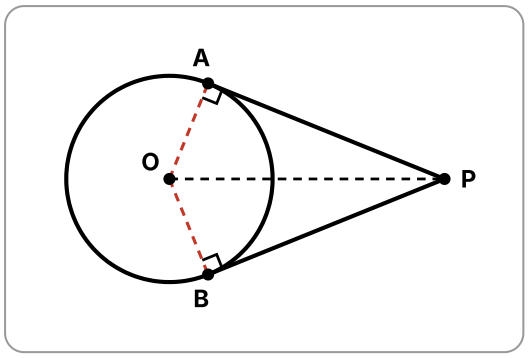
36. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 19 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



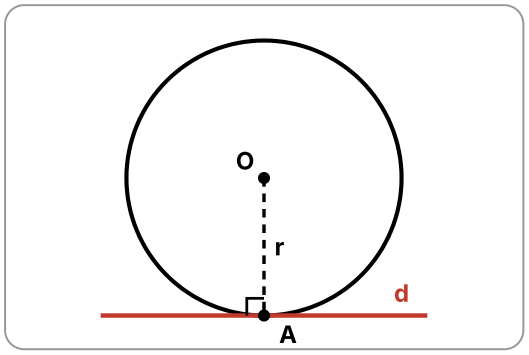
37. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 17 cm, cât este PB?



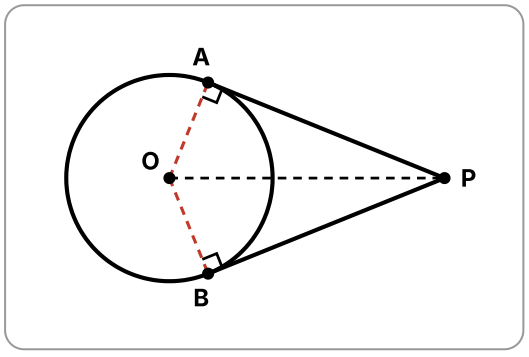
38. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 27 cm, cât este PB?



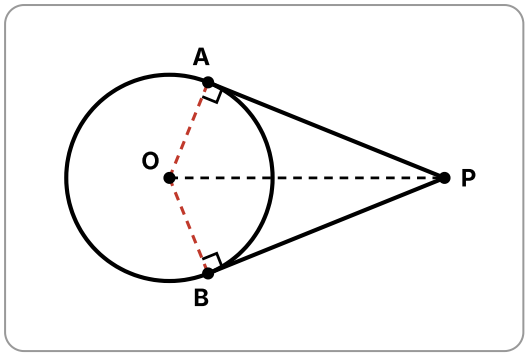
39. Un cerc cu raza 4 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



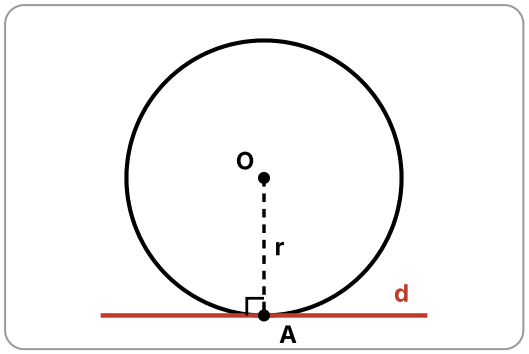
40. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 16 cm, cât este PB?



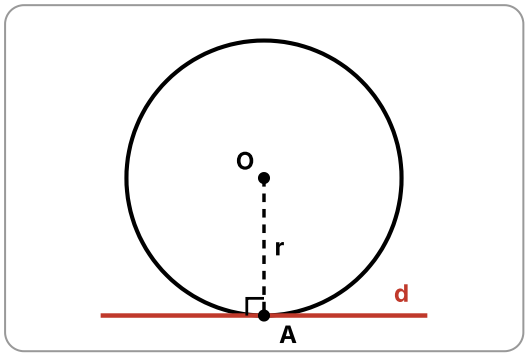
41. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 5 cm, cât este PB?



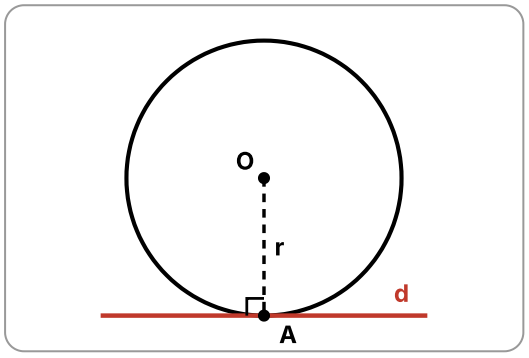
42. Un cerc cu raza 16 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



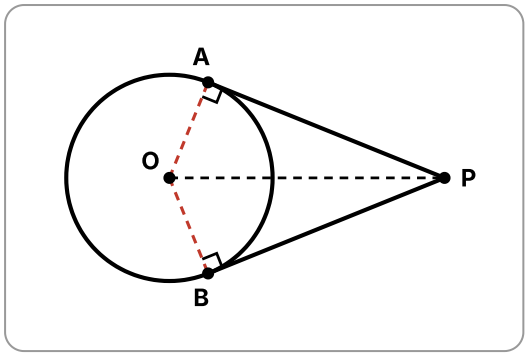
43. Un cerc cu raza 27 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



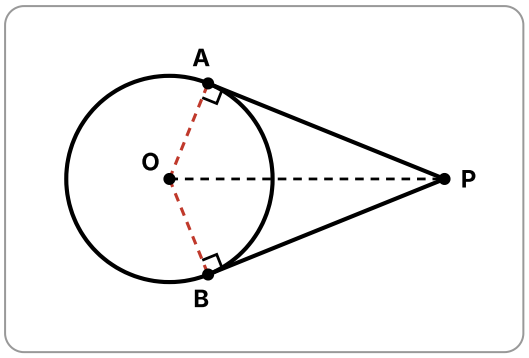
44. MT este tangentă la cercul de centru O în punctul T. Cât măsoară ∠OTM?



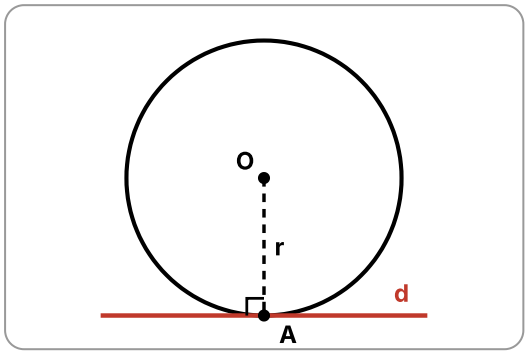
45. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 23 cm, cât este PB?



