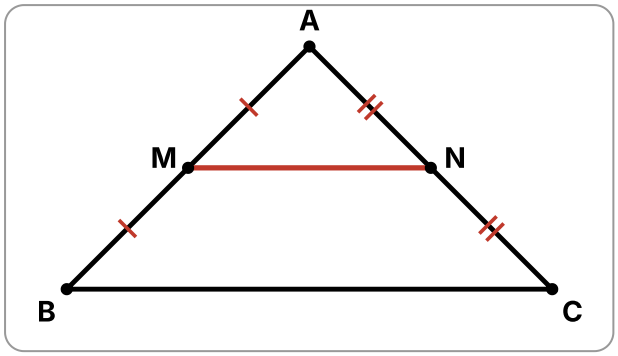
Aplicații ale paralelogramului. Linia mijlocie în triunghi. Centrul de greutate

Linia mijlocie în triunghi, teorema liniei mijlocii, medianele și centrul de greutate, paralelogramul mijloacelor.

Linia mijlocie în triunghi

Linia mijlocie este segmentul care unește mijloacele a două laturi ale triunghiului.

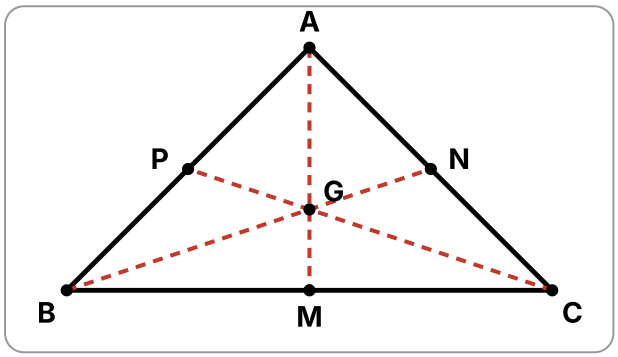


> MN este linie mijlocie în ΔABC (M mijlocul lui AB, N mijlocul lui AC) ⇒ MN ∥ BC și MN = BC/2

Demonstrație (cu paralelogram). Prelungim MN cu NP = MN. Patrulaterul AMCP are diagonalele care se înjumătățesc (în N), deci este paralelogram: CP ∥ AM și CP = AM = MB. Atunci MBCP este paralelogram (CP ∥ MB, CP = MB), deci MN ∥ BC și MP = BC, iar MN = MP/2 = BC/2.

Centrul de greutate

Mediana unește un vârf cu mijlocul laturii opuse. Cele trei mediane se intersectează într-un punct G, **centrul de greutate**.



AG = (2/3)·AM, GM = (1/3)·AM (la fel pentru celelalte mediane)

AG = 2·GM

Coordonate: G = $((x_1+x_2+x_3)/3, (y_1+y_2+y_3)/3)$

Mediana în triunghiul dreptunghic

În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = BC/2

Paralelogramul mijloacelor

Într-un patrulater convex ABCD, mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Fiecare latură a lui este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci este paralelă cu acea diagonală și egală cu jumătate din ea. Perimetrul paralelogramului este egal cu AC + BD.

Exemplul 1. Un triunghi are laturile de 14, 18 și 22 cm. Care este perimetrul triunghiului mijloacelor?

> **Rezolvare.** Fiecare latură este jumătate din cea paralelă: 7 + 9 + 11 = 27 cm. Sau: (14 + 18 + 22):2 = 27 cm.

Exemplul 2. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, AG = 12 cm. Află AM și GM.

> **Rezolvare (cu raportul 2:1).** AM = (3/2)·AG = 18 cm. GM = AM − AG = 6 cm (GM = AG/2).

Exemplul 3. Calculează coordonatele centrului de greutate al triunghiului A(−3, 4), B(−1, 1), C(−2, −5).

> **Rezolvare (prin medie).** x = (−3 − 1 − 2)/3 = −2, y = (4 + 1 − 5)/3 = 0. G(−2, 0).

Exemplul 4. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, AB = 9, AC = 12. Află mediana AM.

> **Rezolvare (cu Pitagora).** BC = 15 și AM = BC/2 = 7,5 cm.

Greșeli frecvente

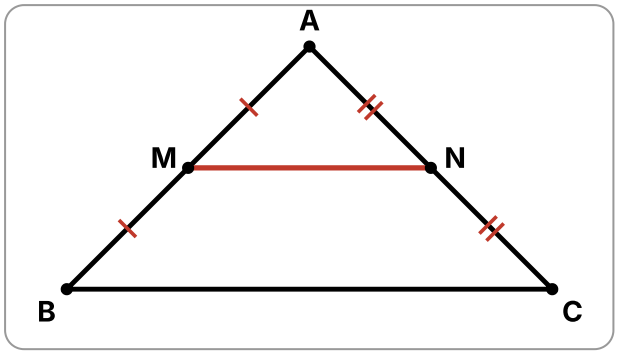
- Se confundă linia mijlocie (unește mijloace) cu mediana (unește vârf cu mijloc).
- Se scrie AG = AM/3 în loc de 2AM/3.
- Se uită că linia mijlocie este paralelă cu a treia latură.

Exerciții

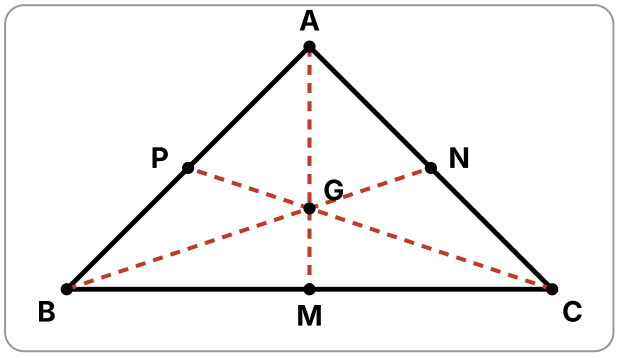
Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciţii)

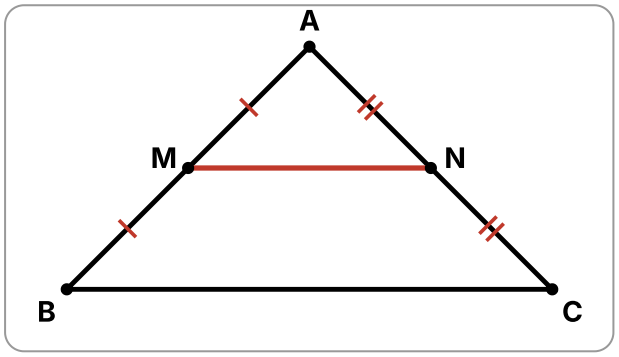
1. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 28 cm, cât este MN?



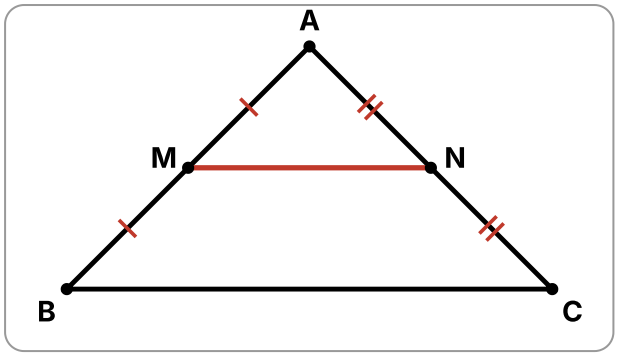
2. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 36 cm. Cât este GM?



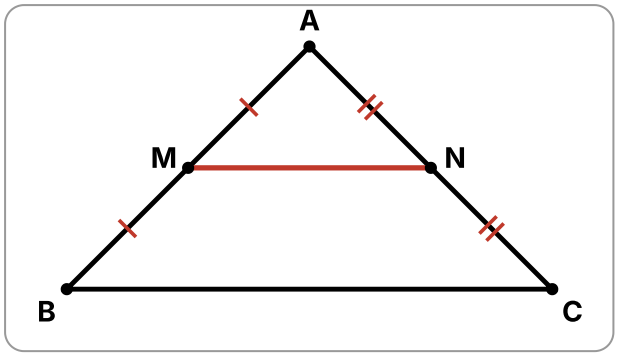
3. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 30 cm, cât este MN?



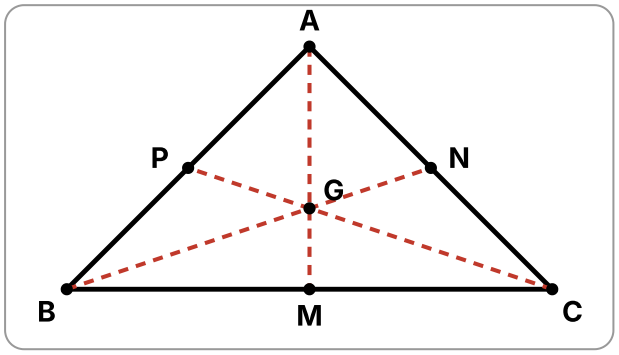
4. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 32 cm, cât este MN?



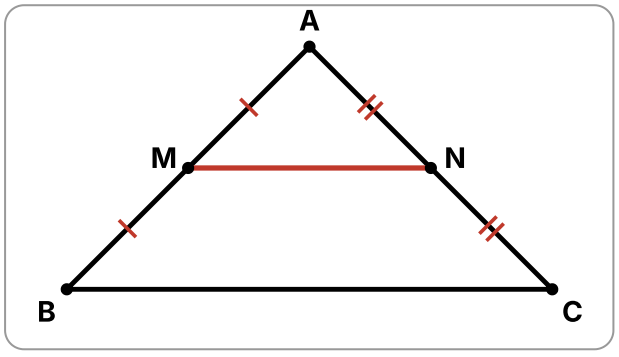
5. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 18 cm, cât este MN?



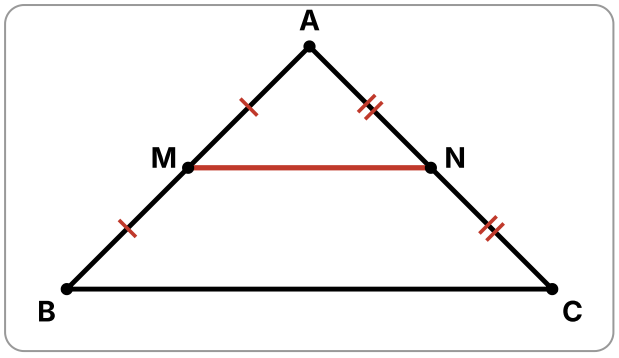
6. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 30 cm, cât este AG?



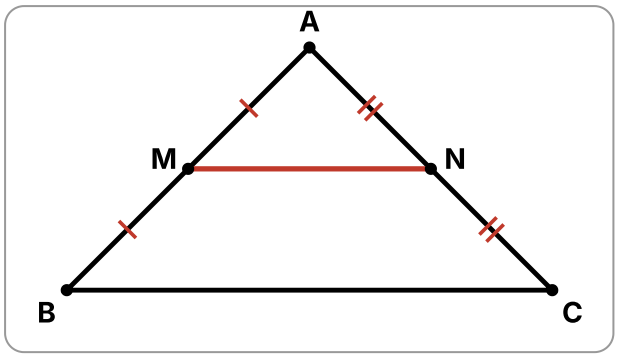
7. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 54 cm, cât este MN?



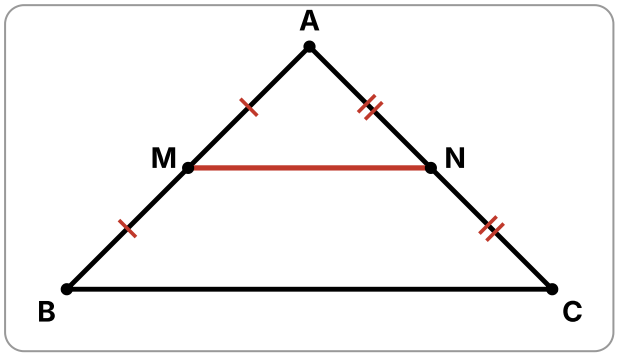
8. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 4 cm. Cât este BC?



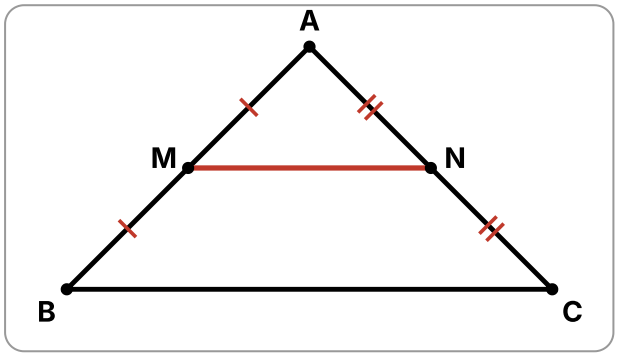
9. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 16 cm. Cât este BC?



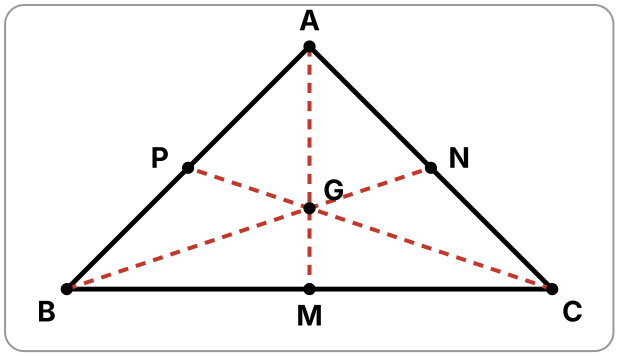
10. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 20 cm. Cât este BC?



