Proprietăți ale divizibilității în N

Reflexivitate, tranzitivitate, divizibilitatea sumei și a diferenței, a | b·c cu (a, b) = 1, aplicații.

Fie a, b, c numere naturale. Se folosesc următoarele proprietăți:

Proprietatea	Scriere	Exemplu
reflexivitate	a | a	7 | 7
tranzitivitate	a | b și b | c ⇒ a | c	3 | 12 și 12 | 60 ⇒ 3 | 60
suma și diferența	a | b și a | c ⇒ a | (b ± c)	5 | 20 și 5 | 15 ⇒ 5 | 35 și 5 | 5
produs	a | b ⇒ a | b · c	4 | 8 ⇒ 4 | 8 · 7
numere prime între ele	a | b · c și (a, b) = 1 ⇒ a | c	9 | 7n ⇒ 9 | n
doi divizori coprimi	a | n, b | n, (a, b) = 1 ⇒ a · b | n	4 | n și 9 | n ⇒ 36 | n

Aplicații

Exemplul 1. Aflăm n ∈ N pentru care (n + 3) | 12. n + 3 este un divizor al lui 12, mai mare sau egal cu 3: 3, 4, 6, 12. Deci n ∈ {0, 1, 3, 9}.

Exemplul 2. Aflăm n ∈ N pentru care (n + 2) | (3n + 10). Scriem 3n + 10 = 3(n + 2) + 4. Cum (n + 2) | 3(n + 2), trebuie ca (n + 2) | 4, deci n + 2 ∈ {2, 4} și n ∈ {0, 2}.

Exemplul 3. Aflăm n pentru care (2n + 1) | 15. Divizorii lui 15 sunt 1, 3, 5, 15 (toți impari), iar 2n + 1 ia valorile 1, 3, 5, 15, deci n ∈ {0, 1, 2, 7}.

Exemplul 4. Suma a trei numere consecutive, n + (n + 1) + (n + 2) = 3(n + 1), se divide cu 3. Produsul n(n + 1) este întotdeauna par, pentru că unul dintre două numere consecutive este par.

Greșeli frecvente

- Se aplică regula „a | b · c ⇒ a | c” fără să se verifice că (a, b) = 1. De exemplu 6 | 4 · 3, dar 6 ∤ 3 și 6 ∤ 4.

- Se uită restricția „mai mare sau egal” când se aleg divizorii din (n + k) | m: n + k ≥ k.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Se știe că 3 | 9 și 9 | 27. Atunci:
   Variante: **A)** 3 | 27 · **B)** 27 | 3 · **C)** 9 | 3 · **D)** 3 + 9 = 27 · **E)** 3 · 9 = 27
2. Se știe că 9 | 45 și 45 | 225. Atunci:
   Variante: **A)** 9 + 45 = 225 · **B)** 45 | 9 · **C)** 225 | 9 · **D)** 9 | 225 · **E)** 9 · 45 = 225
3. Se știe că 6 | 12 și 12 | 36. Atunci:
   Variante: **A)** 6 + 12 = 36 · **B)** 12 | 6 · **C)** 6 · 12 = 36 · **D)** 36 | 6 · **E)** 6 | 36
4. Se știe că 2 | 4 și 4 | 16. Atunci:
   Variante: **A)** 2 + 4 = 16 · **B)** 2 | 16 · **C)** 2 · 4 = 16 · **D)** 16 | 2 · **E)** 4 | 2
5. Se știe că 5 | 15 și 15 | 75. Atunci:
   Variante: **A)** 15 | 5 · **B)** 5 + 15 = 75 · **C)** 5 | 75 · **D)** 75 | 5 · **E)** 5 · 15 = 75
6. Produsul a două numere naturale consecutive, n · (n + 1), este întotdeauna:
   Variante: **A)** prim · **B)** impar · **C)** par · **D)** multiplu de 3 · **E)** multiplu de 5
7. Se știe că 4 | 20 și 20 | 100. Atunci:
   Variante: **A)** 4 + 20 = 100 · **B)** 4 · 20 = 100 · **C)** 20 | 4 · **D)** 4 | 100 · **E)** 100 | 4
8. Se știe că 8 | 48 și 48 | 96. Atunci:
   Variante: **A)** 48 | 8 · **B)** 8 + 48 = 96 · **C)** 8 | 96 · **D)** 8 · 48 = 96 · **E)** 96 | 8
9. Se știe că 4 | 24 și 24 | 96. Atunci:
   Variante: **A)** 24 | 4 · **B)** 4 + 24 = 96 · **C)** 4 | 96 · **D)** 4 · 24 = 96 · **E)** 96 | 4
10. Se știe că 6 | 24 și 24 | 96. Atunci:
    Variante: **A)** 96 | 6 · **B)** 24 | 6 · **C)** 6 | 96 · **D)** 6 · 24 = 96 · **E)** 6 + 24 = 96
11. Se știe că 2 | 12 și 12 | 36. Atunci:
    Variante: **A)** 2 | 36 · **B)** 2 + 12 = 36 · **C)** 12 | 2 · **D)** 2 · 12 = 36 · **E)** 36 | 2
12. Se știe că 6 | 18 și 18 | 72. Atunci:
    Variante: **A)** 18 | 6 · **B)** 6 · 18 = 72 · **C)** 72 | 6 · **D)** 6 + 18 = 72 · **E)** 6 | 72
13. Se știe că 6 | 18 și 18 | 54. Atunci:
    Variante: **A)** 18 | 6 · **B)** 6 · 18 = 54 · **C)** 6 | 54 · **D)** 6 + 18 = 54 · **E)** 54 | 6
14. Se știe că 3 | 12 și 12 | 60. Atunci:
    Variante: **A)** 12 | 3 · **B)** 60 | 3 · **C)** 3 · 12 = 60 · **D)** 3 | 60 · **E)** 3 + 12 = 60
15. Se știe că 7 | 42 și 42 | 168. Atunci:
    Variante: **A)** 7 · 42 = 168 · **B)** 42 | 7 · **C)** 168 | 7 · **D)** 7 + 42 = 168 · **E)** 7 | 168