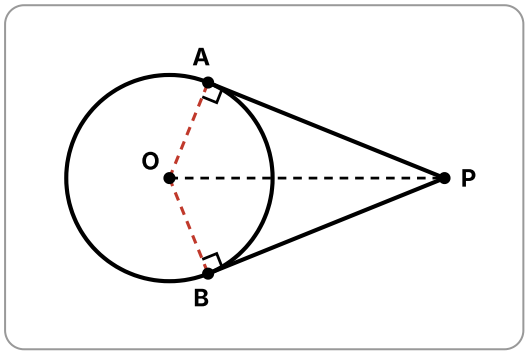
46. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 4 cm, cât este PB?



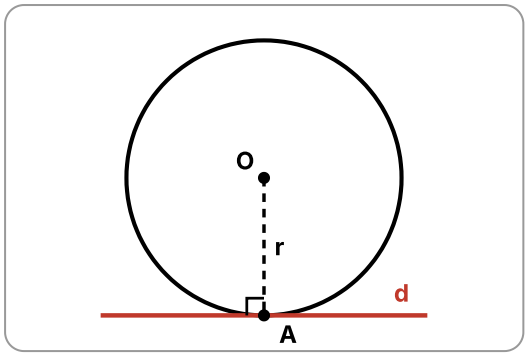
47. Un cerc cu raza 6 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



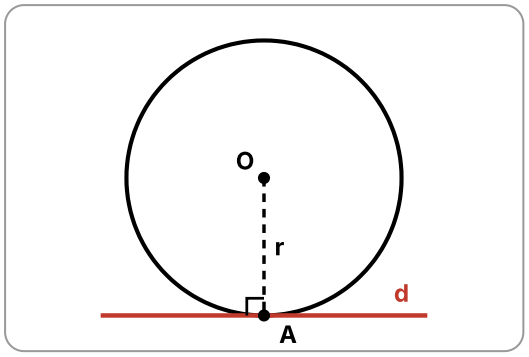
48. Din punctul exterior P se duc tangentele PA și PB la un cerc. Dacă PA = 20 cm, cât este PB?



49. Un cerc cu raza 26 cm este tangent unei drepte d. La ce distanță de dreapta se află centrul (în cm)?



50. Dreapta d este tangentă cercului de centru O în punctul A, cu raza de 16 cm. Cât măsoară unghiul dintre tangentă și raza OA?



▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

1. **90** — Raza OD este perpendiculară pe tangenta ND în punctul de contact D.
2. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
3. **9** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 9 cm.
4. **11** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 11 cm.
5. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
6. **7** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 7 cm.
7. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
8. **38** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 38 cm.
9. **90** — Raza OF este perpendiculară pe tangenta TF în punctul de contact F.
10. **90** — Raza OL este perpendiculară pe tangenta KL în punctul de contact L.
11. **25** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 25 cm.
12. **14** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 14 cm.
13. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
14. **30** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 30 cm.
15. **29** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 29 cm.

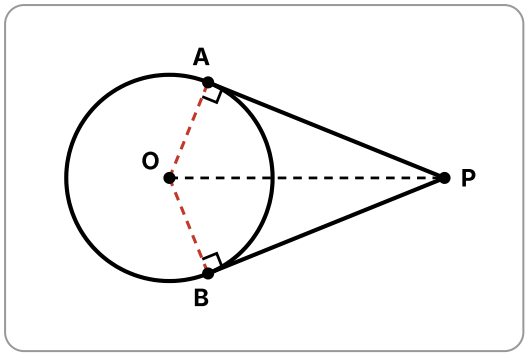
16. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
17. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
18. **26** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 26 cm.
19. **9** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 9 cm.
20. **11** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 11 cm.
21. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
22. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
23. **23** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 23 cm.
24. **90** — Raza OE este perpendiculară pe tangenta RE în punctul de contact E.
25. **5** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 5 cm.
26. **3** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 3 cm.
27. **19** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 19 cm.
28. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
29. **90** — Raza OB este perpendiculară pe tangenta QB în punctul de contact B.
30. **30** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 30 cm.
31. **29** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 29 cm.
32. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
33. **90** — Raza OC este perpendiculară pe tangenta SC în punctul de contact C.
34. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
35. **35** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 35 cm.
36. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.
37. **17** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 17 cm.
38. **27** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 27 cm.
39. **4** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 4 cm.
40. **16** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 16 cm.
41. **5** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 5 cm.
42. **16** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 16 cm.
43. **27** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 27 cm.
44. **90** — Raza OT este perpendiculară pe tangenta MT în punctul de contact T.
45. **23** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 23 cm.
46. **4** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 4 cm.
47. **6** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 6 cm.
48. **20** — Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: PB = PA = 20 cm.

49. **26** — Distanța de la centru la o tangentă este egală cu raza: 26 cm.

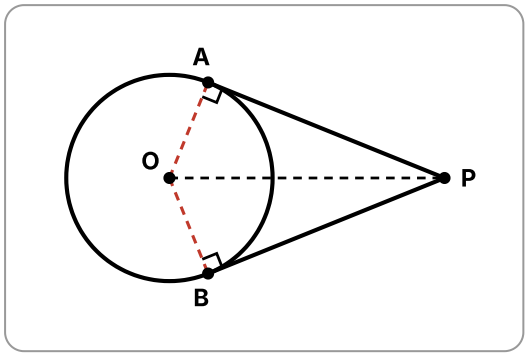
50. **90** — Tangenta este perpendiculară pe raza dusă în punctul de contact: 90°.

Nivel mediu (50 de exerciţii)

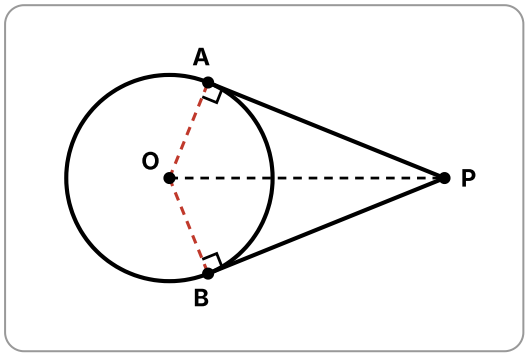
1. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 170°. Cât măsoară ∠AOB?



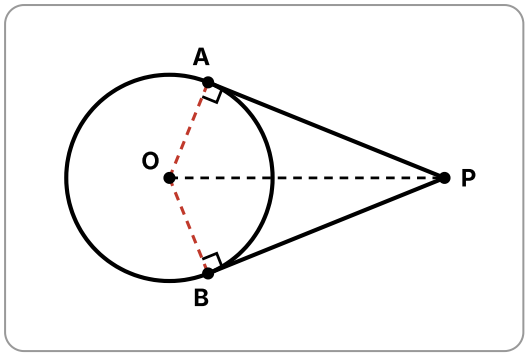
2. Tangenta PA are 12 cm, iar raza OA = 9 cm. Cât este OP (în cm)?



