Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute

Rezolvarea prin metoda substituției, a reducerii și grafic; sisteme fără soluție și cu infinit de multe soluții.

Ce este un sistem

Un **sistem** de două ecuații liniare cu necunoscutele x și y are forma ax + by = c, a′x + b′y = c′. O **soluție** este perechea (x, y) care verifică ambele ecuații.

Metoda substituției

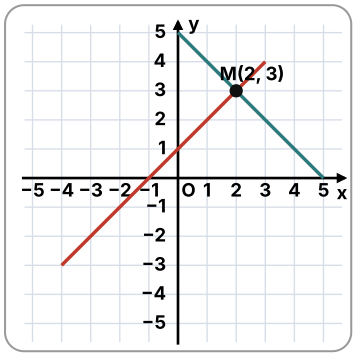
Exprimăm o necunoscută din prima ecuație și o înlocuim în a doua.

Metoda reducerii

Înmulțim ecuațiile astfel încât coeficienții unei necunoscute să fie opuși, apoi adunăm ecuațiile.

Metoda grafică

Fiecare ecuație este o dreaptă. Soluția sistemului este punctul de intersecție.

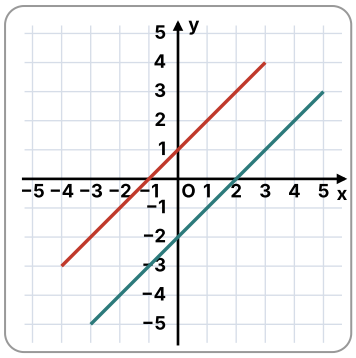


Dreptele y = x + 1 și y = −x + 5 se taie în M(2, 3): sistemul are o singură soluție, (2, 3).

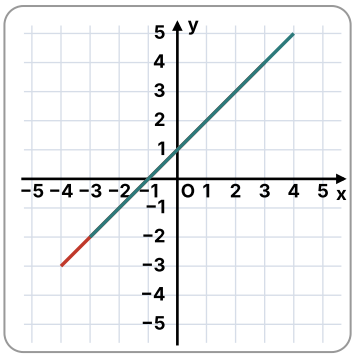
Drepte concurente: o soluție

Drepte paralele: nicio soluție (S = ∅)

Drepte identice: infinit de multe soluții



Drepte paralele: sistem fără soluție



Drepte care coincid: infinit de multe soluții

Exemplul 1. Rezolvă: $x + y = 7$, $x - y = 1$.

> **Metoda 1 (prin reducere).** Adunăm: $2x = 8$, $x = 4$. Apoi $y = 7 - 4 = 3$. $S = \{(4, 3)\}$.

> **Metoda 2 (prin substituție).** Din a doua, $x = y + 1$. În prima: $y + 1 + y = 7$, $y = 3$, $x = 4$.

> **Metoda 3 (verificare).** $4 + 3 = 7$ și $4 - 3 = 1$.

Exemplul 2. Rezolvă: $2x + 3y = 12$, $3x - y = 7$.

> **Metoda 1 (prin substituție).** Din a doua, $y = 3x - 7$. În prima: $2x + 9x - 21 = 12$, $11x = 33$, $x = 3$, $y = 2$.

> **Metoda 2 (prin reducere).** Înmulțim a doua cu 3: $9x - 3y = 21$. Adunăm cu prima: $11x = 33$, $x = 3$. Apoi $y = 2$.

Exemplul 3. Câte soluții are sistemul $x + y = 3$, $2x + 2y = 8$?

> **Rezolvare.** A doua devine $x + y = 4$, în contradicție cu $x + y = 3$. Nu are soluții: dreptele sunt paralele.

Exemplul 4. Câte soluții are sistemul $x - y = 2$, $3x - 3y = 6$?

> **Rezolvare.** A doua este de 3 ori prima. Dreptele coincid, deci sistemul are infinit de multe soluții.

Greșeli frecvente

- Se află x, dar se uită y.

- Se scade în loc să se adune, deci nu dispare necunoscuta.
- La substituție, se uită parantezele când y are mai mulți termeni.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Perechea (2, −3) este soluție a sistemului 5x + 3y = −9, 3x − 3y = −15?
2. Perechea (−5, 8) este soluție a sistemului 2x + 2y = 6, 3x − 4y = 44?
3. Rezolvă sistemul: x + y = 3, x − y = 3.
4. Rezolvă sistemul: x + y = 4, x − y = −10.
5. Perechea (−6, −2) este soluție a sistemului 4x + 2y = −28, x − 4y = 2?
6. Rezolvă sistemul: x + y = 8, x − y = −10.
7. Rezolvă sistemul: x + y = −1, x − y = 3.
8. Dacă x = 9 și x + y = 16, cât este y?
9. Dacă x = 9 și x + y = 13, cât este y?
10. Perechea (−3, 0) este soluție a sistemului x + 5y = −15, 3x − y = 3?
11. Dacă x = 9 și x + y = 12, cât este y?
12. Rezolvă sistemul: x + y = 7, x − y = 7.
13. Dacă x = 2 și x + y = 7, cât este y?
14. Perechea (−3, 6) este soluție a sistemului 2x + 2y = 4, 5x − 3y = −38?
15. Perechea (6, 3) este soluție a sistemului 3x + 3y = 24, 2x − 5y = 2?
16. Perechea (1, 6) este soluție a sistemului x + 4y = 24, x − 4y = −24?
17. Perechea (7, 1) este soluție a sistemului 3x + 4y = 22, 5x − 2y = 28?
18. Rezolvă sistemul: x + y = −3, x − y = −5.
19. Dacă x = 8 și x + y = 10, cât este y?
20. Dacă x = 6 și x + y = 9, cât este y?
21. Perechea (3, 4) este soluție a sistemului 4x + 2y = 22, 4x − y = 13?
22. Perechea (−3, −5) este soluție a sistemului 2x + 2y = −18, 2x − 4y = 18?
23. Perechea (3, 8) este soluție a sistemului 2x + y = 12, 5x − y = 2?
24. Perechea (−4, 0) este soluție a sistemului 2x + 3y = −8, 2x − 5y = −8?
25. Perechea (−1, 1) este soluție a sistemului 2x + 5y = 1, 3x − 3y = −9?