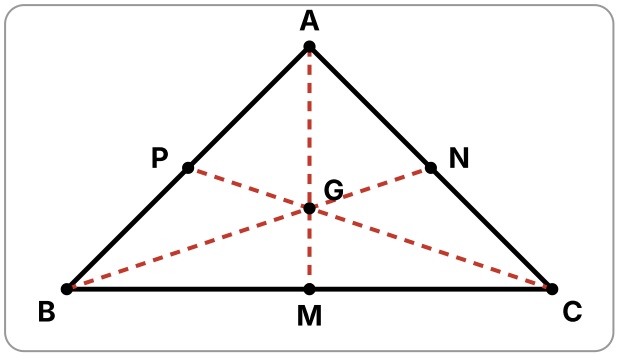
11. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 48 cm, cât este MN?



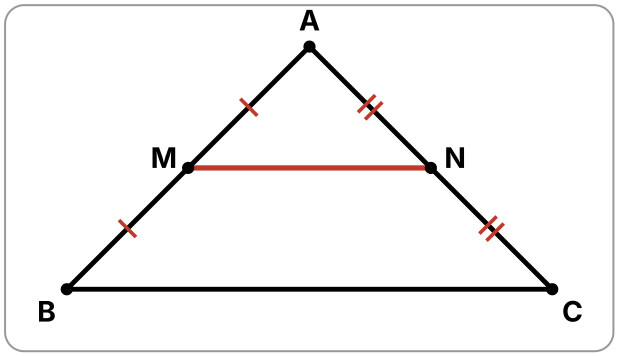
12. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 18 cm. Cât este GM?



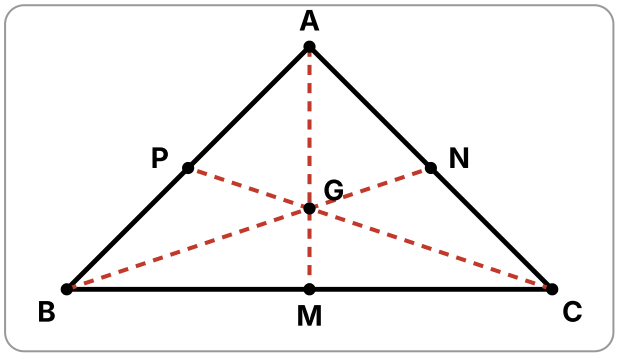
13. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 9 cm, cât este AG?



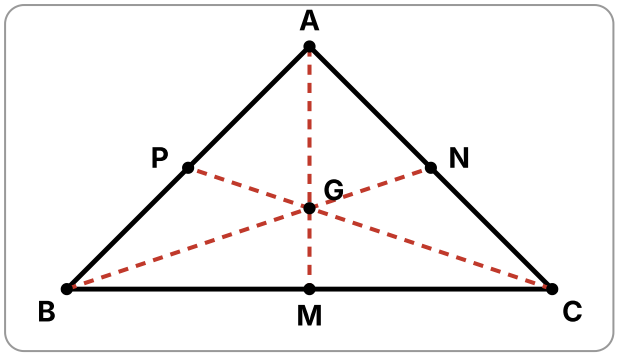
14. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 38 cm, cât este MN?



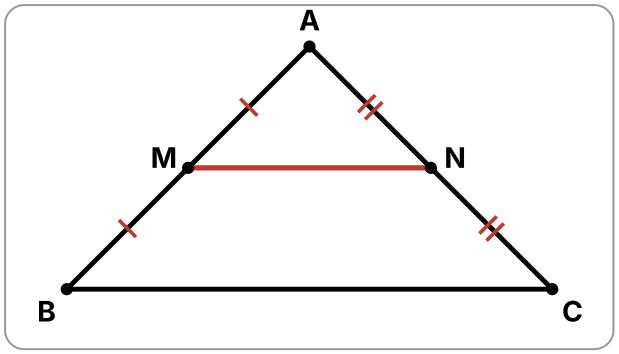
15. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 12 cm. Cât este GM?



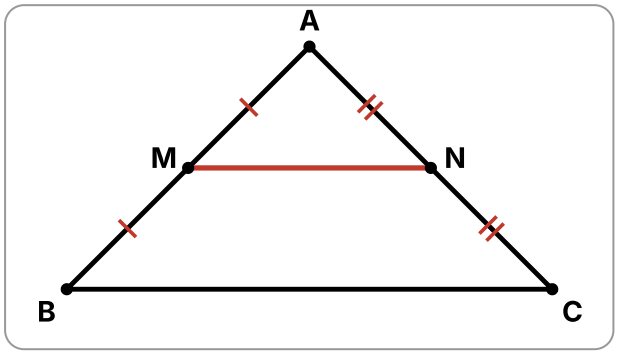
16. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 30 cm. Cât este GM?



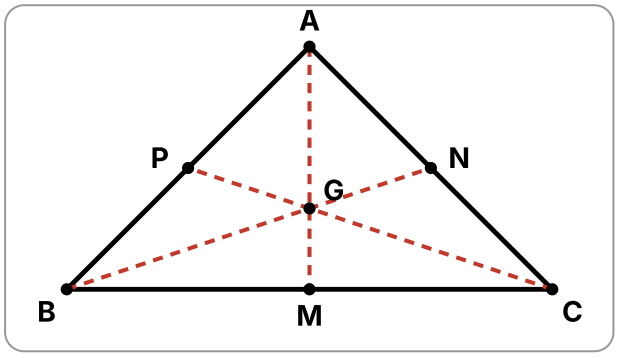
17. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 26 cm, cât este MN?



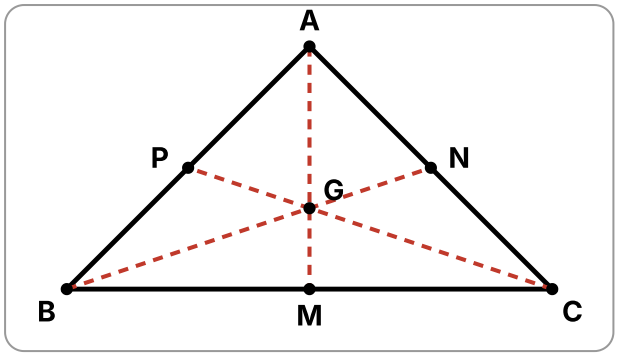
18. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 22 cm, cât este MN?



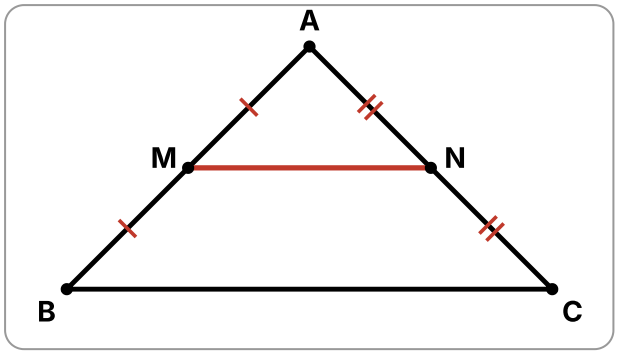
19. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 33 cm. Cât este GM?



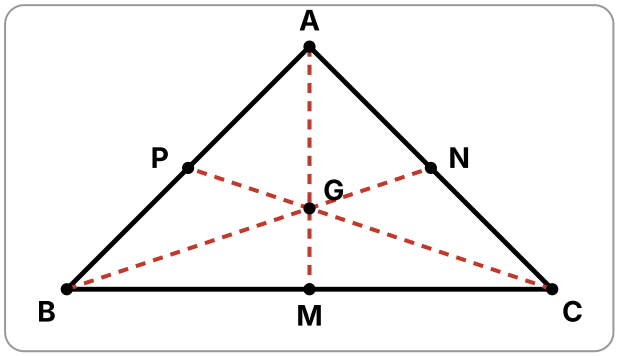
20. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 24 cm. Cât este GM?



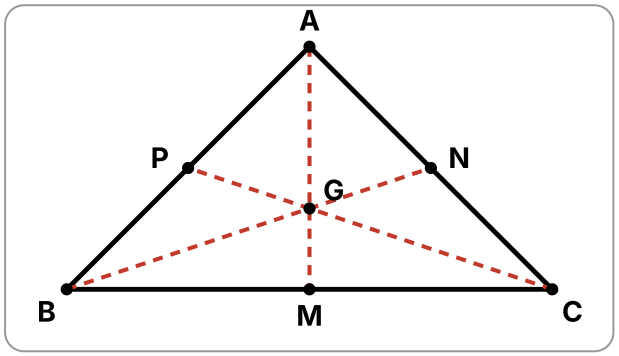
21. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 24 cm. Cât este BC?



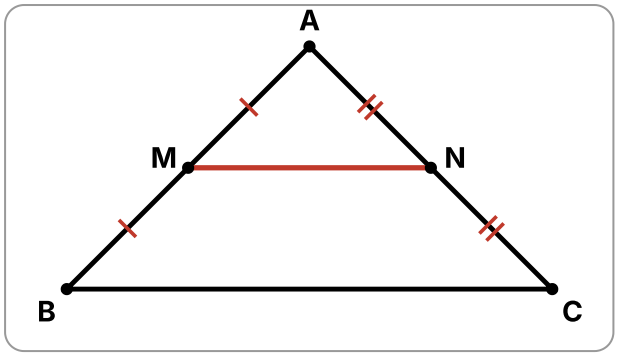
22. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 15 cm, cât este AG?



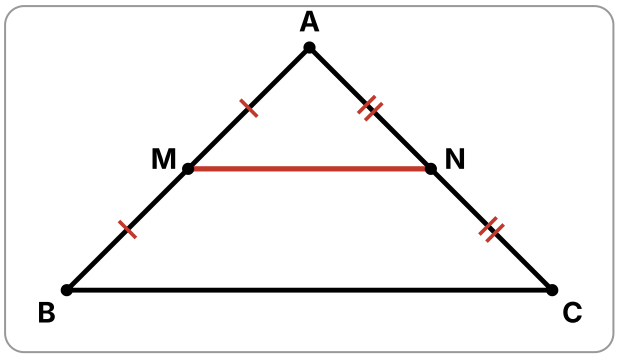
23. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 6 cm. Cât este GM?



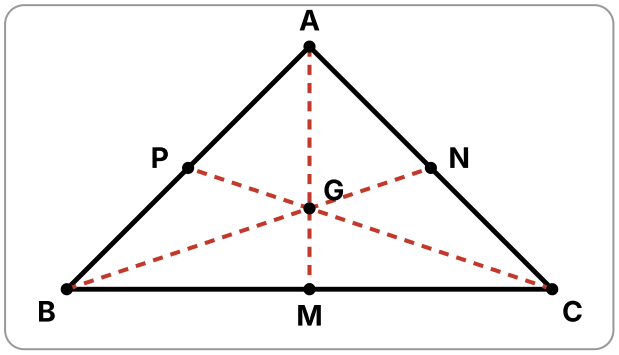
24. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 52 cm, cât este MN?



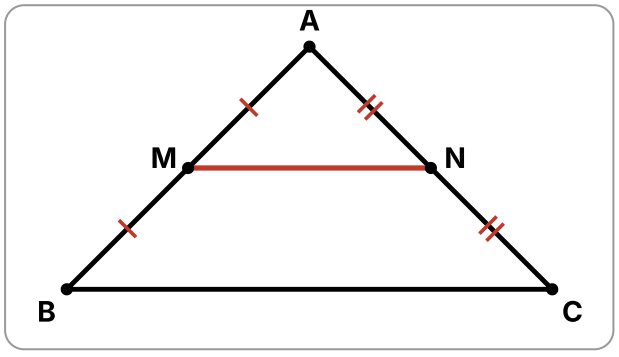
25. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 11 cm. Cât este BC?



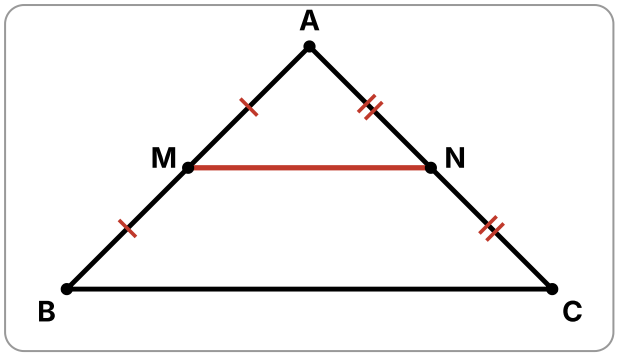
26. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 27 cm, cât este AG?



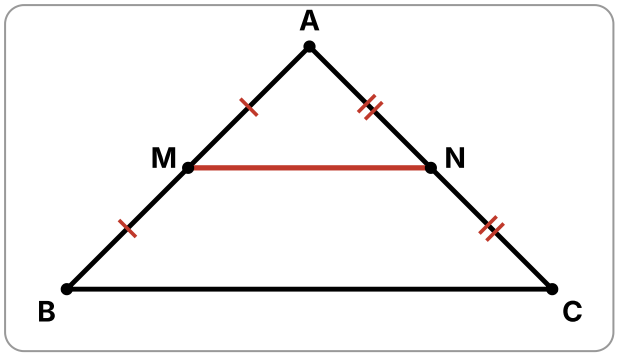
27. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 13 cm. Cât este BC?



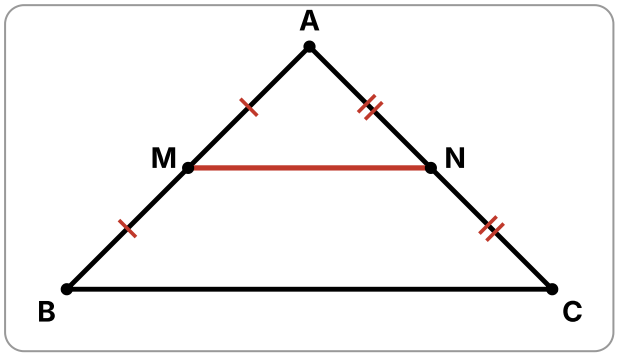
28. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 2 cm. Cât este BC?