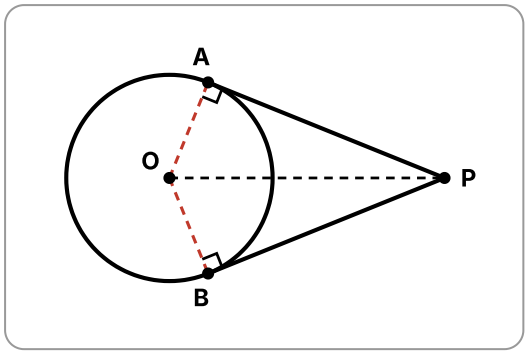
3. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 27 cm. Cât este AB?



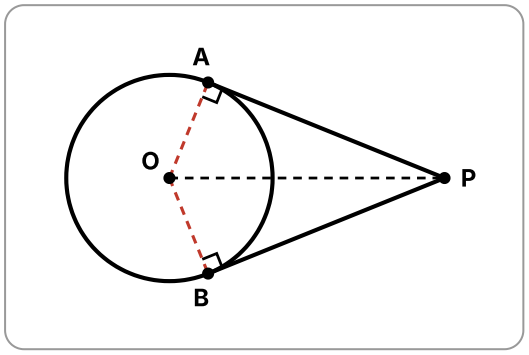
4. Raza unui cerc este 9 cm, iar punctul P se află la 15 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?



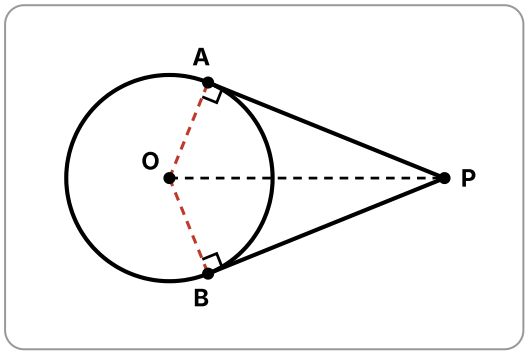
5. Tangenta PA are 48 cm, iar raza OA = 20 cm. Cât este OP (în cm)?



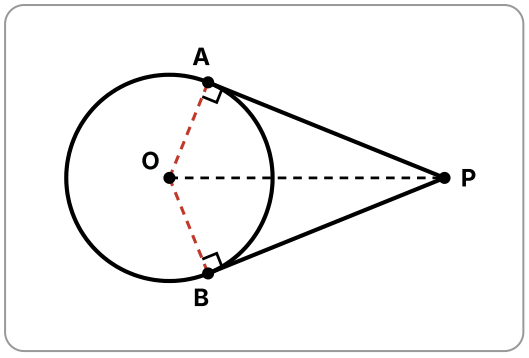
6. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 50°. Cât măsoară ∠AOB?



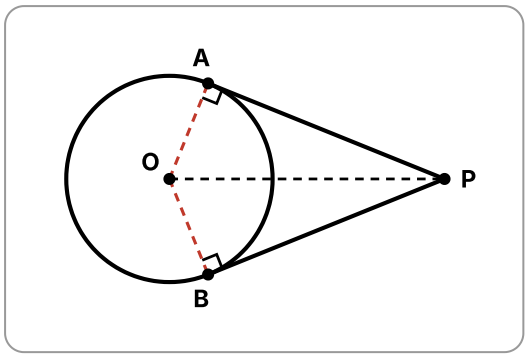
7. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 130°. Cât măsoară ∠AOB?



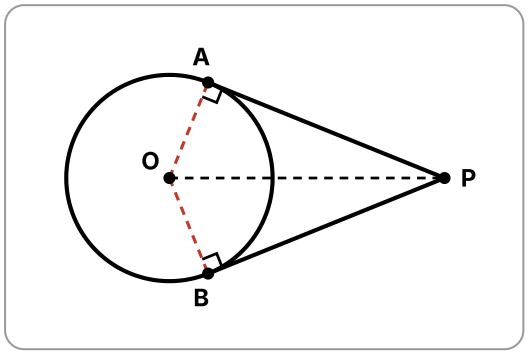
8. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 14 cm. Cât este AB?



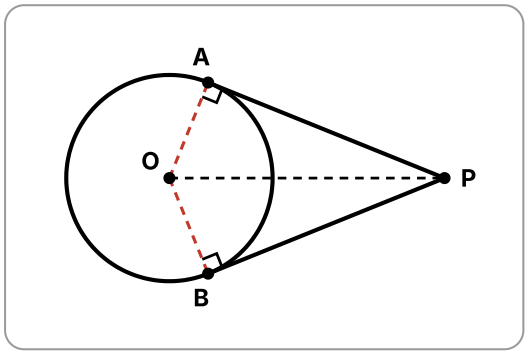
9. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 90°. Cât măsoară ∠AOB?



10. Raza unui cerc este 24 cm, iar punctul P se află la 40 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

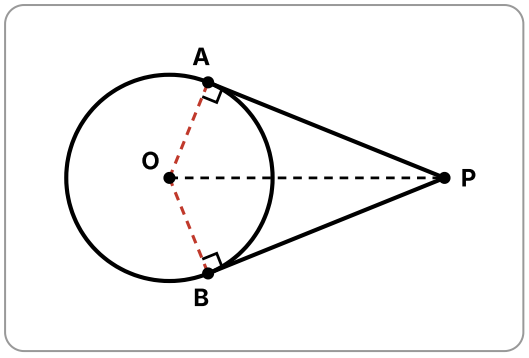


11. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 24 cm. Cât este AB?

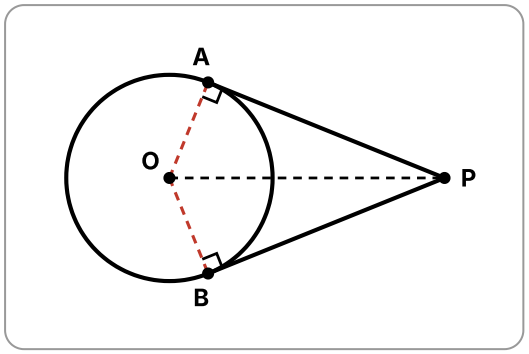


12. Două cercuri cu razele 4 cm și 11 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

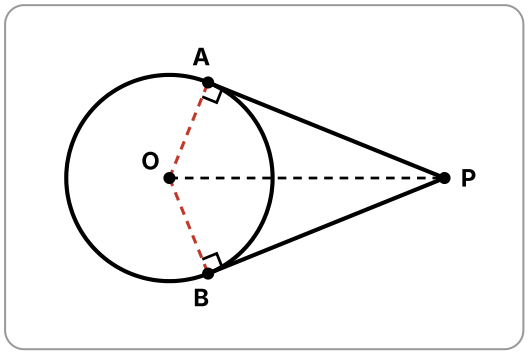
13. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 6 cm. Cât este AB?