26. Rezolvă sistemul: $x + y = 4$, $x - y = 10$.
27. Dacă $x = 8$ și $x + y = 12$, cât este y?
28. Perechea $(1, 1)$ este soluție a sistemului $4x + 4y = 8$, $2x - 3y = -1$?
29. Dacă $x = 4$ și $x + y = 13$, cât este y?
30. Dacă $x = 9$ și $x + y = 14$, cât este y?
31. Dacă $x = 8$ și $x + y = 17$, cât este y?
32. Perechea $(-5, -1)$ este soluție a sistemului $3x + 3y = -21$, $4x - 3y = -14$?
33. Perechea $(-3, 7)$ este soluție a sistemului $5x + 3y = 1$, $x - 3y = -25$?
34. Dacă $x = 3$ și $x + y = 10$, cât este y?
35. Rezolvă sistemul: $x + y = -2$, $x - y = -2$.
36. Rezolvă sistemul: $x + y = 6$, $x - y = -10$.
37. Rezolvă sistemul: $x + y = -10$, $x - y = 2$.
38. Dacă $x = 3$ și $x + y = 8$, cât este y?
39. Rezolvă sistemul: $x + y = 9$, $x - y = 9$.
40. Perechea $(9, 2)$ este soluție a sistemului $4x + 4y = 44$, $3x - 2y = -12$?
41. Dacă $x = 3$ și $x + y = 9$, cât este y?
42. Perechea $(5, -5)$ este soluție a sistemului $2x + y = 3$, $3x - 3y = 27$?
43. Rezolvă sistemul: $x + y = -3$, $x - y = 9$.
44. Dacă $x = 7$ și $x + y = 10$, cât este y?
45. Rezolvă sistemul: $x + y = 8$, $x - y = 4$.
46. Perechea $(-4, 8)$ este soluție a sistemului $4x + y = -9$, $x - y = -11$?
47. Rezolvă sistemul: $x + y = -2$, $x - y = 4$.
48. Dacă $x = 2$ și $x + y = 5$, cât este y?
49. Perechea $(9, -3)$ este soluție a sistemului $2x + 3y = 7$, $3x - 4y = 36$?
50. Perechea $(1, 6)$ este soluție a sistemului $2x + 4y = 24$, $x - 5y = -30$?

▼ Arată răspunsurile: nivel ușor

1. **Nu** — Înlocuim $x = 2$, $y = -3$: prima ecuație dă 1 (trebuie -9), a doua dă 15 (trebuie -15). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
2. **Nu** — Înlocuim $x = -5$, $y = 8$: prima ecuație dă 6 (trebuie 6), a doua dă -47 (trebuie 44). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
3. **(3, 0)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, $2x = 6$, deci $x = 3$. Din $x + y = 3$ rezultă $y = 3 - 3 = 0$.
   Prin substituție: $x = 3 - y$; în a doua ecuație, $(3 - y) - y = 3$, deci $y = 0$.

4. **(−3, 7)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = −6, deci x = −3. Din x + y = 4 rezultă y = 4 − (−3) = 7.
   Prin substituție: x = 4 − y; în a doua ecuație, (4 − y) − y = −10, deci y = 7.
5. **Da** — Înlocuim x = −6, y = −2: prima ecuație dă −28 (trebuie −28), a doua dă 2 (trebuie 2). Ambele egalități sunt adevărate, deci perechea este soluție.
6. **(−1, 9)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = −2, deci x = −1. Din x + y = 8 rezultă y = 8 − (−1) = 9.
   Prin substituție: x = 8 − y; în a doua ecuație, (8 − y) − y = −10, deci y = 9.
7. **(1, −2)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 2, deci x = 1. Din x + y = −1 rezultă y = −1 − 1 = −2.
   Prin substituție: x = −1 − y; în a doua ecuație, (−1 − y) − y = 3, deci y = −2.
8. **7** — y = 16 − 9 = 7.
9. **4** — y = 13 − 9 = 4.
10. **Nu** — Înlocuim x = −3, y = 0: prima ecuație dă −3 (trebuie −15), a doua dă −9 (trebuie 3). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
11. **3** — y = 12 − 9 = 3.
12. **(7, 0)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 14, deci x = 7. Din x + y = 7 rezultă y = 7 − 7 = 0.
    Prin substituție: x = 7 − y; în a doua ecuație, (7 − y) − y = 7, deci y = 0.
13. **5** — y = 7 − 2 = 5.
14. **Nu** — Înlocuim x = −3, y = 6: prima ecuație dă 6 (trebuie 4), a doua dă −33 (trebuie −38). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
15. **Nu** — Înlocuim x = 6, y = 3: prima ecuație dă 27 (trebuie 24), a doua dă −3 (trebuie 2). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
16. **Nu** — Înlocuim x = 1, y = 6: prima ecuație dă 25 (trebuie 24), a doua dă −23 (trebuie −24). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
17. **Nu** — Înlocuim x = 7, y = 1: prima ecuație dă 25 (trebuie 22), a doua dă 33 (trebuie 28). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
18. **(−4, 1)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = −8, deci x = −4. Din x + y = −3 rezultă y = −3 − (−4) = 1.
    Prin substituție: x = −3 − y; în a doua ecuație, (−3 − y) − y = −5, deci y = 1.
19. **2** — y = 10 − 8 = 2.
20. **3** — y = 9 − 6 = 3.
21. **Nu** — Înlocuim x = 3, y = 4: prima ecuație dă 20 (trebuie 22), a doua dă 8 (trebuie 13). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
22. **Nu** — Înlocuim x = −3, y = −5: prima ecuație dă −16 (trebuie −18), a doua dă 14 (trebuie 18). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.