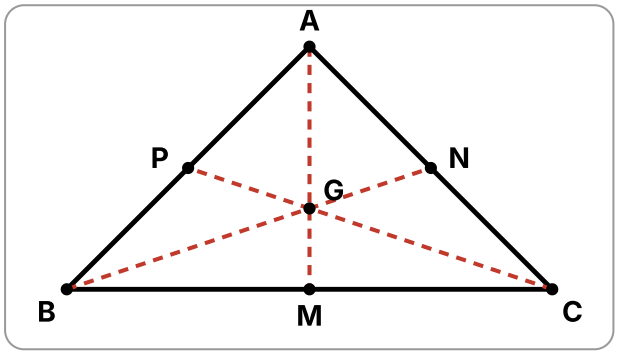
29. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 44 cm, cât este MN?



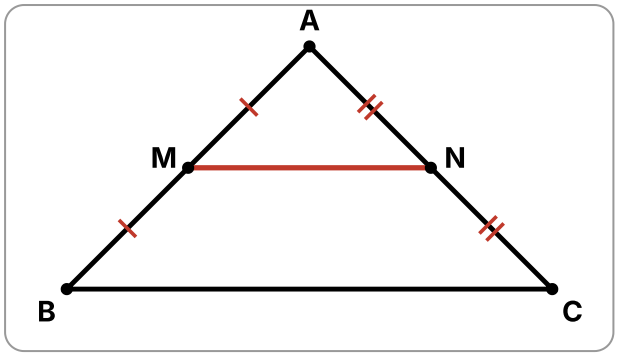
30. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 17 cm. Cât este BC?



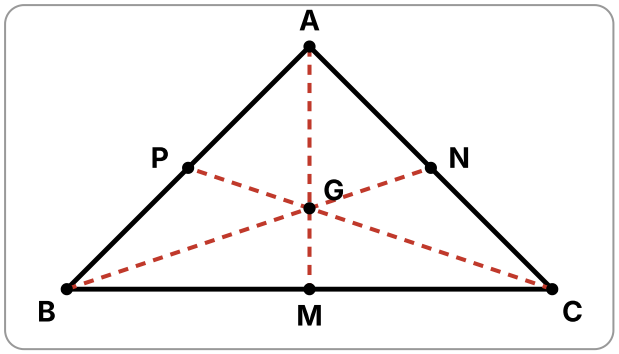
31. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 6 cm, cât este AG?



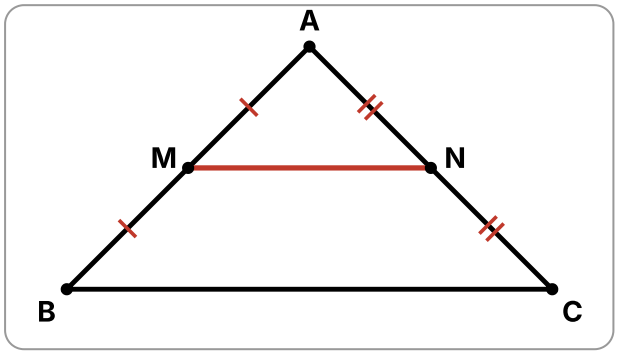
32. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 9 cm. Cât este BC?



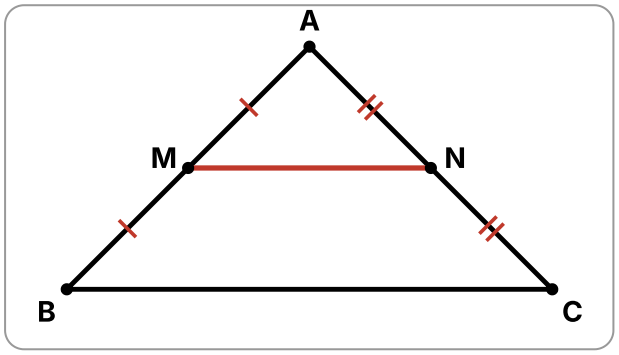
33. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 9 cm. Cât este GM?



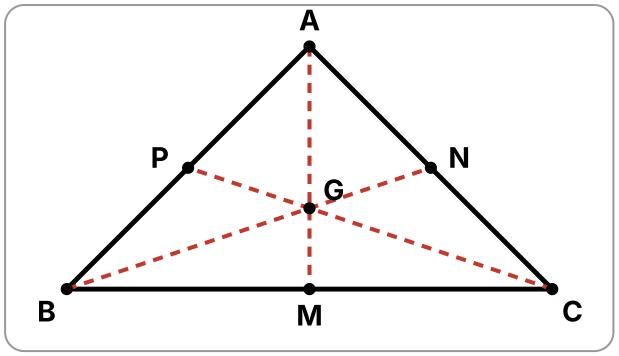
34. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 8 cm, cât este MN?



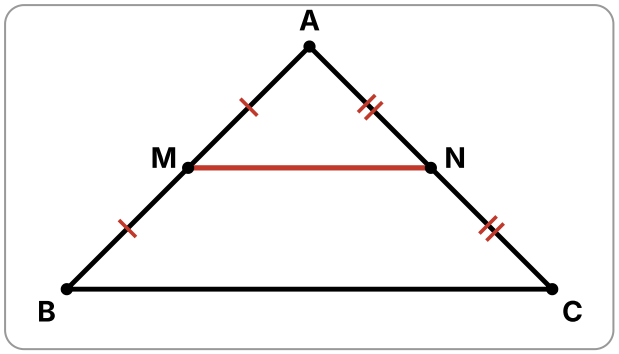
35. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 56 cm, cât este MN?



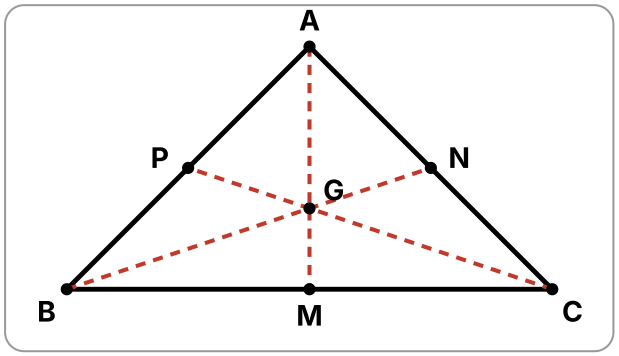
36. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 27 cm. Cât este GM?



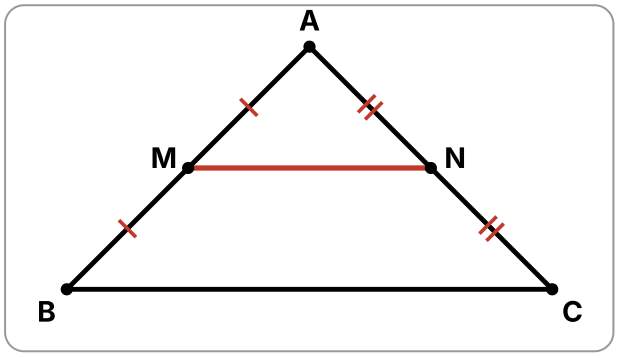
37. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 21 cm. Cât este BC?



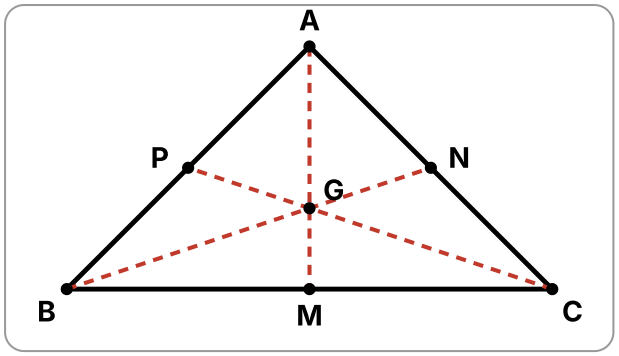
38. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 21 cm. Cât este GM?



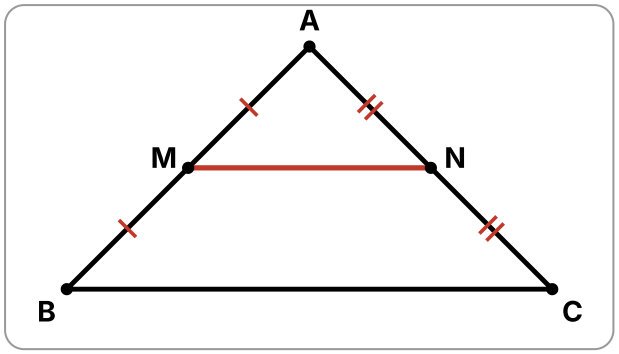
39. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 25 cm. Cât este BC?



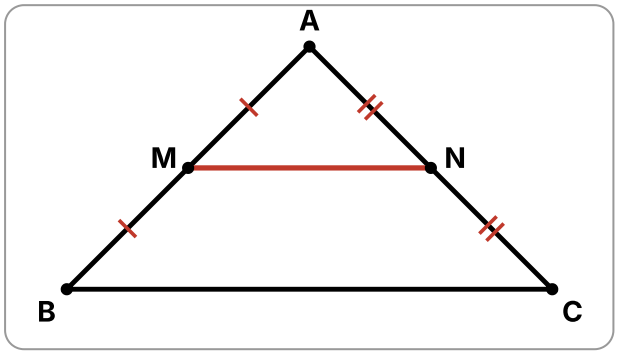
40. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 33 cm, cât este AG?



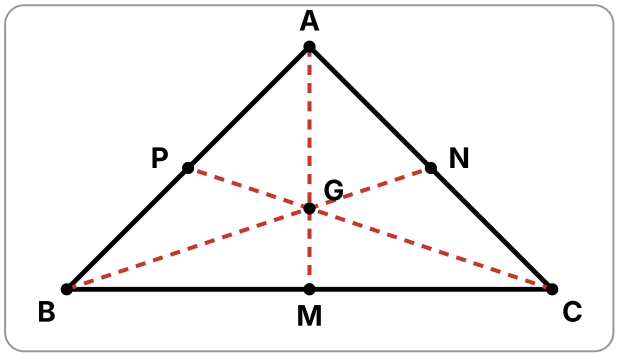
41. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 15 cm. Cât este BC?



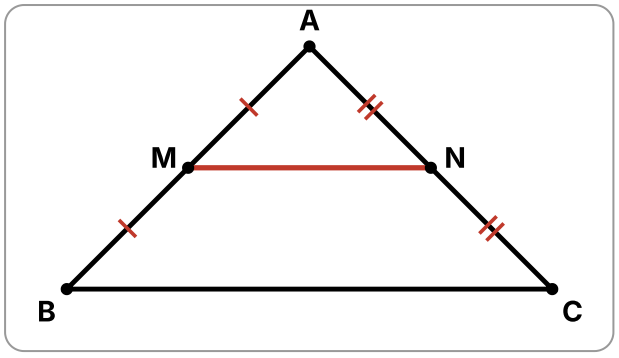
42. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 5 cm. Cât este BC?



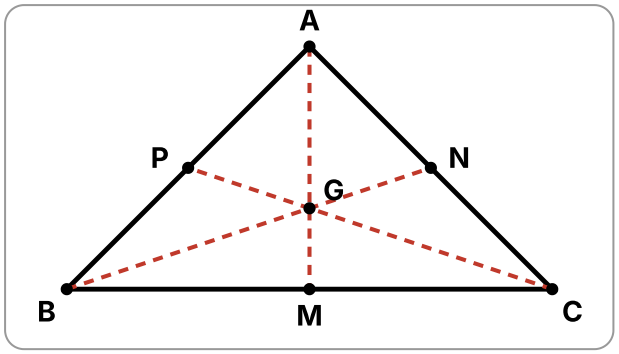
43. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 36 cm, cât este AG?



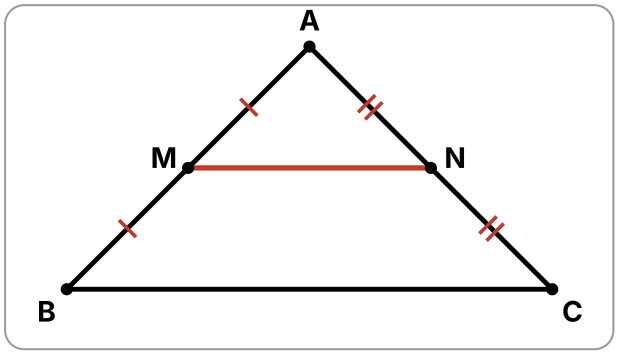
44. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 12 cm. Cât este BC?



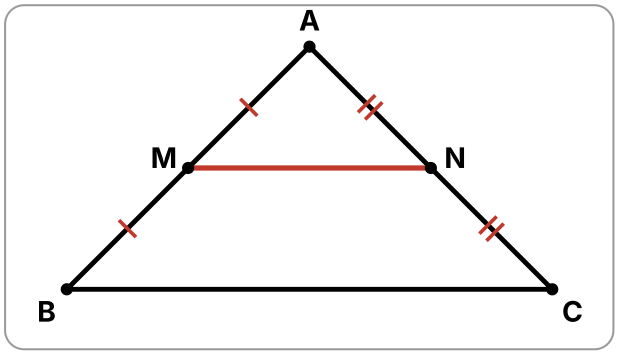
45. G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar AM este mediană. Dacă AM = 24 cm, cât este AG?