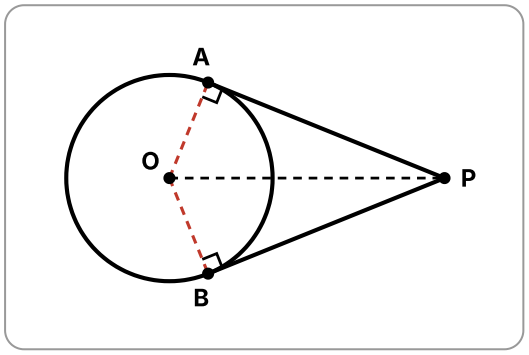
14. Raza unui cerc este 18 cm, iar punctul P se află la 30 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?



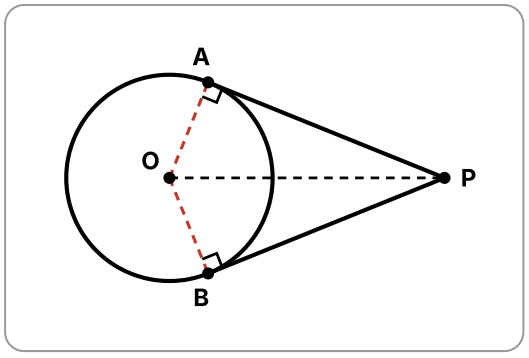
15. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 7 cm. Cât este AB?



16. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 70°. Cât măsoară ∠AOB?

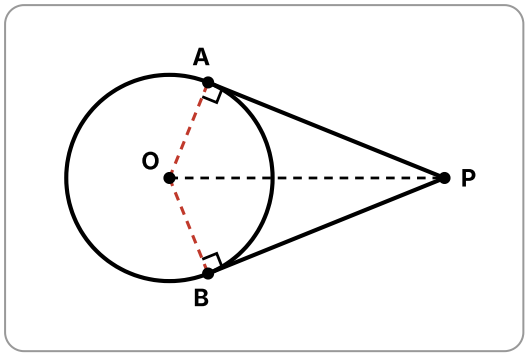


17. Tangenta PA are 24 cm, iar raza OA = 10 cm. Cât este OP (în cm)?

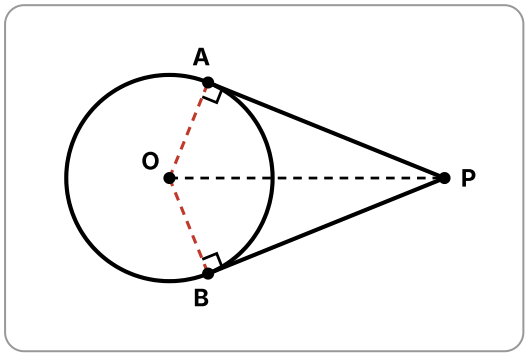


18. Două cercuri cu razele 5 cm și 10 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

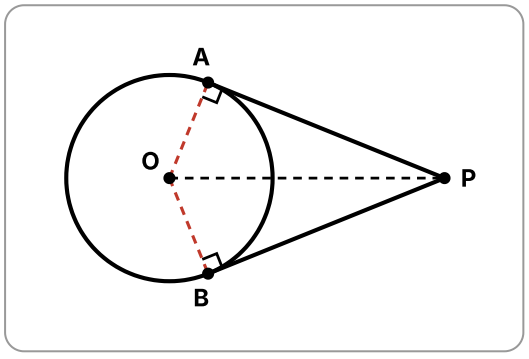
19. Raza unui cerc este 10 cm, iar punctul P se află la 26 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?



20. Raza unui cerc este 16 cm, iar punctul P se află la 34 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

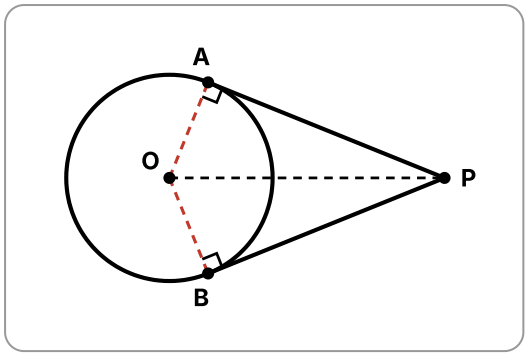


21. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 80°. Cât măsoară ∠AOB?

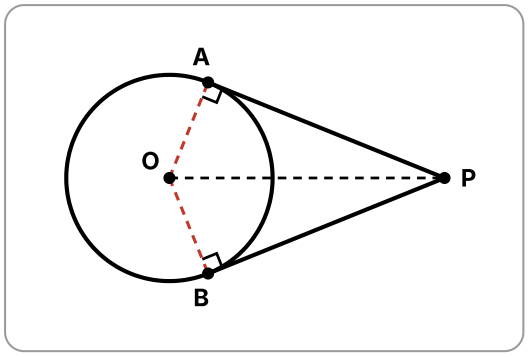


22. Două cercuri cu razele 5 cm și 4 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

23. Raza unui cerc este 20 cm, iar punctul P se află la 29 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

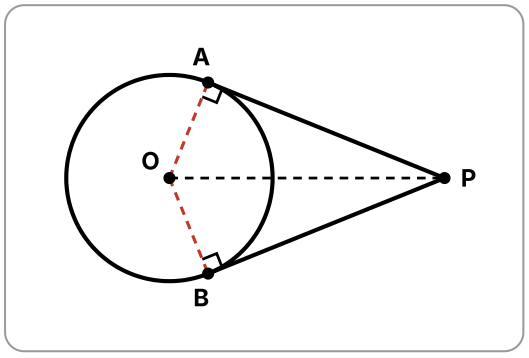


24. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 5 cm. Cât este AB?

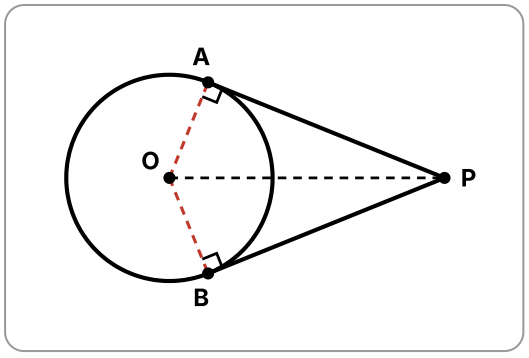


25. Două cercuri cu razele 7 cm și 3 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

26. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 12 cm. Cât este AB?