23. **Nu** — Înlocuim x = 3, y = 8: prima ecuație dă 14 (trebuie 12), a doua dă 7 (trebuie 2). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
24. **Da** — Înlocuim x = −4, y = 0: prima ecuație dă −8 (trebuie −8), a doua dă −8 (trebuie −8). Ambele egalități sunt adevărate, deci perechea este soluție.
25. **Nu** — Înlocuim x = −1, y = 1: prima ecuație dă 3 (trebuie 1), a doua dă −6 (trebuie −9). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
26. **(7, −3)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 14, deci x = 7. Din x + y = 4 rezultă y = 4 − 7 = −3.
    Prin substituție: x = 4 − y; în a doua ecuație, (4 − y) − y = 10, deci y = −3.
27. **4** — y = 12 − 8 = 4.
28. **Da** — Înlocuim x = 1, y = 1: prima ecuație dă 8 (trebuie 8), a doua dă −1 (trebuie −1). Ambele egalități sunt adevărate, deci perechea este soluție.
29. **9** — y = 13 − 4 = 9.
30. **5** — y = 14 − 9 = 5.
31. **9** — y = 17 − 8 = 9.
32. **Nu** — Înlocuim x = −5, y = −1: prima ecuație dă −18 (trebuie −21), a doua dă −17 (trebuie −14). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
33. **Nu** — Înlocuim x = −3, y = 7: prima ecuație dă 6 (trebuie 1), a doua dă −24 (trebuie −25). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
34. **7** — y = 10 − 3 = 7.
35. **(−2, 0)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = −4, deci x = −2. Din x + y = −2 rezultă y = −2 − (−2) = 0.
    Prin substituție: x = −2 − y; în a doua ecuație, (−2 − y) − y = −2, deci y = 0.
36. **(−2, 8)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = −4, deci x = −2. Din x + y = 6 rezultă y = 6 − (−2) = 8.
    Prin substituție: x = 6 − y; în a doua ecuație, (6 − y) − y = −10, deci y = 8.
37. **(−4, −6)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = −8, deci x = −4. Din x + y = −10 rezultă y = −10 − (−4) = −6.
    Prin substituție: x = −10 − y; în a doua ecuație, (−10 − y) − y = 2, deci y = −6.
38. **5** — y = 8 − 3 = 5.
39. **(9, 0)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 18, deci x = 9. Din x + y = 9 rezultă y = 9 − 9 = 0.
    Prin substituție: x = 9 − y; în a doua ecuație, (9 − y) − y = 9, deci y = 0.
40. **Nu** — Înlocuim x = 9, y = 2: prima ecuație dă 44 (trebuie 44), a doua dă 23 (trebuie −12). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
41. **6** — y = 9 − 3 = 6.
42. **Nu** — Înlocuim x = 5, y = −5: prima ecuație dă 5 (trebuie 3), a doua dă 30 (trebuie 27). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.

43. **(3, −6)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 6, deci x = 3. Din x + y = −3 rezultă y = −3 − 3 = −6.
    Prin substituție: x = −3 − y; în a doua ecuație, (−3 − y) − y = 9, deci y = −6.
44. **3** — y = 10 − 7 = 3.
45. **(6, 2)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 12, deci x = 6. Din x + y = 8 rezultă y = 8 − 6 = 2.
    Prin substituție: x = 8 − y; în a doua ecuație, (8 − y) − y = 4, deci y = 2.
46. **Nu** — Înlocuim x = −4, y = 8: prima ecuație dă −8 (trebuie −9), a doua dă −12 (trebuie −11). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
47. **(1, −3)** — Prin reducere: adunăm ecuațiile, 2x = 2, deci x = 1. Din x + y = −2 rezultă y = −2 − 1 = −3.
    Prin substituție: x = −2 − y; în a doua ecuație, (−2 − y) − y = 4, deci y = −3.
48. **3** — y = 5 − 2 = 3.
49. **Nu** — Înlocuim x = 9, y = −3: prima ecuație dă 9 (trebuie 7), a doua dă 39 (trebuie 36). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.
50. **Nu** — Înlocuim x = 1, y = 6: prima ecuație dă 26 (trebuie 24), a doua dă −29 (trebuie −30). Cel puțin una nu se verifică, deci nu este soluție.