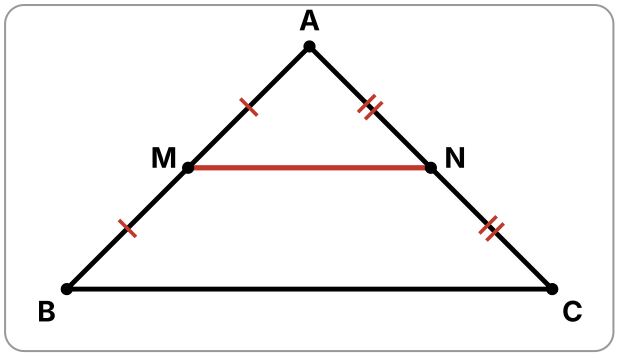
46. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 23 cm. Cât este BC?



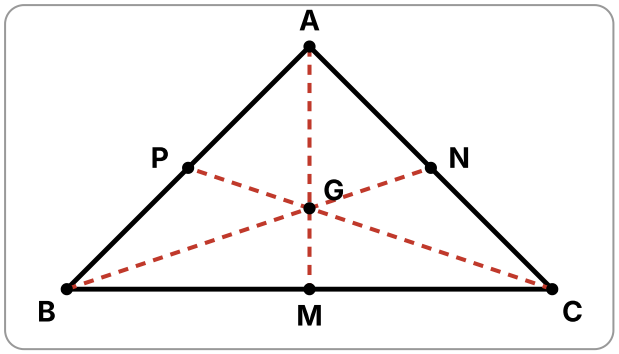
47. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 14 cm, cât este MN?



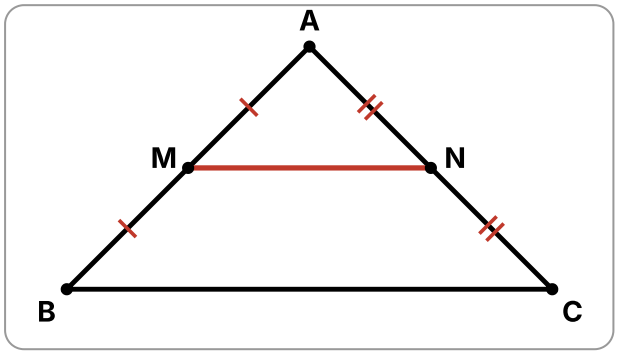
48. În triunghiul ABC, M și N sunt mijloacele laturilor AB și AC. Dacă BC = 42 cm, cât este MN?



49. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AM este mediană, cu AM = 15 cm. Cât este GM?



50. În triunghiul ABC, MN este linia mijlocie paralelă cu BC și MN = 6 cm. Cât este BC?



▼ Arată răspunsurile: nivel ușor

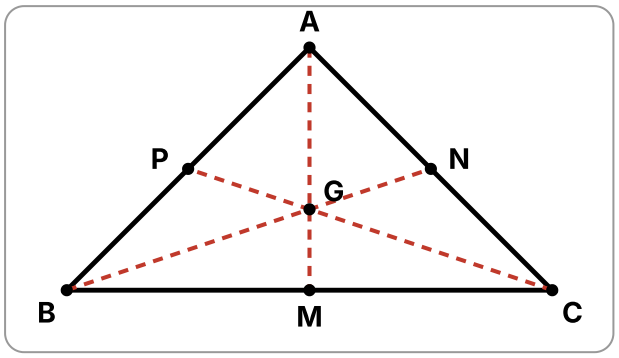
1. **14** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 14 cm.
2. **12** — GM = AM : 3 = 12 cm (o treime din mediană, de la bază).
3. **15** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 15 cm.
4. **16** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 16 cm.
5. **9** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 9 cm.
6. **20** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·30 = 20 cm.
7. **27** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 27 cm.
8. **8** — BC = 2·MN = 2·4 = 8 cm.

9. **32** — BC = 2·MN = 2·16 = 32 cm.
10. **40** — BC = 2·MN = 2·20 = 40 cm.
11. **24** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 24 cm.
12. **6** — GM = AM : 3 = 6 cm (o treime din mediană, de la bază).
13. **6** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·9 = 6 cm.
14. **19** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 19 cm.
15. **4** — GM = AM : 3 = 4 cm (o treime din mediană, de la bază).
16. **10** — GM = AM : 3 = 10 cm (o treime din mediană, de la bază).
17. **13** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 13 cm.
18. **11** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 11 cm.
19. **11** — GM = AM : 3 = 11 cm (o treime din mediană, de la bază).
20. **8** — GM = AM : 3 = 8 cm (o treime din mediană, de la bază).
21. **48** — BC = 2·MN = 2·24 = 48 cm.
22. **10** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·15 = 10 cm.
23. **2** — GM = AM : 3 = 2 cm (o treime din mediană, de la bază).
24. **26** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 26 cm.
25. **22** — BC = 2·MN = 2·11 = 22 cm.
26. **18** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·27 = 18 cm.
27. **26** — BC = 2·MN = 2·13 = 26 cm.
28. **4** — BC = 2·MN = 2·2 = 4 cm.
29. **22** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 22 cm.
30. **34** — BC = 2·MN = 2·17 = 34 cm.
31. **4** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·6 = 4 cm.
32. **18** — BC = 2·MN = 2·9 = 18 cm.
33. **3** — GM = AM : 3 = 3 cm (o treime din mediană, de la bază).
34. **4** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 4 cm.
35. **28** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 28 cm.
36. **9** — GM = AM : 3 = 9 cm (o treime din mediană, de la bază).
37. **42** — BC = 2·MN = 2·21 = 42 cm.
38. **7** — GM = AM : 3 = 7 cm (o treime din mediană, de la bază).
39. **50** — BC = 2·MN = 2·25 = 50 cm.
40. **22** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·33 = 22 cm.
41. **30** — BC = 2·MN = 2·15 = 30 cm.

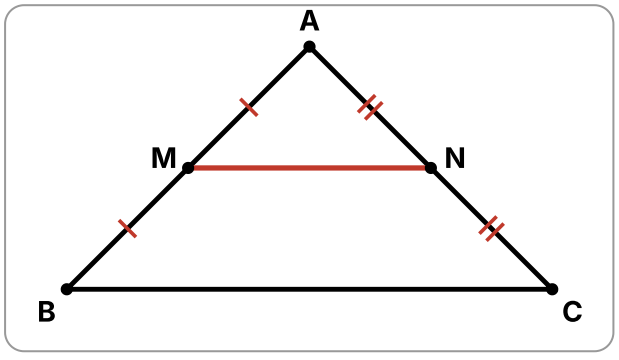
42. **10** — BC = 2·MN = 2·5 = 10 cm.
43. **24** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·36 = 24 cm.
44. **24** — BC = 2·MN = 2·12 = 24 cm.
45. **16** — Centrul de greutate se află la două treimi de vârf: AG = (2/3)·24 = 16 cm.
46. **46** — BC = 2·MN = 2·23 = 46 cm.
47. **7** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 7 cm.
48. **21** — MN este linie mijlocie, deci MN = BC : 2 = 21 cm.
49. **5** — GM = AM : 3 = 5 cm (o treime din mediană, de la bază).
50. **12** — BC = 2·MN = 2·6 = 12 cm.

Nivel mediu (50 de exerciții)

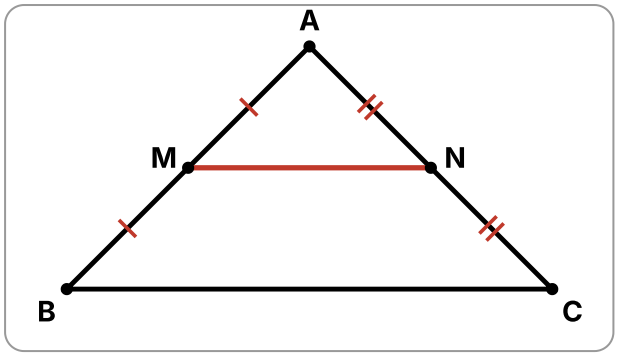
1. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 16 cm. Cât este lungimea medianei AM?



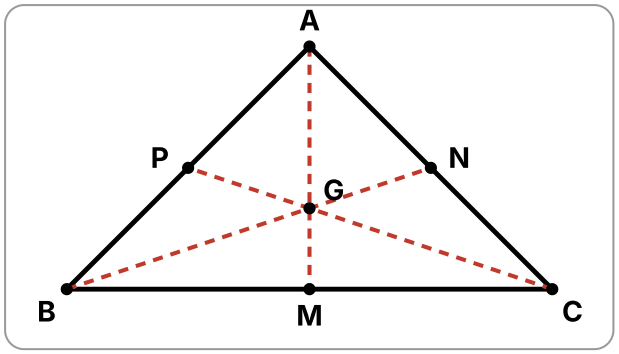
2. În triunghiul ABC, AB = 22 cm, AC = 18 cm, BC = 6 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



3. Într-un triunghi, linia mijlocie are 20 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?

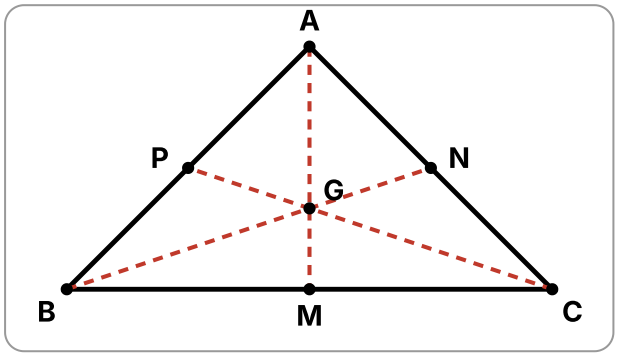


4. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 20 cm. Cât este lungimea medianei AM?

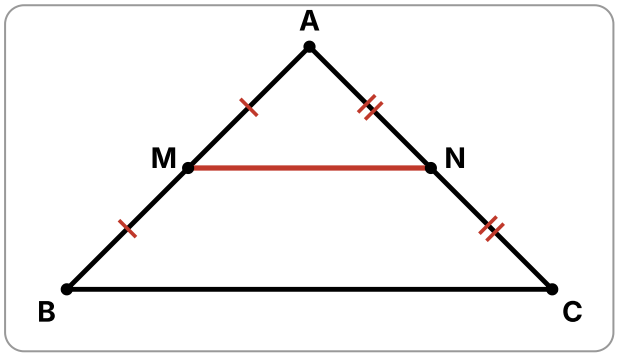


5. Un triunghi are laturile de 30 cm, 36 cm și 48 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

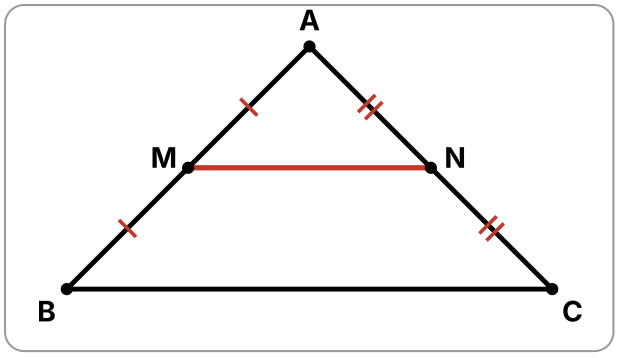
6. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 10 cm. Cât este lungimea medianei AM?



7. Într-un triunghi, linia mijlocie are 18 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?

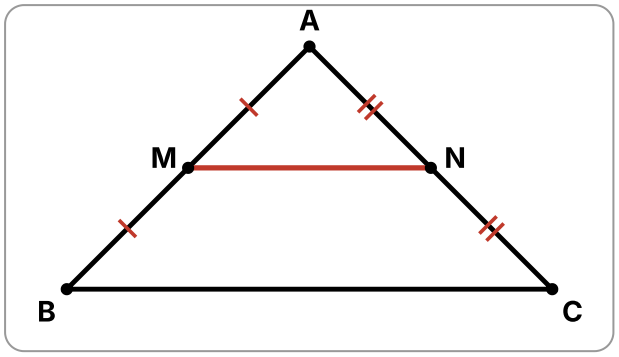


8. Într-un triunghi, linia mijlocie are 12 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?

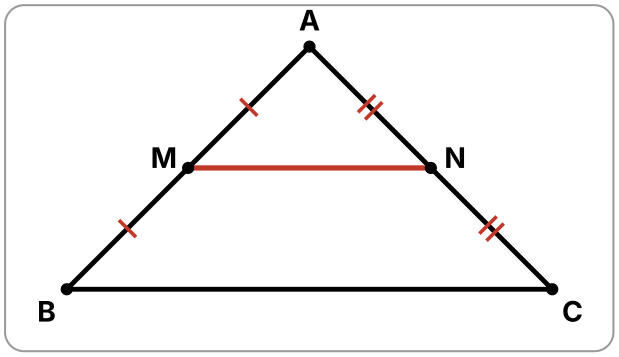


9. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu AB = 12 cm și AC = 16 cm. Cât este mediana AM dusă din A?