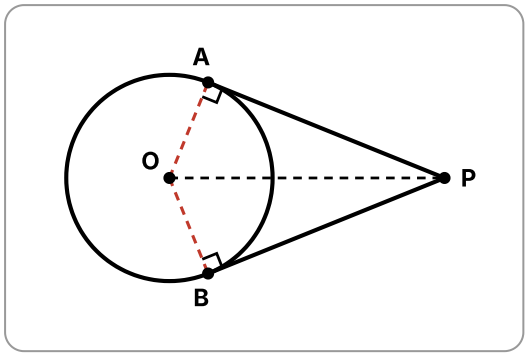


27. Tangenta PA are 42 cm, iar raza OA = 40 cm. Cât este OP (în cm)?

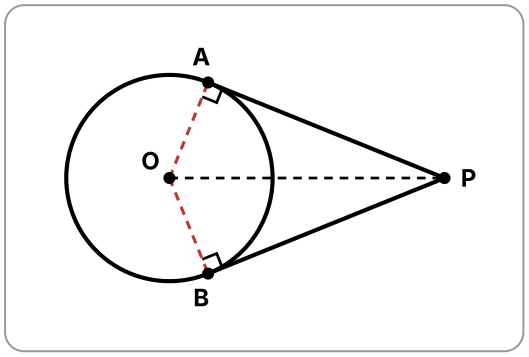


28. Două cercuri cu razele 8 cm și 6 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

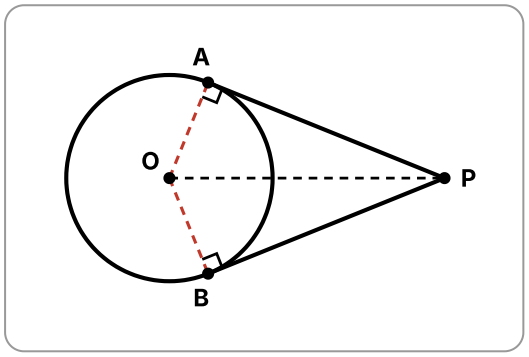
29. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 30°. Cât măsoară ∠AOB?



30. Raza unui cerc este 12 cm, iar punctul P se află la 20 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

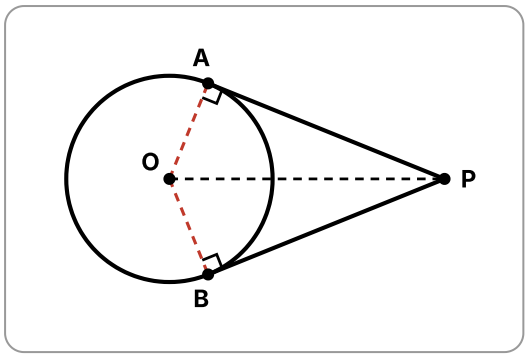


31. Raza unui cerc este 8 cm, iar punctul P se află la 17 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

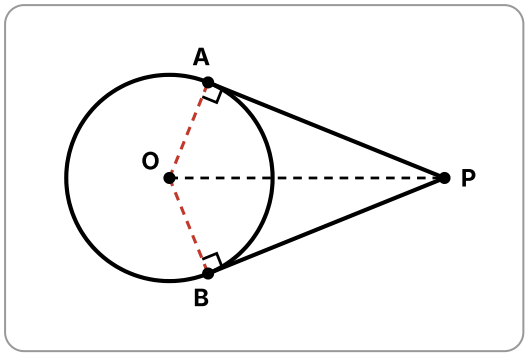


32. Două cercuri cu razele 12 cm și 3 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

33. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 22 cm. Cât este AB?



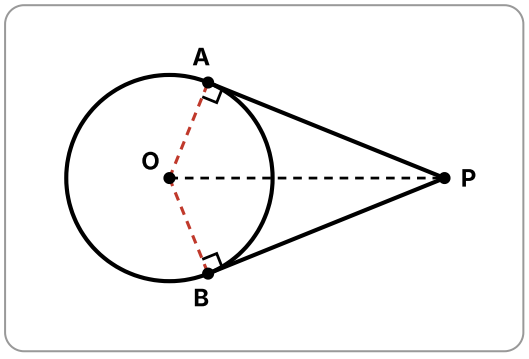
34. Tangentele PA și PB la un cerc de centru O formează ∠APB = 140°. Cât măsoară ∠AOB?



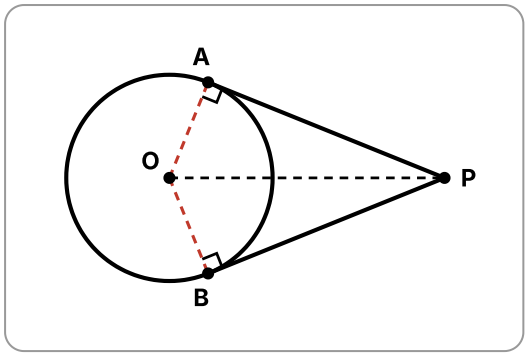
35. Două cercuri cu razele 12 cm și 8 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

36. Două cercuri cu razele 3 cm și 11 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

37. Tangentele PA și PB la un cerc formează ∠APB = 60°, iar PA = 9 cm. Cât este AB?



38. Raza unui cerc este 7 cm, iar punctul P se află la 25 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

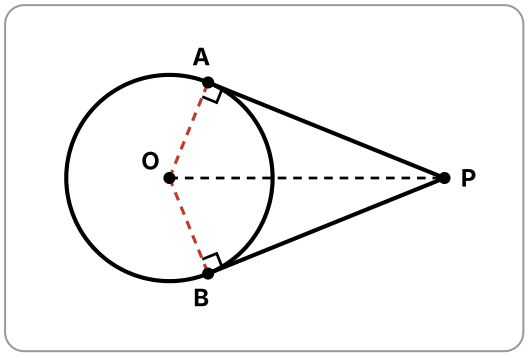


39. Două cercuri cu razele 15 cm și 5 cm sunt tangente interior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

40. Două cercuri cu razele 2 cm și 5 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

41. Două cercuri cu razele 7 cm și 10 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

42. Raza unui cerc este 6 cm, iar punctul P se află la 10 cm de centru. Cât este lungimea tangentei PA duse din P (în cm)?