Nivel mediu (50 de exerciţii)

1. Rezolvă sistemul: 3x + 4y = 25, 2x + 3y = 18.
2. Rezolvă sistemul: 3x + 4y = 26, 3x − 3y = −30.
3. Rezolvă sistemul: x + 3y = 21, x − 3y = −9.
4. Rezolvă sistemul: 4x + 2y = 12, 4x + y = 18.
5. Rezolvă sistemul: x + 4y = 17, x − 2y = −13.
6. Rezolvă sistemul prin substituție: y = 3x, x + y = −24.
7. Rezolvă sistemul: 2x + 3y = −18, 5x − 2y = −7.
8. Rezolvă sistemul prin substituție: y = 2x, x + y = 18.
9. Rezolvă sistemul prin substituție: y = 2x, x + y = 3.
10. Rezolvă sistemul: x + y = −9, 4x − y = −16.
11. Rezolvă sistemul: 4x + y = 8, x − y = −8.
12. Rezolvă sistemul: 4x + 5y = 14, 2x + 4y = 16.
13. Rezolvă sistemul prin substituție: y = 4x, x + y = 40.
14. Rezolvă sistemul prin substituție: y = 4x, x + y = 20.
15. Rezolvă sistemul: 3x + y = 11, 4x + 4y = 4.
16. Rezolvă sistemul: 5x + 3y = 61, 2x + 3y = 37.

17. Rezolvă sistemul: $3x + 2y = 5$, $3x + 3y = 12$.
18. Dacă $x + y = -3$ și $x - y = -5$, cât este $x \cdot y$?
19. Rezolvă sistemul: $3x + 5y = 15$, $3x - y = -3$.
20. Dacă $x + y = 11$ și $x - y = 5$, cât este $x \cdot y$?
21. Rezolvă sistemul: $4x + 2y = 42$, $4x + 4y = 60$.
22. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 5x$, $x + y = -24$.
23. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 2x$, $x + y = 15$.
24. Rezolvă sistemul: $2x + 3y = 32$, $5x - 3y = 17$.
25. Dacă $x + y = -1$ și $x - y = 7$, cât este $x \cdot y$?
26. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 3x$, $x + y = 36$.
27. Dacă $x + y = 3$ și $x - y = -5$, cât este $x \cdot y$?
28. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 4x$, $x + y = 10$.
29. Dacă $x + y = -7$ și $x - y = 3$, cât este $x \cdot y$?
30. Rezolvă sistemul: $2x + 5y = -2$, $5x - 3y = 57$.
31. Rezolvă sistemul: $3x + 5y = 52$, $3x - 3y = -12$.
32. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 3x$, $x + y = 16$.
33. Dacă $x + y = 13$ și $x - y = -3$, cât este $x \cdot y$?
34. Rezolvă sistemul: $4x + 5y = 8$, $5x - 3y = 10$.
35. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 2x$, $x + y = 12$.
36. Dacă $x + y = 4$ și $x - y = 12$, cât este $x \cdot y$?
37. Rezolvă sistemul: $4x + y = 23$, $3x + 3y = 6$.
38. Rezolvă sistemul: $3x + y = 13$, $5x + y = 17$.
39. Rezolvă sistemul: $x + 3y = -11$, $5x + y = -13$.
40. Rezolvă sistemul: $3x + 2y = -19$, $2x - 5y = 19$.
41. Rezolvă sistemul prin substituție: $y = 4x$, $x + y = -30$.
42. Dacă $x + y = 1$ și $x - y = -5$, cât este $x \cdot y$?
43. Rezolvă sistemul: $3x + 5y = -23$, $3x + y = -19$.
44. Rezolvă sistemul: $3x + 5y = -13$, $x + 5y = -1$.
45. Rezolvă sistemul: $x + 4y = 9$, $x - 3y = -12$.
46. Rezolvă sistemul: $3x + 2y = -28$, $3x - 2y = -8$.
47. Rezolvă sistemul: $2x + 4y = 2$, $5x + y = 5$.
48. Dacă $x + y = 4$ și $x - y = 14$, cât este $x \cdot y$?
49. Rezolvă sistemul: $5x + 4y = -30$, $3x - 3y = 9$.