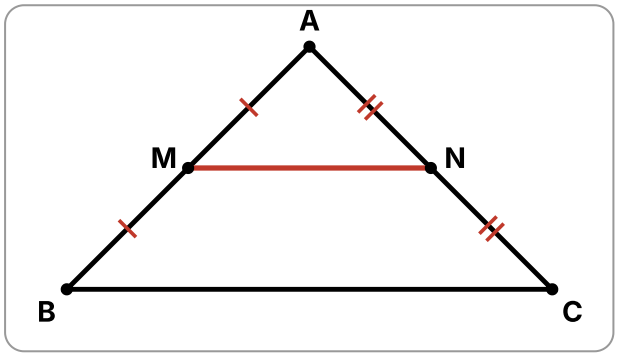
10. Într-un triunghi, linia mijlocie are 4 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



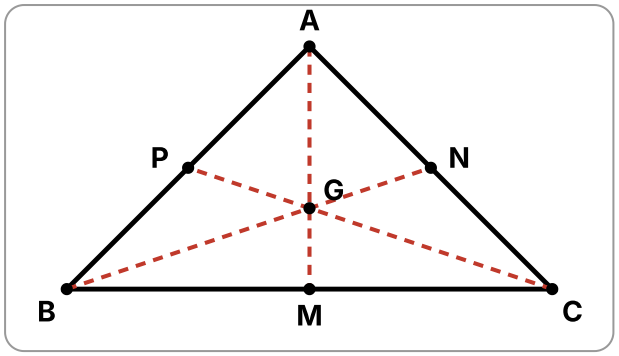
11. În triunghiul ABC, AB = 20 cm, AC = 28 cm, BC = 22 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



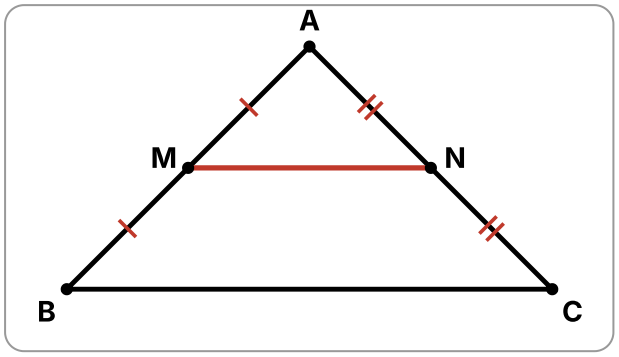
12. Într-un triunghi, linia mijlocie are 7 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



13. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 24 cm. Cât este lungimea medianei AM?

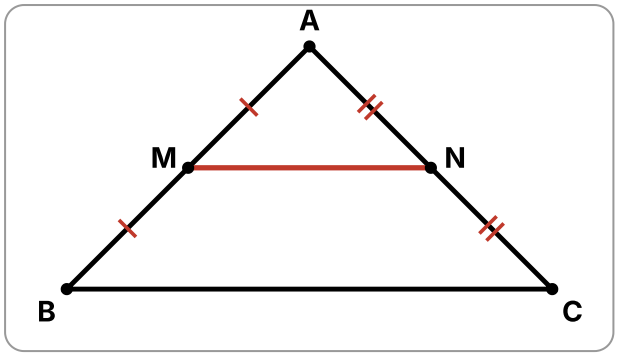


14. Un triunghi are laturile de 36 cm, 48 cm și 60 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?
15. Un triunghi are laturile de 6 cm, 9 cm și 11 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?
16. Într-un triunghi, linia mijlocie are 17 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?

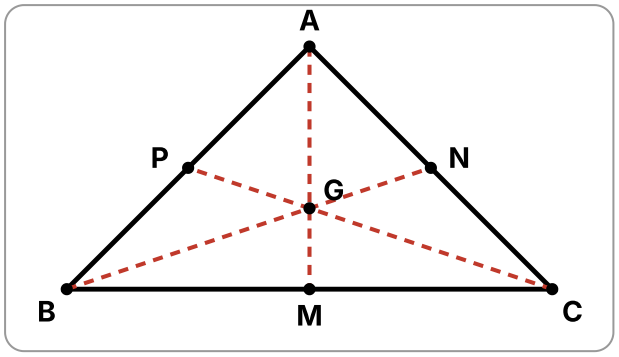


17. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu AB = 40 cm și AC = 42 cm. Cât este mediana AM dusă din A?
18. Un triunghi are laturile de 20 cm, 28 cm și 36 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?
19. Un triunghi are laturile de 16 cm, 20 cm și 24 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?
20. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu AB = 20 cm și AC = 48 cm. Cât este mediana AM dusă din A?
21. Un triunghi are laturile de 30 cm, 42 cm și 54 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

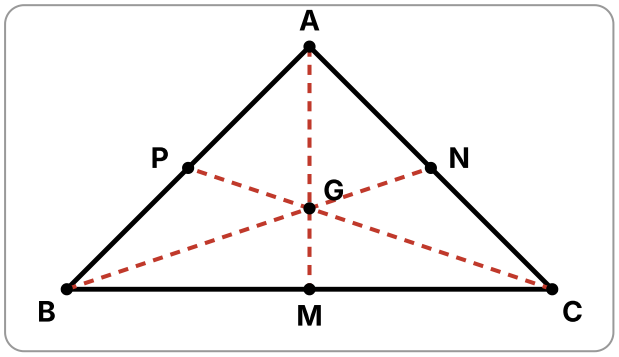
22. În triunghiul ABC, AB = 18 cm, AC = 10 cm, BC = 14 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



23. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 18 cm. Cât este lungimea medianei AM?



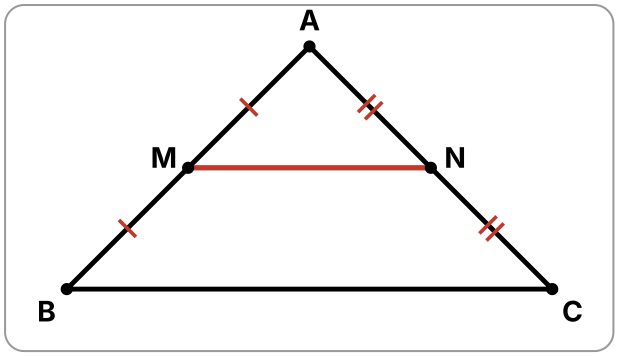
24. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 30 cm. Cât este lungimea medianei AM?



25. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu AB = 30 cm și AC = 40 cm. Cât este mediana AM dusă din A?

26. Un triunghi are laturile de 24 cm, 30 cm și 36 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

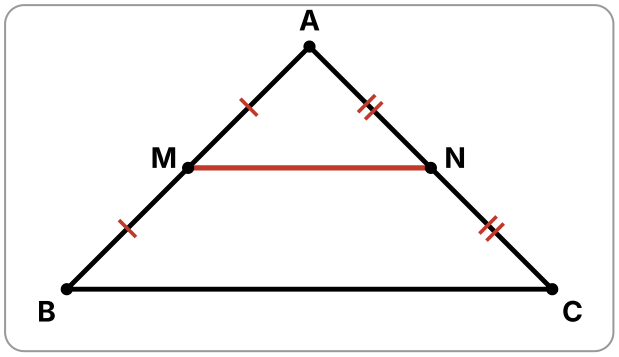
27. În triunghiul ABC, AB = 10 cm, AC = 28 cm, BC = 28 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



28. Un triunghi are laturile de 42 cm, 54 cm și 66 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

29. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu AB = 24 cm și AC = 32 cm. Cât este mediana AM dusă din A?

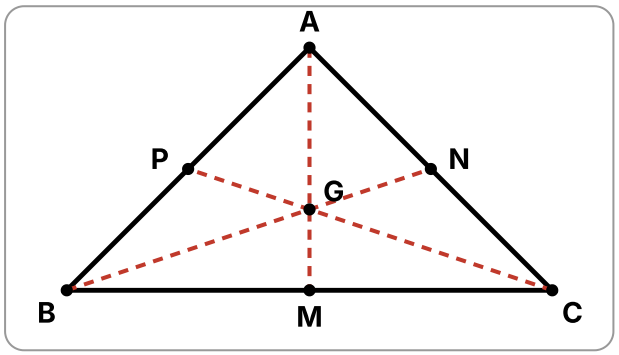
30. Într-un triunghi, linia mijlocie are 10 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



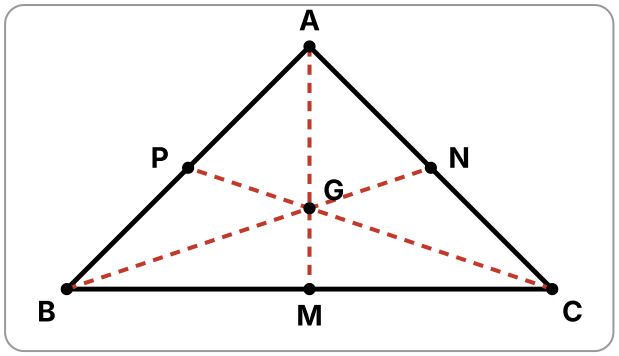
31. Un triunghi are laturile de 24 cm, 32 cm și 40 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

32. Un triunghi are laturile de 12 cm, 18 cm și 22 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

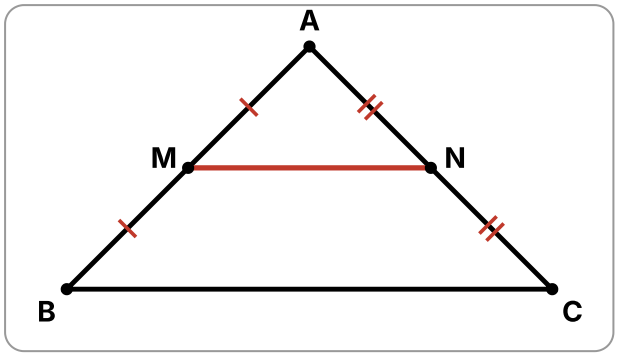
33. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 32 cm. Cât este lungimea medianei AM?



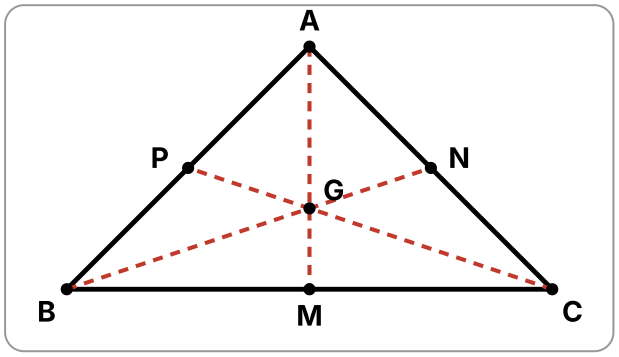
34. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 34 cm. Cât este lungimea medianei AM?



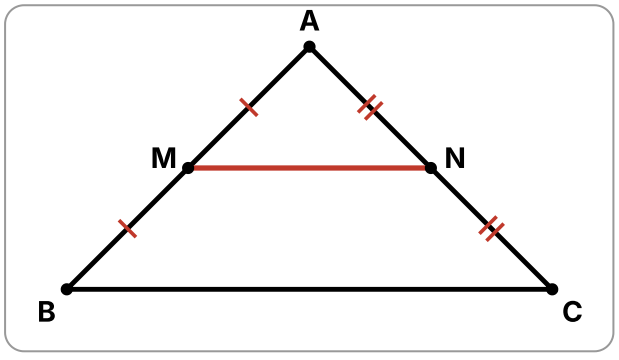
35. În triunghiul ABC, AB = 16 cm, AC = 28 cm, BC = 22 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



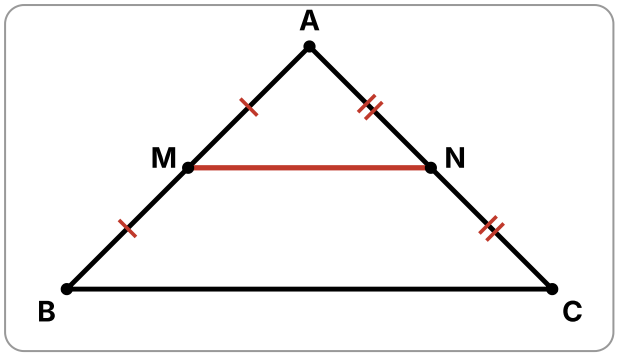
36. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 12 cm. Cât este lungimea medianei AM?



37. În triunghiul ABC, AB = 16 cm, AC = 12 cm, BC = 24 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



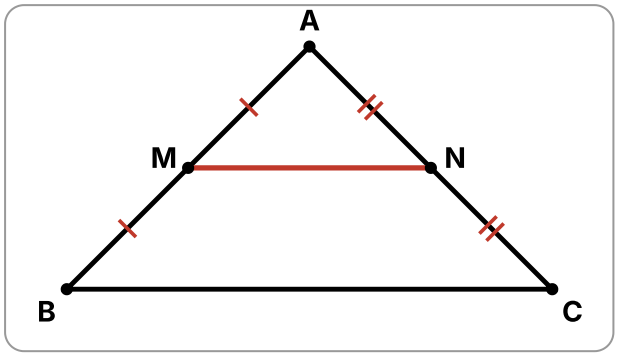
38. În triunghiul ABC, AB = 12 cm, AC = 30 cm, BC = 28 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



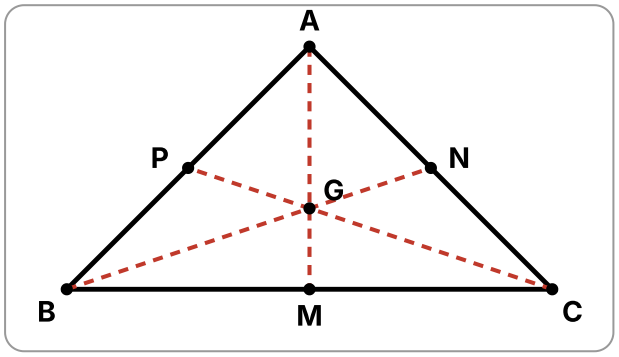
39. Un triunghi are laturile de 20 cm, 24 cm și 32 cm. Care este perimetrul triunghiului format de mijloacele laturilor sale?

40. Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu AB = 10 cm și AC = 24 cm. Cât este mediana AM dusă din A?