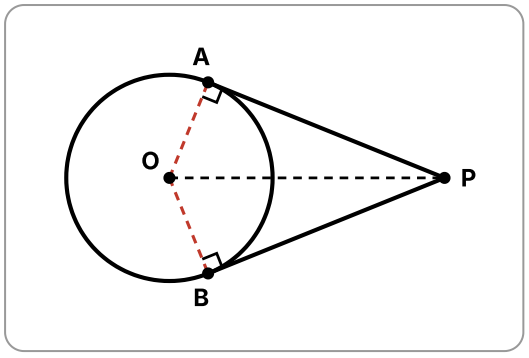


43. Două cercuri cu razele 3 cm și 8 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

44. Două cercuri cu razele 9 cm și 3 cm sunt tangente interior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

45. Două cercuri cu razele 7 cm și 8 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

46. Tangenta PA are 8 cm, iar raza OA = 6 cm. Cât este OP (în cm)?

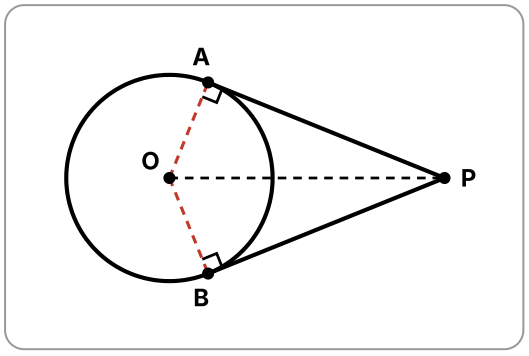


47. Două cercuri cu razele 8 cm și 4 cm sunt tangente interior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

48. Două cercuri cu razele 10 cm și 5 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

49. Două cercuri cu razele 11 cm și 4 cm sunt tangente exterior. Cât este distanța dintre centre (în cm)?

50. Tangenta PA are 48 cm, iar raza OA = 14 cm. Cât este OP (în cm)?



▼ Arată răspunsurile: nivel mediu

1. **10** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 170° = 10°.
2. **15** — $OP^2 = OA^2 + PA^2 = 9^2 + 12^2 = 225$, deci OP = 15 cm.
3. **27** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 27 cm.
4. **12** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 15^2 - 9^2 = 144$, deci PA = 12 cm.
5. **52** — $OP^2 = OA^2 + PA^2 = 20^2 + 48^2 = 2704$, deci OP = 52 cm.
6. **130** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 50° = 130°.
7. **50** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 130° = 50°.
8. **14** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 14 cm.

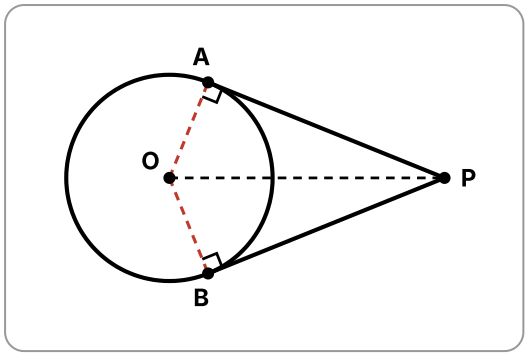
9. **90** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 90° = 90°.
10. **32** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 40^2 - 24^2 = 1024$, deci PA = 32 cm.
11. **24** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 24 cm.
12. **15** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 4 + 11 = 15 cm.
13. **6** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 6 cm.
14. **24** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 30^2 - 18^2 = 576$, deci PA = 24 cm.
15. **7** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 7 cm.
16. **110** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 70° = 110°.
17. **26** — $OP^2 = OA^2 + PA^2 = 10^2 + 24^2 = 676$, deci OP = 26 cm.
18. **15** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 5 + 10 = 15 cm.
19. **24** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 26^2 - 10^2 = 576$, deci PA = 24 cm.
20. **30** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 34^2 - 16^2 = 900$, deci PA = 30 cm.
21. **100** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 80° = 100°.
22. **9** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 5 + 4 = 9 cm.
23. **21** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 29^2 - 20^2 = 441$, deci PA = 21 cm.
24. **5** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 5 cm.
25. **10** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 7 + 3 = 10 cm.
26. **12** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 12 cm.
27. **58** — $OP^2 = OA^2 + PA^2 = 40^2 + 42^2 = 3364$, deci OP = 58 cm.
28. **14** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 8 + 6 = 14 cm.
29. **150** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: ∠AOB = 360° − 90° − 90° − 30° = 150°.
30. **16** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 20^2 - 12^2 = 256$, deci PA = 16 cm.
31. **15** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 17^2 - 8^2 = 225$, deci PA = 15 cm.
32. **15** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 12 + 3 = 15 cm.
33. **22** — PA = PB și ∠P = 60°: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 22 cm.

34. **40** — Patrulaterul OAPB are unghiuri de 90° în A și B, iar suma lor este 360°: $\angle AOB = 360° - 90° - 90° - 140° = 40°$.
35. **20** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 12 + 8 = 20 cm.
36. **14** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 3 + 11 = 14 cm.
37. **9** — PA = PB și $\angle P = 60°$: triunghiul PAB este echilateral, deci AB = PA = 9 cm.
38. **24** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 25^2 - 7^2 = 576$, deci PA = 24 cm.
39. **10** — La tangența interioară, distanța dintre centre este diferența razelor: 15 − 5 = 10 cm.
40. **7** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 2 + 5 = 7 cm.
41. **17** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 7 + 10 = 17 cm.
42. **8** — Triunghiul OAP este dreptunghic în A: $PA^2 = OP^2 - OA^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, deci PA = 8 cm.
43. **11** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 3 + 8 = 11 cm.
44. **6** — La tangența interioară, distanța dintre centre este diferența razelor: 9 − 3 = 6 cm.
45. **15** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 7 + 8 = 15 cm.
46. **10** — $OP^2 = OA^2 + PA^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, deci OP = 10 cm.
47. **4** — La tangența interioară, distanța dintre centre este diferența razelor: 8 − 4 = 4 cm.
48. **15** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 10 + 5 = 15 cm.
49. **15** — La tangența exterioară, distanța dintre centre este suma razelor: 11 + 4 = 15 cm.
50. **50** — $OP^2 = OA^2 + PA^2 = 14^2 + 48^2 = 2500$, deci OP = 50 cm.

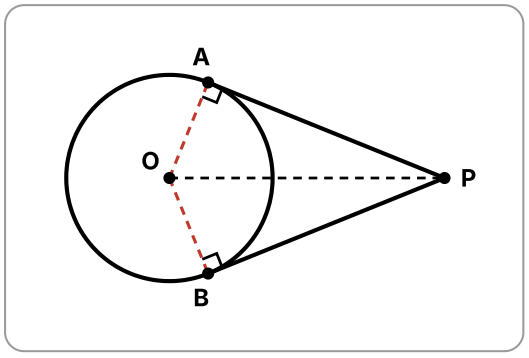
Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 14 cm și 48 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?
2. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 3 cm și 4 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?
3. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 8 cm și 15 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?
4. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 25 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?
5. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 11 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?
6. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 12 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

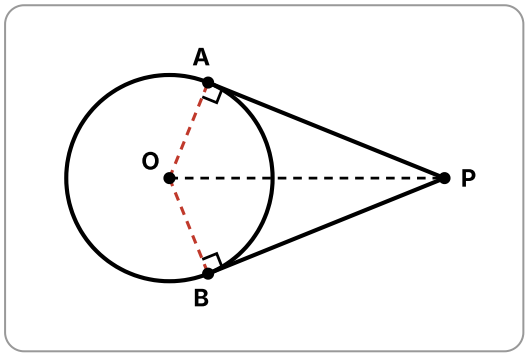
7. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 8 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?
8. Dintr-un punct P situat la 40 cm de centrul unui cerc cu raza 24 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