50. Rezolvă sistemul: 5x + y = 33, 5x + 3y = 29.

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **(3, 4)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 4, apoi scădem: (9 − 8)x = 75 − 72, adică 1x = 3, deci x = 3. Din prima ecuație: y = (25 − 9)/4 = 4.
2. **(−2, 8)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 4, apoi scădem: (−9 − 12)x = −78 − (−120), adică −21x = 42, deci x = −2. Din prima ecuație: y = (26 − (−6))/4 = 8.
3. **(6, 5)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 3, apoi scădem: (−3 − 3)x = −63 − (−27), adică −6x = −36, deci x = 6. Din prima ecuație: y = (21 − 6)/3 = 5.
4. **(6, −6)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 2, apoi scădem: (4 − 8)x = 12 − 36, adică −4x = −24, deci x = 6. Din prima ecuație: y = (12 − 24)/2 = −6.
5. **(−3, 5)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−2) și a doua cu 4, apoi scădem: (−2 − 4)x = −34 − (−52), adică −6x = 18, deci x = −3. Din prima ecuație: y = (17 − (−3))/4 = 5.
6. **(−6, −18)** — Înlocuim y = 3x în a doua ecuație: x + 3x = −24, deci 4x = −24 și x = −6. Atunci y = 3·(−6) = −18.
7. **(−3, −4)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−2) și a doua cu 3, apoi scădem: (−4 − 15)x = 36 − (−21), adică −19x = 57, deci x = −3. Din prima ecuație: y = (−18 − (−6))/3 = −4.
8. **(6, 12)** — Înlocuim y = 2x în a doua ecuație: x + 2x = 18, deci 3x = 18 și x = 6. Atunci y = 2·6 = 12.
9. **(1, 2)** — Înlocuim y = 2x în a doua ecuație: x + 2x = 3, deci 3x = 3 și x = 1. Atunci y = 2·1 = 2.
10. **(−5, −4)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−1) și a doua cu 1, apoi scădem: (−1 − 4)x = 9 − (−16), adică −5x = 25, deci x = −5. Din prima ecuație: y = (−9 − (−5))/1 = −4.
11. **(0, 8)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−1) și a doua cu 1, apoi scădem: (−4 − 1)x = −8 − (−8), adică −5x = 0, deci x = 0. Din prima ecuație: y = (8 − 0)/1 = 8.
12. **(−4, 6)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 5, apoi scădem: (16 − 10)x = 56 − 80, adică 6x = −24, deci x = −4. Din prima ecuație: y = (14 − (−16))/5 = 6.
13. **(8, 32)** — Înlocuim y = 4x în a doua ecuație: x + 4x = 40, deci 5x = 40 și x = 8. Atunci y = 4·8 = 32.
14. **(4, 16)** — Înlocuim y = 4x în a doua ecuație: x + 4x = 20, deci 5x = 20 și x = 4. Atunci y = 4·4 = 16.
15. **(5, −4)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 1, apoi scădem: (12 − 4)x = 44 − 4, adică 8x = 40, deci x = 5. Din prima ecuație: y = (11 − 15)/1 = −4.

16. **(8, 7)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 3, apoi scădem: (15 − 6)x = 183 − 111, adică 9x = 72, deci x = 8. Din prima ecuație: y = (61 − 40)/3 = 7.
17. **(−3, 7)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 2, apoi scădem: (9 − 6)x = 15 − 24, adică 3x = −9, deci x = −3. Din prima ecuație: y = (5 − (−9))/2 = 7.
18. **−4** — Adunând: 2x = -8, x = −4. Scăzând: 2y = 2, y = 1. Deci x·y = −4.
19. **(0, 3)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−1) și a doua cu 5, apoi scădem: (−3 − 15)x = −15 − (−15), adică −18x = 0, deci x = 0. Din prima ecuație: y = (15 − 0)/5 = 3.
20. **24** — Adunând: 2x = 16, x = 8. Scăzând: 2y = 6, y = 3. Deci x·y = 24.
21. **(6, 9)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 2, apoi scădem: (16 − 8)x = 168 − 120, adică 8x = 48, deci x = 6. Din prima ecuație: y = (42 − 24)/2 = 9.
22. **(−4, −20)** — Înlocuim y = 5x în a doua ecuație: x + 5x = −24, deci 6x = −24 și x = −4. Atunci y = 5·(−4) = −20.
23. **(5, 10)** — Înlocuim y = 2x în a doua ecuație: x + 2x = 15, deci 3x = 15 și x = 5. Atunci y = 2·5 = 10.
24. **(7, 6)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 3, apoi scădem: (−6 − 15)x = −96 − 51, adică −21x = −147, deci x = 7. Din prima ecuație: y = (32 − 14)/3 = 6.
25. **−12** — Adunând: 2x = 6, x = 3. Scăzând: 2y = -8, y = −4. Deci x·y = −12.
26. **(9, 27)** — Înlocuim y = 3x în a doua ecuație: x + 3x = 36, deci 4x = 36 și x = 9. Atunci y = 3·9 = 27.
27. **−4** — Adunând: 2x = -2, x = −1. Scăzând: 2y = 8, y = 4. Deci x·y = −4.
28. **(2, 8)** — Înlocuim y = 4x în a doua ecuație: x + 4x = 10, deci 5x = 10 și x = 2. Atunci y = 4·2 = 8.
29. **10** — Adunând: 2x = -4, x = −2. Scăzând: 2y = -10, y = −5. Deci x·y = 10.
30. **(9, −4)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 5, apoi scădem: (−6 − 25)x = 6 − 285, adică −31x = −279, deci x = 9. Din prima ecuație: y = (−2 − 18)/5 = −4.
31. **(4, 8)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 5, apoi scădem: (−9 − 15)x = −156 − (−60), adică −24x = −96, deci x = 4. Din prima ecuație: y = (52 − 12)/5 = 8.
32. **(4, 12)** — Înlocuim y = 3x în a doua ecuație: x + 3x = 16, deci 4x = 16 și x = 4. Atunci y = 3·4 = 12.
33. **40** — Adunând: 2x = 10, x = 5. Scăzând: 2y = 16, y = 8. Deci x·y = 40.
34. **(2, 0)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 5, apoi scădem: (−12 − 25)x = −24 − 50, adică −37x = −74, deci x = 2. Din prima ecuație: y = (8 − 8)/5 = 0.
35. **(4, 8)** — Înlocuim y = 2x în a doua ecuație: x + 2x = 12, deci 3x = 12 și x = 4. Atunci y = 2·4 = 8.
36. **−32** — Adunând: 2x = 16, x = 8. Scăzând: 2y = -8, y = −4. Deci x·y = −32.