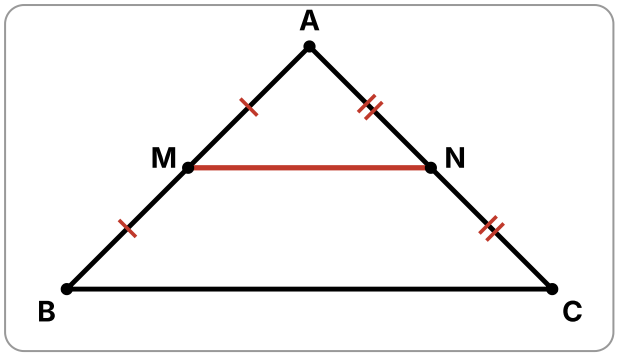
41. Într-un triunghi, linia mijlocie are 9 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



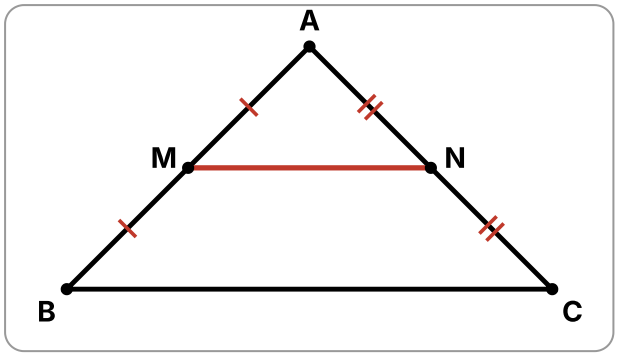
42. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 6 cm. Cât este lungimea medianei AM?



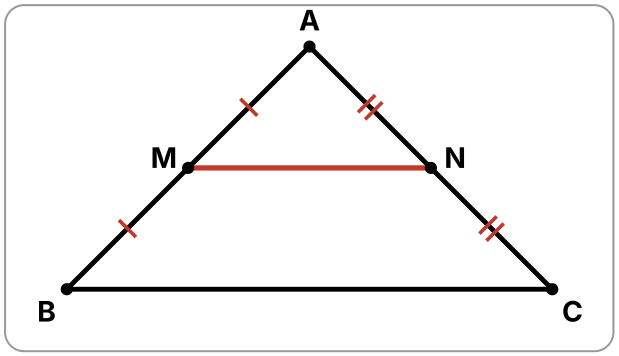
43. Într-un triunghi, linia mijlocie are 3 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



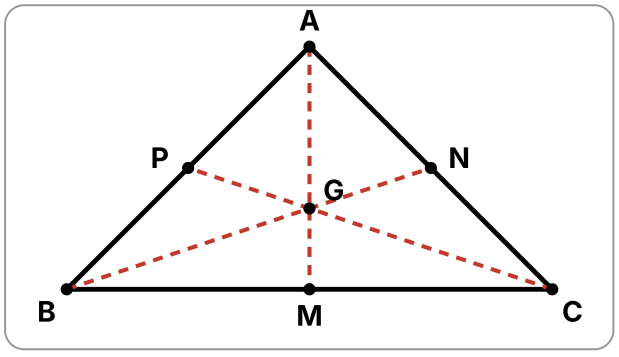
44. Într-un triunghi, linia mijlocie are 5 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



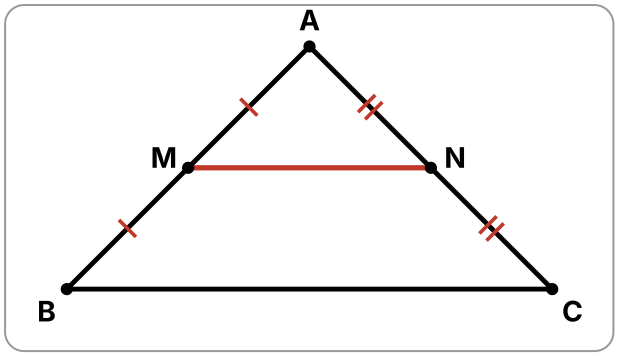
45. Într-un triunghi, linia mijlocie are 8 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



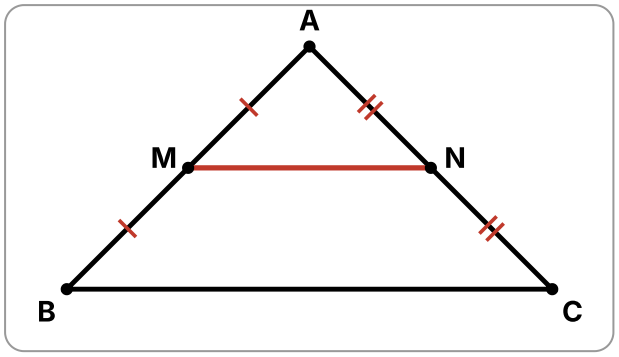
46. G este centrul de greutate al triunghiului ABC și AG = 36 cm. Cât este lungimea medianei AM?



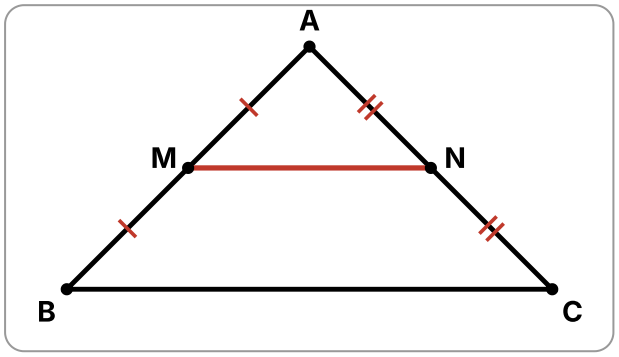
47. În triunghiul ABC, AB = 26 cm, AC = 10 cm, BC = 20 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



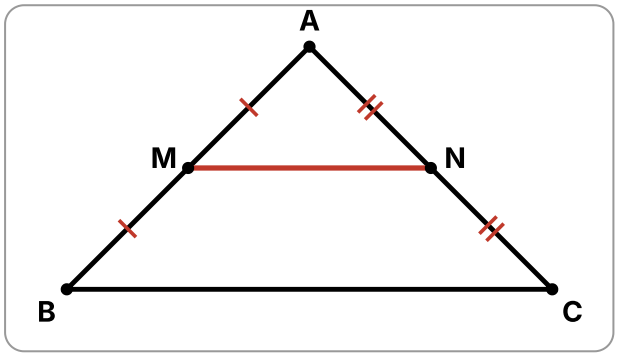
48. În triunghiul ABC, AB = 30 cm, AC = 28 cm, BC = 30 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



49. În triunghiul ABC, AB = 16 cm, AC = 24 cm, BC = 30 cm, iar M, N sunt mijloacele laturilor AB, AC. Care este perimetrul trapezului BMNC (în cm)?



50. Într-un triunghi, linia mijlocie are 11 cm. Ce lungime are latura paralelă cu ea?



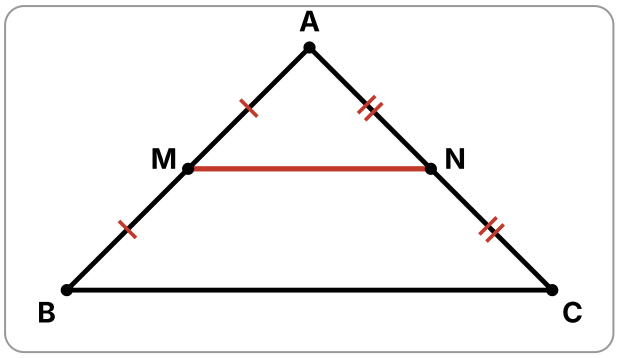
▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **24** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·16 = 24 cm.
2. **29** — BM = 11, CN = 9, MN = BC:2 = 3 și BC = 6. P = 11 + 9 + 3 + 6 = 29 cm.
3. **40** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·20 = 40 cm.
4. **30** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·20 = 30 cm.
5. **57** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 114:2 = 57 cm.
6. **15** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·10 = 15 cm.
7. **36** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·18 = 36 cm.
8. **24** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·12 = 24 cm.
9. **10** — BC = √(144 + 256) = 20. În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 20:2 = 10 cm.
10. **8** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·4 = 8 cm.
11. **57** — BM = 10, CN = 14, MN = BC:2 = 11 și BC = 22. P = 10 + 14 + 11 + 22 = 57 cm.
12. **14** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·7 = 14 cm.
13. **36** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·24 = 36 cm.
14. **72** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 144:2 = 72 cm.
15. **13** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 26:2 = 13 cm.
16. **34** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·17 = 34 cm.
17. **29** — BC = √(1600 + 1764) = 58. În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 58:2 = 29 cm.
18. **42** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 84:2 = 42 cm.
19. **30** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 60:2 = 30 cm.
20. **26** — BC = √(400 + 2304) = 52. În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 52:2 = 26 cm.
21. **63** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 126:2 = 63 cm.
22. **35** — BM = 9, CN = 5, MN = BC:2 = 7 și BC = 14. P = 9 + 5 + 7 + 14 = 35 cm.
23. **27** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·18 = 27 cm.
24. **45** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·30 = 45 cm.
25. **25** — BC = √(900 + 1600) = 50. În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 50:2 = 25 cm.

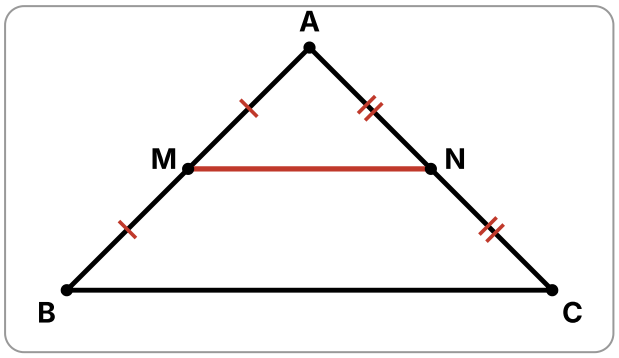
26. **45** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 90:2 = 45 cm.
27. **61** — BM = 5, CN = 14, MN = BC:2 = 14 și BC = 28. P = 5 + 14 + 14 + 28 = 61 cm.
28. **81** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 162:2 = 81 cm.
29. **20** — BC = √(576 + 1024) = 40. În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 40:2 = 20 cm.
30. **20** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·10 = 20 cm.
31. **48** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 96:2 = 48 cm.
32. **26** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 52:2 = 26 cm.
33. **48** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·32 = 48 cm.
34. **51** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·34 = 51 cm.
35. **55** — BM = 8, CN = 14, MN = BC:2 = 11 și BC = 22. P = 8 + 14 + 11 + 22 = 55 cm.
36. **18** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·12 = 18 cm.
37. **50** — BM = 8, CN = 6, MN = BC:2 = 12 și BC = 24. P = 8 + 6 + 12 + 24 = 50 cm.
38. **63** — BM = 6, CN = 15, MN = BC:2 = 14 și BC = 28. P = 6 + 15 + 14 + 28 = 63 cm.
39. **38** — Fiecare latură a triunghiului mijloacelor este jumătate din latura paralelă. Perimetrul = 76:2 = 38 cm.
40. **13** — BC = √(100 + 576) = 26. În triunghiul dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 26:2 = 13 cm.
41. **18** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·9 = 18 cm.
42. **9** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·6 = 9 cm.
43. **6** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·3 = 6 cm.
44. **10** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·5 = 10 cm.
45. **16** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·8 = 16 cm.
46. **54** — AG = (2/3)·AM ⇒ AM = (3/2)·AG = (3/2)·36 = 54 cm.
47. **48** — BM = 13, CN = 5, MN = BC:2 = 10 și BC = 20. P = 13 + 5 + 10 + 20 = 48 cm.
48. **74** — BM = 15, CN = 14, MN = BC:2 = 15 și BC = 30. P = 15 + 14 + 15 + 30 = 74 cm.
49. **65** — BM = 8, CN = 12, MN = BC:2 = 15 și BC = 30. P = 8 + 12 + 15 + 30 = 65 cm.
50. **22** — Latura paralelă cu linia mijlocie este dublul acesteia: 2·11 = 22 cm.

Nivel dificil (50 de exerciții)

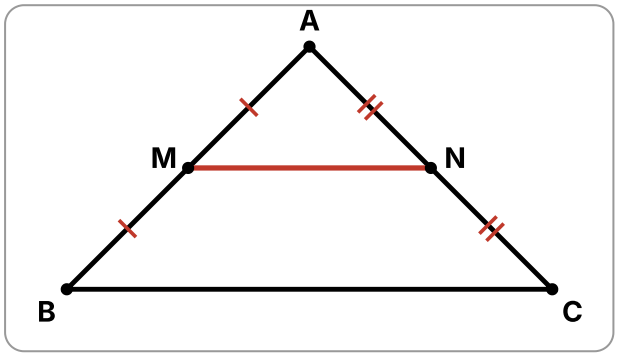
1. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 26 cm și 12 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?
2. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 3) cm și BC = (3x − 1) cm. Cât este MN?



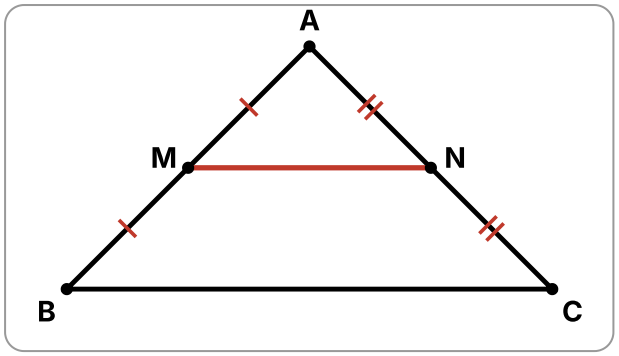
3. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 1) cm și BC = (3x − 2) cm. Cât este MN?