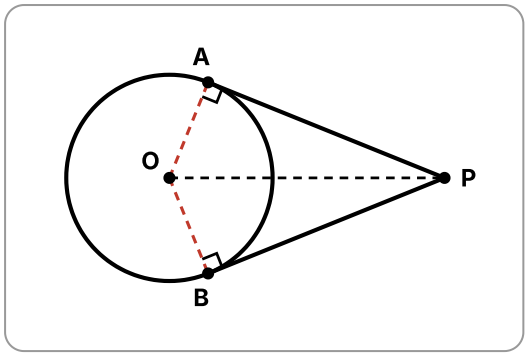
9. Două cercuri cu razele 3 cm și 5 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?
10. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 5 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?
11. Dintr-un punct P situat la 26 cm de centrul unui cerc cu raza 10 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



12. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 18 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?
13. Două cercuri cu razele 6 cm și 4 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?
14. Dintr-un punct P situat la 50 cm de centrul unui cerc cu raza 30 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



15. Dintr-un punct P situat la 5 cm de centrul unui cerc cu raza 3 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?

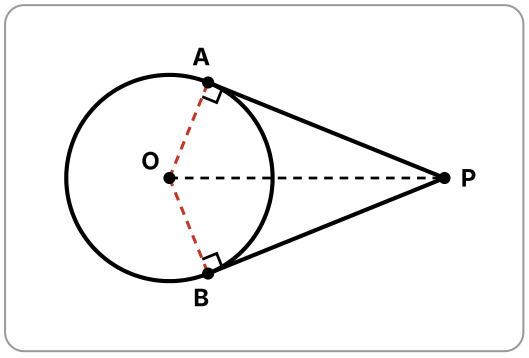


16. Două cercuri cu razele 5 cm și 9 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

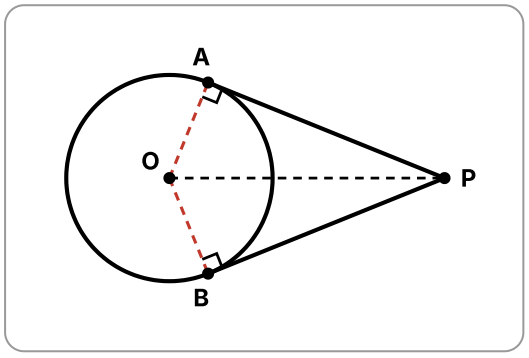
17. Două cercuri cu razele 3 cm și 4 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

18. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 4 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

19. Dintr-un punct P situat la 15 cm de centrul unui cerc cu raza 9 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



20. Dintr-un punct P situat la 10 cm de centrul unui cerc cu raza 6 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?

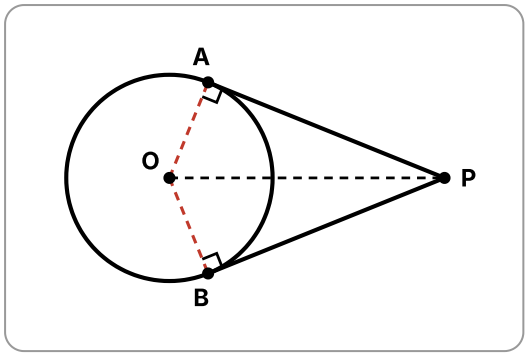


21. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 24 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

22. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 5 cm și 12 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?

23. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 16 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

24. Dintr-un punct P situat la 29 cm de centrul unui cerc cu raza 20 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



25. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 6 cm și 8 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?

26. Două cercuri cu razele 4 cm și 2 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

27. Două cercuri cu razele 10 cm și 4 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

28. Două cercuri cu razele 7 cm și 3 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

29. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 10 cm și 24 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?

30. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 19 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

31. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu catetele de 12 cm și 16 cm. Care este raza cercului înscris în triunghi (în cm)?

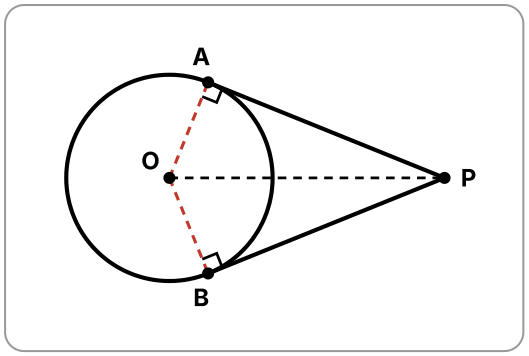
32. Două cercuri cu razele 9 cm și 7 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

33. Două cercuri cu razele 10 cm și 6 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

34. Două cercuri cu razele 3 cm și 2 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

35. Două cercuri cu razele 5 cm și 8 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

36. Dintr-un punct P situat la 50 cm de centrul unui cerc cu raza 14 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?

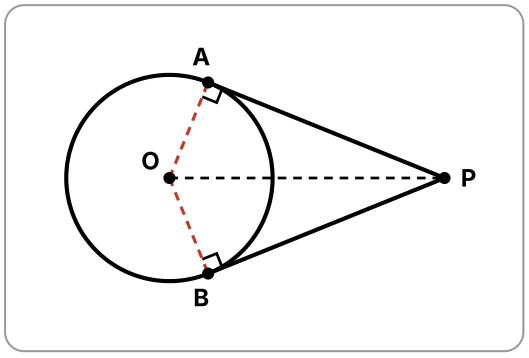


37. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 20 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

38. Două cercuri cu razele 10 cm și 3 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

39. Două cercuri cu razele 9 cm și 10 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

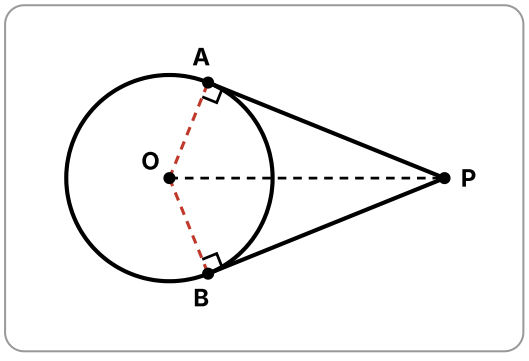
40. Dintr-un punct P situat la 20 cm de centrul unui cerc cu raza 12 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



41. Două cercuri cu razele 5 cm și 10 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

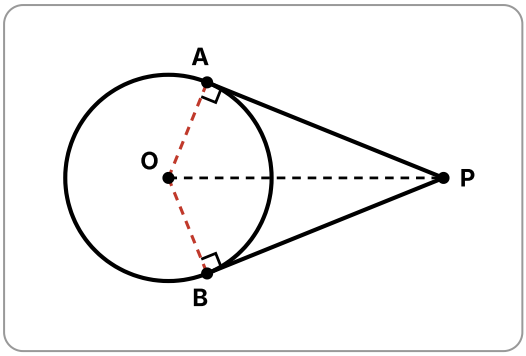
42. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 15 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

43. Dintr-un punct P situat la 52 cm de centrul unui cerc cu raza 20 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



44. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 13 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

45. Dintr-un punct P situat la 13 cm de centrul unui cerc cu raza 5 cm se duc tangentele PA și PB. Care este perimetrul patrulaterului OAPB (în cm)?