37. **(7, −5)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 1, apoi scădem: (12 − 3)x = 69 − 6, adică 9x = 63, deci x = 7. Din prima ecuație: y = (23 − 28)/1 = −5.
38. **(2, 7)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 1, apoi scădem: (3 − 5)x = 13 − 17, adică −2x = −4, deci x = 2. Din prima ecuație: y = (13 − 6)/1 = 7.
39. **(−2, −3)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 3, apoi scădem: (1 − 15)x = −11 − (−39), adică −14x = 28, deci x = −2. Din prima ecuație: y = (−11 − (−2))/3 = −3.
40. **(−3, −5)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−5) și a doua cu 2, apoi scădem: (−15 − 4)x = 95 − 38, adică −19x = 57, deci x = −3. Din prima ecuație: y = (−19 − (−9))/2 = −5.
41. **(−6, −24)** — Înlocuim y = 4x în a doua ecuație: x + 4x = −30, deci 5x = −30 și x = −6. Atunci y = 4·(−6) = −24.
42. **−6** — Adunând: 2x = -4, x = −2. Scăzând: 2y = 6, y = 3. Deci x·y = −6.
43. **(−6, −1)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 5, apoi scădem: (3 − 15)x = −23 − (−95), adică −12x = 72, deci x = −6. Din prima ecuație: y = (−23 − (−18))/5 = −1.
44. **(−6, 1)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 5 și a doua cu 5, apoi scădem: (15 − 5)x = −65 − (−5), adică 10x = −60, deci x = −6. Din prima ecuație: y = (−13 − (−18))/5 = 1.
45. **(−3, 3)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 4, apoi scădem: (−3 − 4)x = −27 − (−48), adică −7x = 21, deci x = −3. Din prima ecuație: y = (9 − (−3))/4 = 3.
46. **(−6, −5)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−2) și a doua cu 2, apoi scădem: (−6 − 6)x = 56 − (−16), adică −12x = 72, deci x = −6. Din prima ecuație: y = (−28 − (−18))/2 = −5.
47. **(1, 0)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 4, apoi scădem: (2 − 20)x = 2 − 20, adică −18x = −18, deci x = 1. Din prima ecuație: y = (2 − 2)/4 = 0.
48. **−45** — Adunând: 2x = 18, x = 9. Scăzând: 2y = -10, y = −5. Deci x·y = −45.
49. **(−2, −5)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu (−3) și a doua cu 4, apoi scădem: (−15 − 12)x = 90 − 36, adică −27x = 54, deci x = −2. Din prima ecuație: y = (−30 − (−10))/4 = −5.
50. **(7, −2)** — Eliminăm y: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 1, apoi scădem: (15 − 5)x = 99 − 29, adică 10x = 70, deci x = 7. Din prima ecuație: y = (33 − 35)/1 = −2.

Nivel dificil (50 de exerciții)

1. Câte soluții are sistemul x + y = 9, 3x + 3y = 27?
2. Rezolvă sistemul: x/3 + y = −1, x − y = 5.
3. Câte soluții are sistemul x + y = 8, 3x + 3y = 24?

4. Rezolvă sistemul: $x + 5y = 49$, $5x - 2y = 2$.
5. Câte soluții are sistemul $x + y = 2$, $2x + 2y = 4$?
6. Rezolvă sistemul: $2x + 5y = -9$, $x - y = -1$.
7. Câte soluții are sistemul $x + y = 4$, $2x + 2y = 8$?
8. Câte soluții are sistemul $x + y = 1$, $4x + 4y = 5$?
9. Rezolvă sistemul: $x + y = -5$, $x - y = 7$.
10. Rezolvă sistemul: $x/2 + y = 1$, $x - y = 11$.
11. Câte soluții are sistemul $x + y = 5$, $2x + 2y = 11$?
12. Câte soluții are sistemul $x + y = 9$, $2x + 2y = 19$?
13. Câte soluții are sistemul $x + y = 5$, $3x + 3y = 15$?
14. Rezolvă sistemul: $2x + y = 13$, $5x - 3y = 60$.
15. Rezolvă sistemul: $x/4 + y = 5$, $x - y = 5$.
16. Câte soluții are sistemul $x + y = 3$, $2x + 2y = 7$?
17. Rezolvă sistemul: $3x + 5y = 20$, $4x - 3y = -12$.
18. Rezolvă sistemul: $x + 3y = 22$, $4x - 3y = -32$.
19. Câte soluții are sistemul $x + y = 1$, $4x + 4y = 4$?
20. Rezolvă sistemul: $4x + 2y = 30$, $4x - 4y = -24$.
21. Rezolvă sistemul: $4x + 3y = 57$, $3x - y = 20$.
22. Rezolvă sistemul: $4x + 3y = 54$, $x - y = 3$.
23. Câte soluții are sistemul $x + y = 3$, $3x + 3y = 10$?
24. Câte soluții are sistemul $x + y = 7$, $4x + 4y = 28$?
25. Rezolvă sistemul: $x + 3y = 6$, $5x - 4y = 30$.
26. Câte soluții are sistemul $x + y = 3$, $2x + 2y = 6$?
27. Rezolvă sistemul: $5x + 2y = -26$, $3x - y = -20$.
28. Câte soluții are sistemul $x + y = 6$, $2x + 2y = 12$?
29. Rezolvă sistemul: $4x + 2y = -2$, $2x - 3y = -37$.
30. Rezolvă sistemul: $3x + 3y = 0$, $x - 4y = 20$.
31. Câte soluții are sistemul $x + y = 2$, $2x + 2y = 5$?
32. Rezolvă sistemul: $5x + 2y = 6$, $4x - 2y = -6$.
33. Câte soluții are sistemul $x + y = 1$, $2x + 2y = 2$?
34. Câte soluții are sistemul $x + y = 4$, $4x + 4y = 17$?
35. Câte soluții are sistemul $x + y = 3$, $3x + 3y = 9$?
36. Câte soluții are sistemul $x + y = 1$, $3x + 3y = 3$?