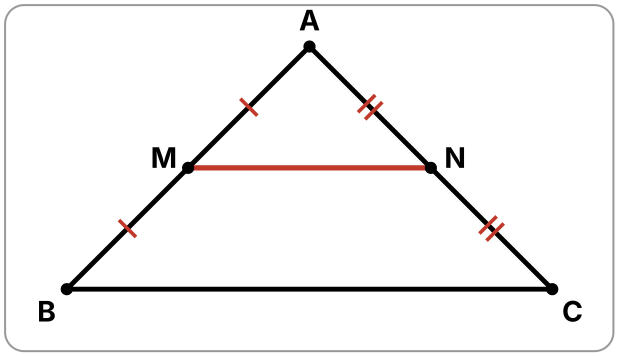
4. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 5) cm și BC = (3x − 6) cm. Cât este MN?



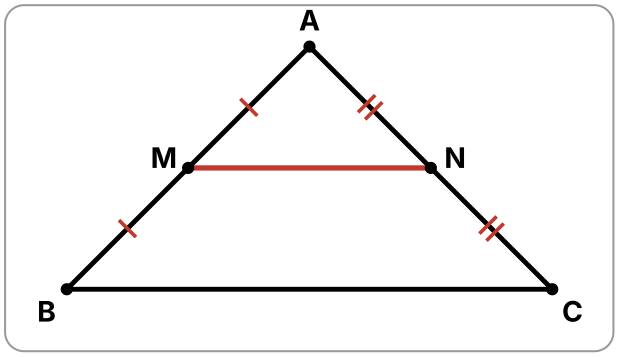
5. Aria triunghiului ABC este 24 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?



6. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 1) cm și BC = (3x − 3) cm. Cât este MN?

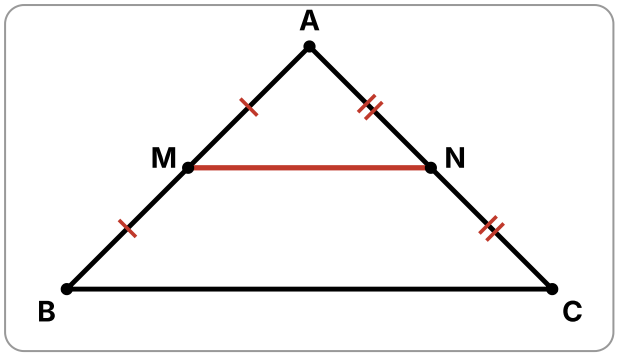


7. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 6) cm și BC = (3x − 4) cm. Cât este MN?



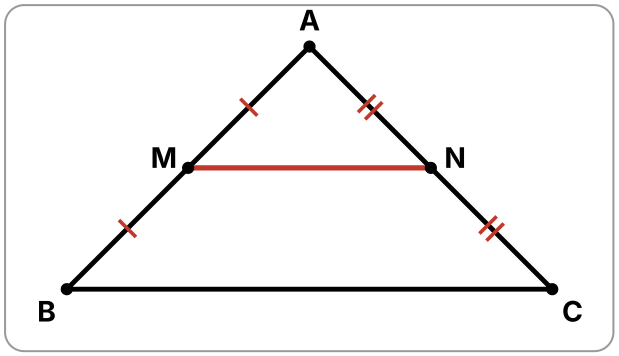
8. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 10 cm și 30 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

9. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 1) cm și BC = (3x − 4) cm. Cât este MN?



10. Triunghiul ABC are vârfurile A(3, 4), B(5, 4), C(−5, −2). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

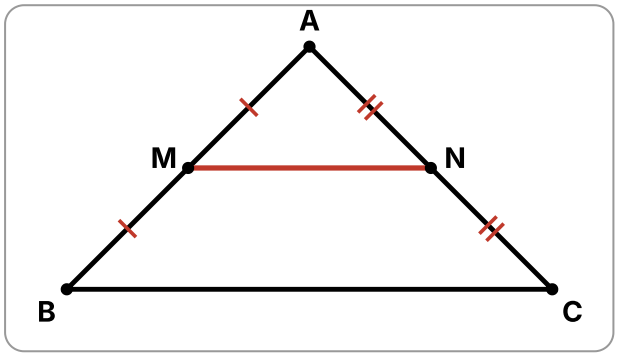
11. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 8) cm și BC = (3x − 5) cm. Cât este MN?



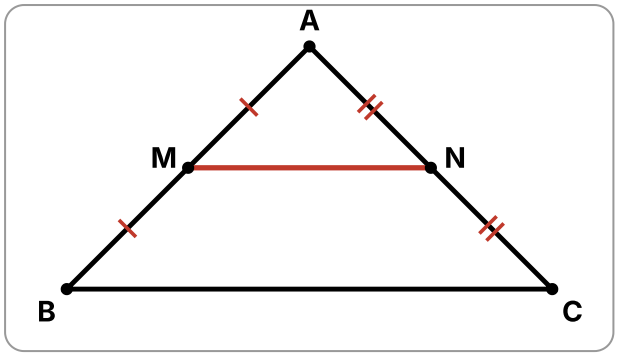
12. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 20 cm și 26 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

13. Triunghiul ABC are vârfurile A(−5, 4), B(2, 4), C(0, −5). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

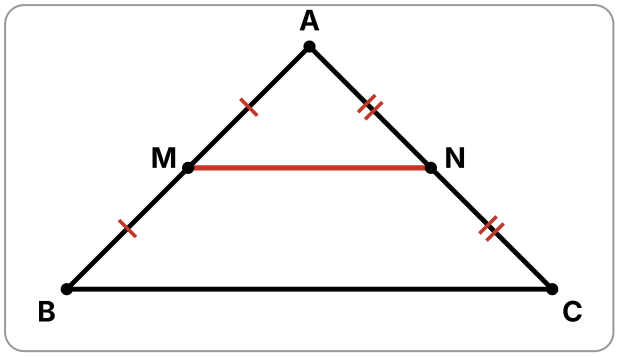
14. Aria triunghiului ABC este 120 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?



15. Aria triunghiului ABC este 104 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?



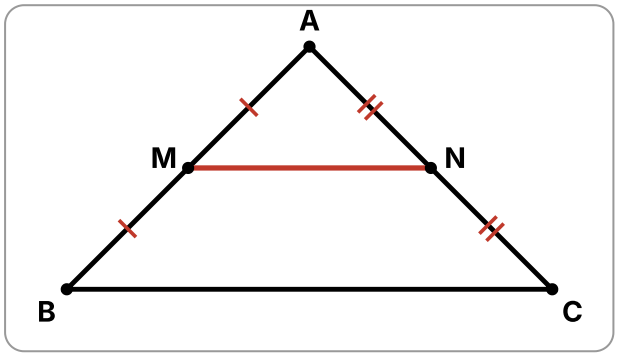
16. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 4) cm și BC = (3x − 3) cm. Cât este MN?



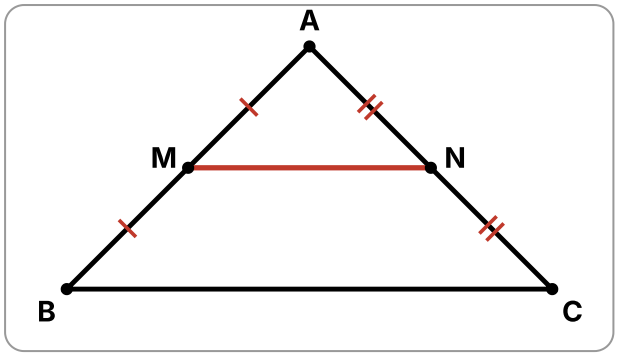
17. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 10 cm și 6 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

18. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 6 cm și 18 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

19. Aria triunghiului ABC este 124 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?

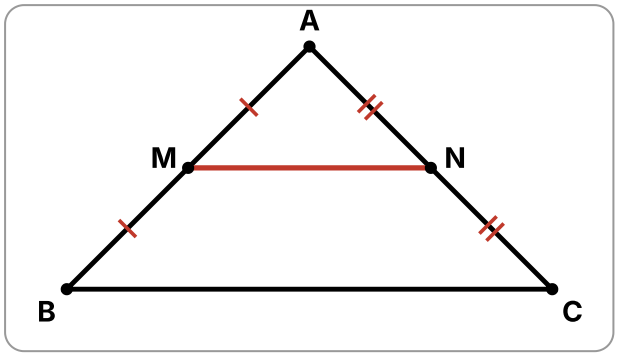


20. Aria triunghiului ABC este 80 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?



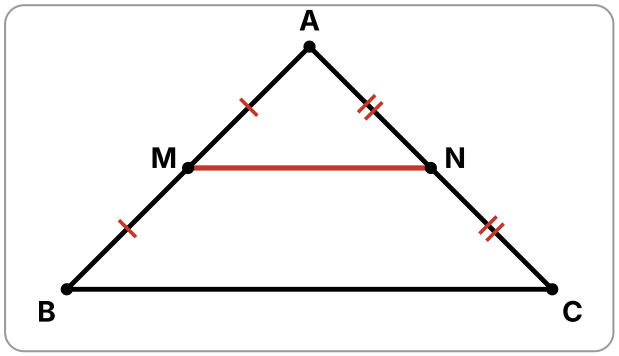
21. Triunghiul ABC are vârfurile A(−5, 6), B(−2, −3), C(4, −6). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

22. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 7) cm și BC = (3x − 5) cm. Cât este MN?

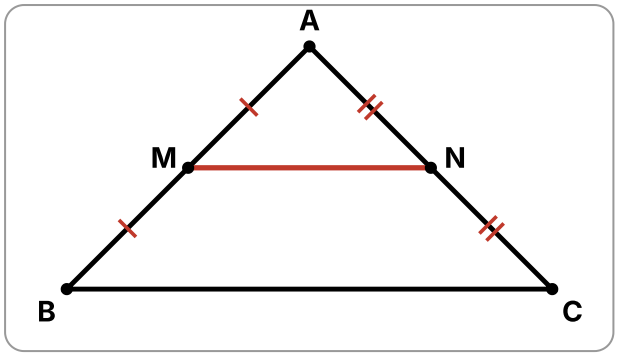


23. Triunghiul ABC are vârfurile A(−5, 6), B(−5, 6), C(1, −3). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

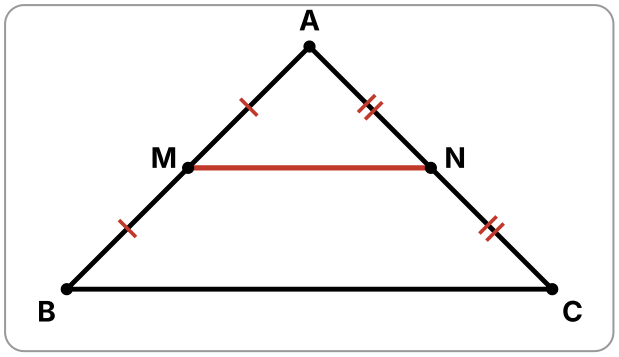
24. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 5) cm și BC = (3x − 5) cm. Cât este MN?



25. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 8) cm și BC = (3x − 2) cm. Cât este MN?



26. Aria triunghiului ABC este 156 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?

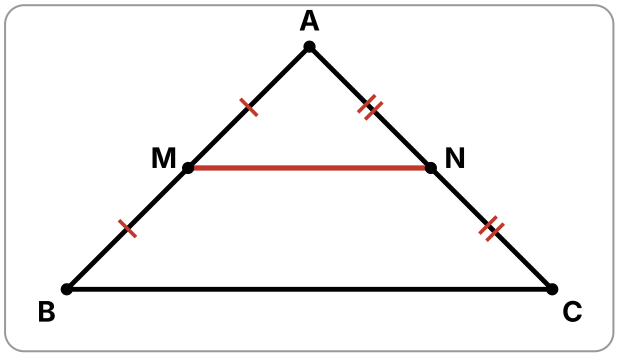


27. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 28 cm și 10 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

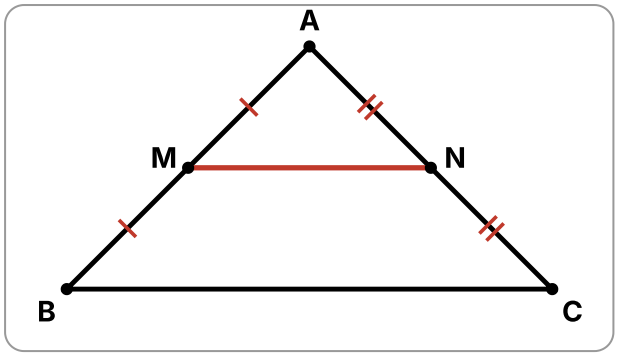
28. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 6 cm și 6 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

29. Triunghiul ABC are vârfurile A(3, 6), B(−5, −6), C(−4, 3). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

30. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 4) cm și BC = (3x − 1) cm. Cât este MN?



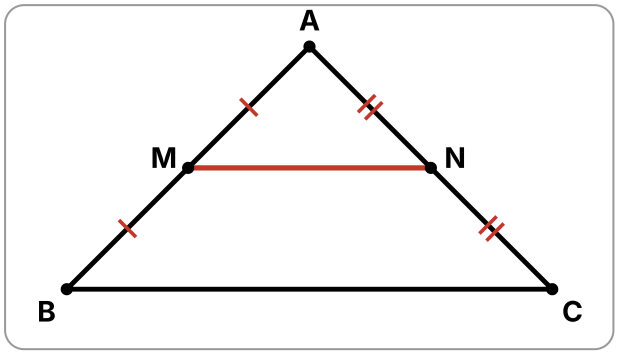
31. Aria triunghiului ABC este 20 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?