46. Din punctul P se duc tangentele PA și PB (A, B pe cerc). O a treia tangentă taie PA în M și PB în N și atinge cercul în T. Dacă PA = 22 cm, care este perimetrul triunghiului PMN (în cm)?

47. Două cercuri cu razele 3 cm și 9 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

48. Două cercuri cu razele 5 cm și 7 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

49. Două cercuri cu razele 10 cm și 9 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

50. Două cercuri cu razele 4 cm și 6 cm sunt tangente exterior. Cât este lungimea segmentului tangentei comune exterioare dintre punctele de contact (în cm)?

▼ Arată răspunsurile: nivel dificil

1. **6** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (14 + 48 − 50)/2 = 6 cm. (Altfel: r = Aria/p = 336/56.)
2. **1** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (3 + 4 − 5)/2 = 1 cm. (Altfel: r = Aria/p = 6/6.)
3. **3** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (8 + 15 − 17)/2 = 3 cm. (Altfel: r = Aria/p = 60/20.)
4. **50** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·25 = 50 cm.
5. **22** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·11 = 22 cm.
6. **24** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·12 = 24 cm.
7. **16** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·8 = 16 cm.

8. **112** — PA = PB = √(40² − 24²) = 32; OA = OB = 24. P = 2·(24 + 32) = 112 cm.
9. **2√15** — Distanța dintre centre: 8. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 8 și o catetă 2: t = √(8² − 2²) = √60 = 2√15 cm.
10. **10** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·5 = 10 cm.
11. **68** — PA = PB = √(26² − 10²) = 24; OA = OB = 10. P = 2·(10 + 24) = 68 cm.
12. **36** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·18 = 36 cm.
13. **4√6** — Distanța dintre centre: 10. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 10 și o catetă 2: t = √(10² − 2²) = √96 = 4√6 cm.
14. **140** — PA = PB = √(50² − 30²) = 40; OA = OB = 30. P = 2·(30 + 40) = 140 cm.
15. **14** — PA = PB = √(5² − 3²) = 4; OA = OB = 3. P = 2·(3 + 4) = 14 cm.
16. **6√5** — Distanța dintre centre: 14. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 14 și o catetă 4: t = √(14² − 4²) = √180 = 6√5 cm.
17. **4√3** — Distanța dintre centre: 7. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 7 și o catetă 1: t = √(7² − 1²) = √48 = 4√3 cm.
18. **8** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·4 = 8 cm.
19. **42** — PA = PB = √(15² − 9²) = 12; OA = OB = 9. P = 2·(9 + 12) = 42 cm.
20. **28** — PA = PB = √(10² − 6²) = 8; OA = OB = 6. P = 2·(6 + 8) = 28 cm.
21. **48** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·24 = 48 cm.
22. **2** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (5 + 12 − 13)/2 = 2 cm. (Altfel: r = Aria/p = 30/15.)
23. **32** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·16 = 32 cm.
24. **82** — PA = PB = √(29² − 20²) = 21; OA = OB = 20. P = 2·(20 + 21) = 82 cm.
25. **2** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (6 + 8 − 10)/2 = 2 cm. (Altfel: r = Aria/p = 24/12.)
26. **4√2** — Distanța dintre centre: 6. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 6 și o catetă 2: t = √(6² − 2²) = √32 = 4√2 cm.
27. **4√10** — Distanța dintre centre: 14. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 14 și o catetă 6: t = √(14² − 6²) = √160 = 4√10 cm.
28. **2√21** — Distanța dintre centre: 10. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 10 și o catetă 4: t = √(10² − 4²) = √84 = 2√21 cm.
29. **4** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (10 + 24 − 26)/2 = 4 cm. (Altfel: r = Aria/p = 120/30.)

30. **38** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·19 = 38 cm.

31. **4** — Pentru triunghiul dreptunghic, r = (a + b − c)/2 = (12 + 16 − 20)/2 = 4 cm. (Altfel: r = Aria/p = 96/24.)

32. **6√7** — Distanța dintre centre: 16. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 16 și o catetă 2: t = √(16² − 2²) = √252 = 6√7 cm.

33. **4√15** — Distanța dintre centre: 16. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 16 și o catetă 4: t = √(16² − 4²) = √240 = 4√15 cm.

34. **2√6** — Distanța dintre centre: 5. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 5 și o catetă 1: t = √(5² − 1²) = √24 = 2√6 cm.

35. **4√10** — Distanța dintre centre: 13. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 13 și o catetă 3: t = √(13² − 3²) = √160 = 4√10 cm.

36. **124** — PA = PB = √(50² − 14²) = 48; OA = OB = 14. P = 2·(14 + 48) = 124 cm.

37. **40** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·20 = 40 cm.

38. **2√30** — Distanța dintre centre: 13. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 13 și o catetă 7: t = √(13² − 7²) = √120 = 2√30 cm.

39. **6√10** — Distanța dintre centre: 19. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 19 și o catetă 1: t = √(19² − 1²) = √360 = 6√10 cm.

40. **56** — PA = PB = √(20² − 12²) = 16; OA = OB = 12. P = 2·(12 + 16) = 56 cm.

41. **10√2** — Distanța dintre centre: 15. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 15 și o catetă 5: t = √(15² − 5²) = √200 = 10√2 cm.

42. **30** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·15 = 30 cm.

43. **136** — PA = PB = √(52² − 20²) = 48; OA = OB = 20. P = 2·(20 + 48) = 136 cm.

44. **26** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·13 = 26 cm.

45. **34** — PA = PB = √(13² − 5²) = 12; OA = OB = 5. P = 2·(5 + 12) = 34 cm.

46. **44** — MT = MA și NT = NB (tangente din același punct). P(PMN) = PM + MT + TN + NP = PM + MA + NB + NP = PA + PB = 2·22 = 44 cm.

47. **6√3** — Distanța dintre centre: 12. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 12 și o catetă 6: t = √(12² − 6²) = √108 = 6√3 cm.

48. **2√35** — Distanța dintre centre: 12. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 12 și o catetă 2: t = √(12² − 2²) = √140 = 2√35 cm.

49. **6√10** — Distanța dintre centre: 19. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 19 și o catetă 1: t = √(19² − 1²) = √360 = 6√10 cm.

50. **$4\sqrt{6}$** — Distanța dintre centre: 10. Din triunghiul dreptunghic cu ipotenuza 10 și o catetă 2: $t = \sqrt{(10^2 - 2^2)} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$ cm.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 7-a