37. Rezolvă sistemul: $x + 5y = -2$, $x - 2y = -2$.
38. Rezolvă sistemul: $4x + 5y = -13$, $3x - 5y = 34$.
39. Rezolvă sistemul: $4x + 2y = 18$, $4x - 4y = -36$.
40. Rezolvă sistemul: $5x + y = -14$, $3x - 4y = -36$.
41. Rezolvă sistemul: $x + 4y = -26$, $3x - 2y = -8$.
42. Câte soluții are sistemul $x + y = 8$, $4x + 4y = 33$?
43. Rezolvă sistemul: $3x + 3y = 33$, $x - 4y = -4$.
44. Rezolvă sistemul: $3x + 4y = 4$, $5x - 5y = -40$.
45. Câte soluții are sistemul $x + y = 1$, $3x + 3y = 4$?
46. Rezolvă sistemul: $3x + 3y = 0$, $2x - 2y = -8$.
47. Rezolvă sistemul: $x + y = 9$, $5x - y = -3$.
48. Rezolvă sistemul: $3x + 4y = 5$, $x - 2y = 15$.
49. Rezolvă sistemul: $4x + y = 41$, $3x - 3y = 12$.
50. Câte soluții are sistemul $x + y = 5$, $4x + 4y = 21$?

▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 3: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche $(x, 9 - x)$ este soluție, deci sunt infinit de multe.
2. **(3, −2)** — Înmulțim prima ecuație cu 3: $x + 3y = -3$. Scădem a doua ecuație: $4y = -3 - 5 = -8$, deci $y = -2$. Atunci $x = 5 + (-2) = 3$.
3. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 3: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche $(x, 8 - x)$ este soluție, deci sunt infinit de multe.
4. **(4, 9)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 5 și a doua cu 1, apoi scădem: $(25 - (-2))y = 245 - 2$, adică $27y = 243$, deci $y = 9$. Din prima ecuație: $x = (49 - 5 \cdot 9)/1 = 4$.
5. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 2: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche $(x, 2 - x)$ este soluție, deci sunt infinit de multe.
6. **(−2, −1)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 2, apoi scădem: $(5 - (-2))y = -9 - (-2)$, adică $7y = -7$, deci $y = -1$. Din prima ecuație: $x = (-9 - 5 \cdot (-1))/2 = -2$.
7. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 2: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche $(x, 4 - x)$ este soluție, deci sunt infinit de multe.
8. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 4: $4x + 4y = 4$, în contradicție cu a doua (5). Sistemul este incompatibil ($S = \varnothing$).
9. **(1, −6)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 1, apoi scădem: $(1 - (-1))y = -5 - 7$, adică $2y = -12$, deci $y = -6$. Din prima ecuație: $x = (-5 - 1 \cdot (-6))/1 = 1$.

10. **(8, −3)** — Înmulțim prima ecuație cu 2: x + 2y = 2. Scădem a doua ecuație: 3y = 2 − 11 = −9, deci y = −3. Atunci x = 11 + (−3) = 8.
11. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 2: 2x + 2y = 10, în contradicție cu a doua (11). Sistemul este incompatibil (S = ∅).
12. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 2: 2x + 2y = 18, în contradicție cu a doua (19). Sistemul este incompatibil (S = ∅).
13. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 3: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 5 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.
14. **(9, −5)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 5 și a doua cu 2, apoi scădem: (5 − (−6))y = 65 − 120, adică 11y = −55, deci y = −5. Din prima ecuație: x = (13 − 1·(−5))/2 = 9.
15. **(8, 3)** — Înmulțim prima ecuație cu 4: x + 4y = 20. Scădem a doua ecuație: 5y = 20 − 5 = 15, deci y = 3. Atunci x = 5 + 3 = 8.
16. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 2: 2x + 2y = 6, în contradicție cu a doua (7). Sistemul este incompatibil (S = ∅).
17. **(0, 4)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 3, apoi scădem: (20 − (−9))y = 80 − (−36), adică 29y = 116, deci y = 4. Din prima ecuație: x = (20 − 5·4)/3 = 0.
18. **(−2, 8)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 1, apoi scădem: (12 − (−3))y = 88 − (−32), adică 15y = 120, deci y = 8. Din prima ecuație: x = (22 − 3·8)/1 = −2.
19. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 4: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 1 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.
20. **(3, 9)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 4, apoi scădem: (8 − (−16))y = 120 − (−96), adică 24y = 216, deci y = 9. Din prima ecuație: x = (30 − 2·9)/4 = 3.
21. **(9, 7)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 4, apoi scădem: (9 − (−4))y = 171 − 80, adică 13y = 91, deci y = 7. Din prima ecuație: x = (57 − 3·7)/4 = 9.
22. **(9, 6)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 4, apoi scădem: (3 − (−4))y = 54 − 12, adică 7y = 42, deci y = 6. Din prima ecuație: x = (54 − 3·6)/4 = 9.
23. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 3: 3x + 3y = 9, în contradicție cu a doua (10). Sistemul este incompatibil (S = ∅).
24. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 4: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 7 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.
25. **(6, 0)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 5 și a doua cu 1, apoi scădem: (15 − (−4))y = 30 − 30, adică 19y = 0, deci y = 0. Din prima ecuație: x = (6 − 3·0)/1 = 6.
26. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 2: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 3 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.