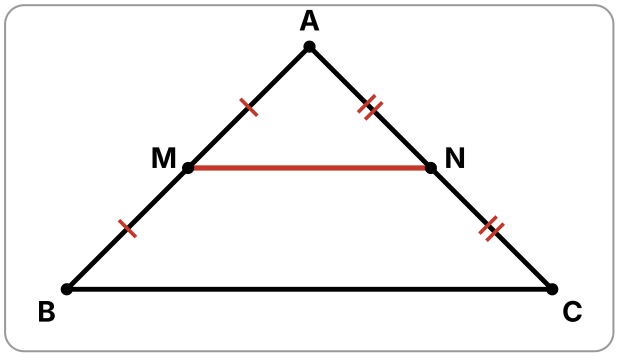
32. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 24 cm și 16 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

33. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 28 cm și 18 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

34. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 6) cm și BC = (3x − 3) cm. Cât este MN?

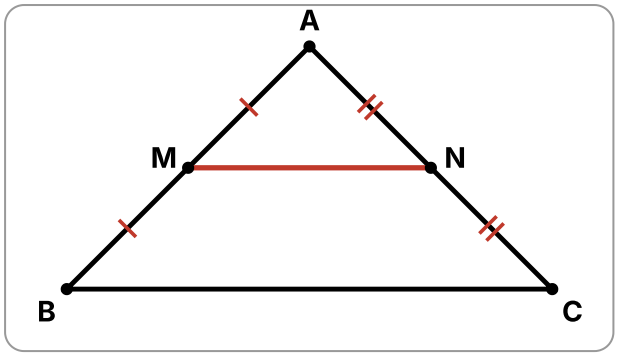


35. Aria triunghiului ABC este 108 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?

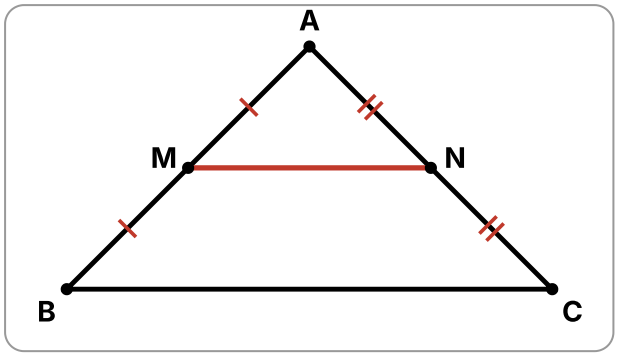


36. Triunghiul ABC are vârfurile A(−3, 4), B(−1, 1), C(−2, −5). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

37. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 2) cm și BC = (3x − 4) cm. Cât este MN?

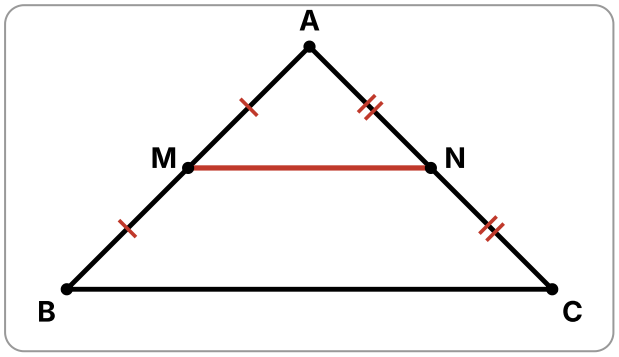


38. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 2) cm și BC = (3x − 5) cm. Cât este MN?



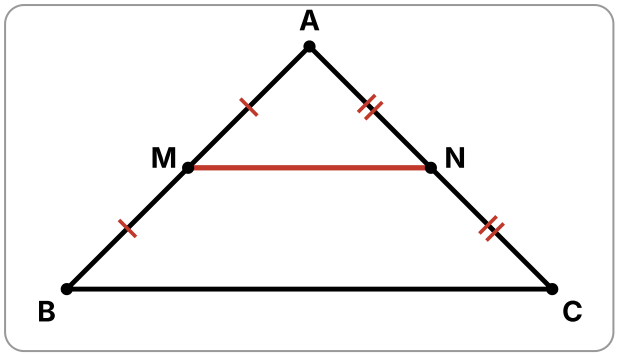
39. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 12 cm și 26 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

40. Aria triunghiului ABC este 88 cm². Linia mijlocie MN (M ∈ AB, N ∈ AC) taie triunghiul AMN. Care este aria lui AMN?

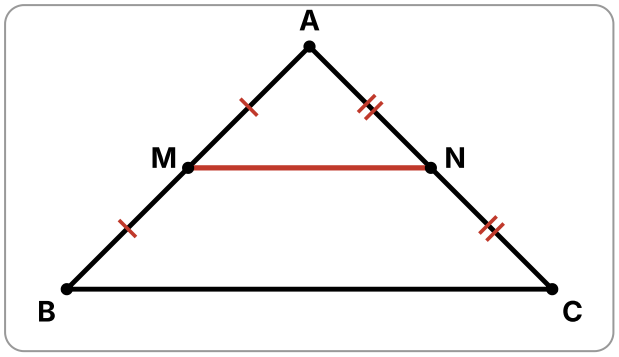


41. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 26 cm și 8 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

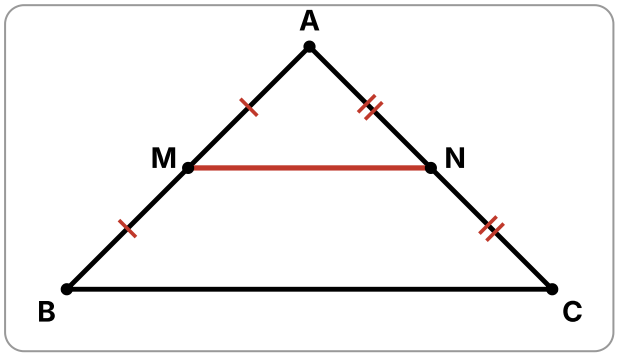
42. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 7) cm și BC = (3x − 1) cm. Cât este MN?



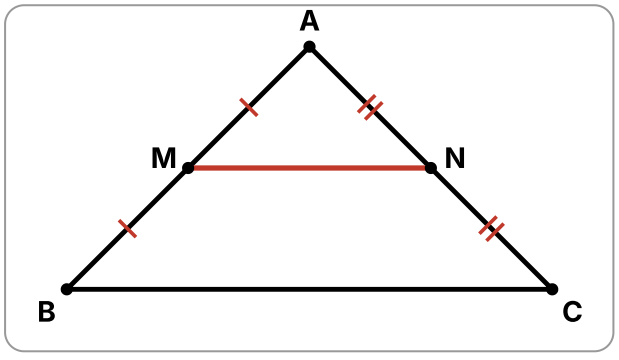
43. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 3) cm și BC = (3x − 6) cm. Cât este MN?



44. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 5) cm și BC = (3x − 1) cm. Cât este MN?

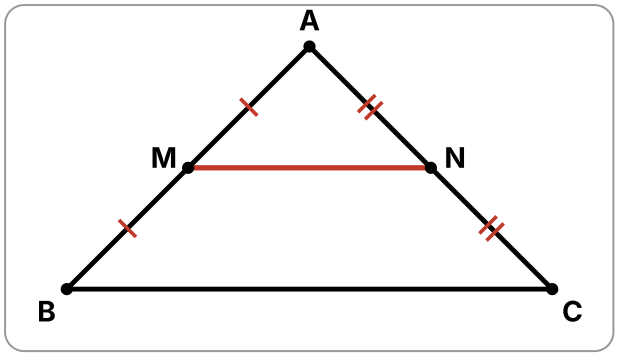


45. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 4) cm și BC = (3x − 6) cm. Cât este MN?

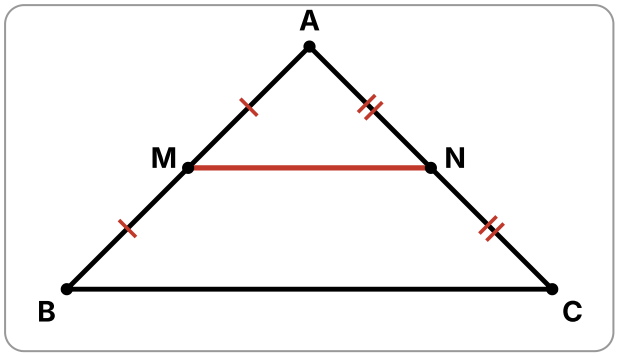


46. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 20 cm și 12 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

47. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 4) cm și BC = (3x − 5) cm. Cât este MN?



48. În triunghiul ABC, MN este linie mijlocie paralelă cu BC, MN = (x + 4) cm și BC = (3x − 4) cm. Cât este MN?



49. În patrulaterul convex ABCD, diagonalele au 26 cm și 20 cm. Mijloacele laturilor sunt vârfurile unui paralelogram. Care este perimetrul lui (în cm)?

50. Triunghiul ABC are vârfurile A(0, 6), B(−4, −5), C(−2, −1). Care sunt coordonatele centrului de greutate?

▼ Arată răspunsurile: nivel dificil

1. **38** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(26/2 + 12/2) = 38 cm.
2. **10** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 1 = 2x + 6 ⇒ x = 7. Atunci MN = 7 + 3 = 10 cm.
3. **5** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 2 = 2x + 2 ⇒ x = 4. Atunci MN = 4 + 1 = 5 cm.
4. **21** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 6 = 2x + 10 ⇒ x = 16. Atunci MN = 16 + 5 = 21 cm.
5. **6** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 24: 6 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)
6. **6** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 3 = 2x + 2 ⇒ x = 5. Atunci MN = 5 + 1 = 6 cm.
7. **22** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 4 = 2x + 12 ⇒ x = 16. Atunci MN = 16 + 6 = 22 cm.

8. **40** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(10/2 + 30/2) = 40 cm.
9. **7** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 4 = 2x + 2 ⇒ x = 6. Atunci MN = 6 + 1 = 7 cm.
10. **(1, 2)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (3 + 5 + (−5))/3 = 1, y = (4 + 4 + (−2))/3 = 2.
11. **29** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 5 = 2x + 16 ⇒ x = 21. Atunci MN = 21 + 8 = 29 cm.
12. **46** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(20/2 + 26/2) = 46 cm.
13. **(−1, 1)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (−5 + 2 + 0)/3 = −1, y = (4 + 4 + (−5))/3 = 1.
14. **30** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 120: 30 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)
15. **26** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 104: 26 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)
16. **15** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 3 = 2x + 8 ⇒ x = 11. Atunci MN = 11 + 4 = 15 cm.
17. **16** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(10/2 + 6/2) = 16 cm.
18. **24** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(6/2 + 18/2) = 24 cm.
19. **31** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 124: 31 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)
20. **20** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 80: 20 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)
21. **(−1, −1)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (−5 + (−2) + 4)/3 = −1, y = (6 + (−3) + (−6))/3 = −1.
22. **26** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 5 = 2x + 14 ⇒ x = 19. Atunci MN = 19 + 7 = 26 cm.
23. **(−3, 3)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (−5 + (−5) + 1)/3 = −3, y = (6 + 6 + (−3))/3 = 3.
24. **20** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 5 = 2x + 10 ⇒ x = 15. Atunci MN = 15 + 5 = 20 cm.
25. **26** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 2 = 2x + 16 ⇒ x = 18. Atunci MN = 18 + 8 = 26 cm.
26. **39** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 156: 39 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)
27. **38** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(28/2 + 10/2) = 38 cm.
28. **12** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(6/2 + 6/2) = 12 cm.

29. **(−2, 1)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (3 + (−5) + (−4))/3 = −2, y = (6 + (−6) + 3)/3 = 1.

30. **13** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 1 = 2x + 8 ⇒ x = 9. Atunci MN = 9 + 4 = 13 cm.

31. **5** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 20: 5 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)

32. **40** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(24/2 + 16/2) = 40 cm.

33. **46** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(28/2 + 18/2) = 46 cm.

34. **21** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 3 = 2x + 12 ⇒ x = 15. Atunci MN = 15 + 6 = 21 cm.

35. **27** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 108: 27 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)

36. **(−2, 0)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (−3 + (−1) + (−2))/3 = −2, y = (4 + 1 + (−5))/3 = 0.

37. **10** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 4 = 2x + 4 ⇒ x = 8. Atunci MN = 8 + 2 = 10 cm.

38. **11** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 5 = 2x + 4 ⇒ x = 9. Atunci MN = 9 + 2 = 11 cm.

39. **38** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(12/2 + 26/2) = 38 cm.

40. **22** — AMN este asemenea cu ABC cu raportul 1/2, deci aria este 1/4 din 88: 22 cm². (Pe scurt: cele patru triunghiuri formate de liniile mijlocii sunt congruente.)

41. **34** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(26/2 + 8/2) = 34 cm.

42. **22** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 1 = 2x + 14 ⇒ x = 15. Atunci MN = 15 + 7 = 22 cm.

43. **15** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 6 = 2x + 6 ⇒ x = 12. Atunci MN = 12 + 3 = 15 cm.

44. **16** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 1 = 2x + 10 ⇒ x = 11. Atunci MN = 11 + 5 = 16 cm.

45. **18** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 6 = 2x + 8 ⇒ x = 14. Atunci MN = 14 + 4 = 18 cm.

46. **32** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(20/2 + 12/2) = 32 cm.

47. **17** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 5 = 2x + 8 ⇒ x = 13. Atunci MN = 13 + 4 = 17 cm.

48. **16** — BC = 2·MN ⇒ 3x − 4 = 2x + 8 ⇒ x = 12. Atunci MN = 12 + 4 = 16 cm.

49. **46** — Fiecare latură a paralelogramului mijloacelor este linie mijlocie într-un triunghi format de o diagonală, deci are jumătate din diagonală. P = 2·(26/2 + 20/2) = 46 cm.

50. **(−2, 0)** — Coordonatele lui G sunt mediile coordonatelor vârfurilor: x = (0 + (−4) + (−2))/3 = −2, y = (6 + (−5) + (−1))/3 = 0.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 7-a