27. **(−6, 2)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 5, apoi scădem: (6 − (−5))y = −78 − (−100), adică 11y = 22, deci y = 2. Din prima ecuație: x = (−26 − 2·2)/5 = −6.

28. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 2: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 6 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.

29. **(−5, 9)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 2 și a doua cu 4, apoi scădem: (4 − (−12))y = −4 − (−148), adică 16y = 144, deci y = 9. Din prima ecuație: x = (−2 − 2·9)/4 = −5.

30. **(4, −4)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 3, apoi scădem: (3 − (−12))y = 0 − 60, adică 15y = −60, deci y = −4. Din prima ecuație: x = (0 − 3·(−4))/3 = 4.

31. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 2: 2x + 2y = 4, în contradicție cu a doua (5). Sistemul este incompatibil (S = ∅).

32. **(0, 3)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 5, apoi scădem: (8 − (−10))y = 24 − (−30), adică 18y = 54, deci y = 3. Din prima ecuație: x = (6 − 2·3)/5 = 0.

33. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 2: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 1 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.

34. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 4: 4x + 4y = 16, în contradicție cu a doua (17). Sistemul este incompatibil (S = ∅).

35. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 3: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 3 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.

36. **infinit de multe soluții** — A doua ecuație se obține din prima înmulțind cu 3: ecuațiile sunt echivalente. Orice pereche (x, 1 − x) este soluție, deci sunt infinit de multe.

37. **(−2, 0)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 1, apoi scădem: (5 − (−2))y = −2 − (−2), adică 7y = 0, deci y = 0. Din prima ecuație: x = (−2 − 5·0)/1 = −2.

38. **(3, −5)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 4, apoi scădem: (15 − (−20))y = −39 − 136, adică 35y = −175, deci y = −5. Din prima ecuație: x = (−13 − 5·(−5))/4 = 3.

39. **(0, 9)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 4 și a doua cu 4, apoi scădem: (8 − (−16))y = 72 − (−144), adică 24y = 216, deci y = 9. Din prima ecuație: x = (18 − 2·9)/4 = 0.

40. **(−4, 6)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 5, apoi scădem: (3 − (−20))y = −42 − (−180), adică 23y = 138, deci y = 6. Din prima ecuație: x = (−14 − 1·6)/5 = −4.

41. **(−6, −5)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 1, apoi scădem: (12 − (−2))y = −78 − (−8), adică 14y = −70, deci y = −5. Din prima ecuație: x = (−26 − 4·(−5))/1 = −6.

42. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 4: 4x + 4y = 32, în contradicție cu a doua (33). Sistemul este incompatibil (S = ∅).

43. **(8, 3)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 3, apoi scădem: (3 − (−12))y = 33 − (−12), adică 15y = 45, deci y = 3. Din prima ecuație: x = (33 − 3·3)/3 = 8.
44. **(−4, 4)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 5 și a doua cu 3, apoi scădem: (20 − (−15))y = 20 − (−120), adică 35y = 140, deci y = 4. Din prima ecuație: x = (4 − 4·4)/3 = −4.
45. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 3: 3x + 3y = 3, în contradicție cu a doua (4). Sistemul este incompatibil (S = ∅).
46. **(−2, 2)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 2 și a doua cu 3, apoi scădem: (6 − (−6))y = 0 − (−24), adică 12y = 24, deci y = 2. Din prima ecuație: x = (0 − 3·2)/3 = −2.
47. **(1, 8)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 5 și a doua cu 1, apoi scădem: (5 − (−1))y = 45 − (−3), adică 6y = 48, deci y = 8. Din prima ecuație: x = (9 − 1·8)/1 = 1.
48. **(7, −4)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 1 și a doua cu 3, apoi scădem: (4 − (−6))y = 5 − 45, adică 10y = −40, deci y = −4. Din prima ecuație: x = (5 − 4·(−4))/3 = 7.
49. **(9, 5)** — Eliminăm x: înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua cu 4, apoi scădem: (3 − (−12))y = 123 − 48, adică 15y = 75, deci y = 5. Din prima ecuație: x = (41 − 1·5)/4 = 9.
50. **nicio soluție** — Înmulțind prima ecuație cu 4: 4x + 4y = 20, în contradicție cu a doua (21). Sistemul este incompatibil (S = ∅).

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 7-a