16. Se știe că $8 \mid 48$ și $48 \mid 240$. Atunci:
Variante: **A)** $8 \cdot 48 = 240$ · **B)** $240 \mid 8$ · **C)** $8 \mid 240$ · **D)** $8 + 48 = 240$ · **E)** $48 \mid 8$

17. Se știe că $6 \mid 30$ și $30 \mid 60$. Atunci:
Variante: **A)** $6 + 30 = 60$ · **B)** $6 \cdot 30 = 60$ · **C)** $6 \mid 60$ · **D)** $60 \mid 6$ · **E)** $30 \mid 6$

18. Se știe că $6 \mid 24$ și $24 \mid 144$. Atunci:
Variante: **A)** $24 \mid 6$ · **B)** $6 \cdot 24 = 144$ · **C)** $144 \mid 6$ · **D)** $6 + 24 = 144$ · **E)** $6 \mid 144$

19. Se știe că $9 \mid 54$ și $54 \mid 216$. Atunci:
Variante: **A)** $9 \mid 216$ · **B)** $9 + 54 = 216$ · **C)** $216 \mid 9$ · **D)** $54 \mid 9$ · **E)** $9 \cdot 54 = 216$

20. Se știe că $8 \mid 48$ și $48 \mid 288$. Atunci:
Variante: **A)** $8 + 48 = 288$ · **B)** $48 \mid 8$ · **C)** $288 \mid 8$ · **D)** $8 \mid 288$ · **E)** $8 \cdot 48 = 288$

21. Se știe că $8 \mid 16$ și $16 \mid 32$. Atunci:
Variante: **A)** $16 \mid 8$ · **B)** $8 + 16 = 32$ · **C)** $8 \mid 32$ · **D)** $8 \cdot 16 = 32$ · **E)** $32 \mid 8$

22. Se știe că $9 \mid 45$ și $45 \mid 180$. Atunci:
Variante: **A)** $9 \mid 180$ · **B)** $180 \mid 9$ · **C)** $9 \cdot 45 = 180$ · **D)** $9 + 45 = 180$ · **E)** $45 \mid 9$

23. Se știe că $2 \mid 12$ și $12 \mid 48$. Atunci:
Variante: **A)** $12 \mid 2$ · **B)** $2 \mid 48$ · **C)** $48 \mid 2$ · **D)** $2 + 12 = 48$ · **E)** $2 \cdot 12 = 48$

24. Se știe că $3 \mid 9$ și $9 \mid 18$. Atunci:
Variante: **A)** $9 \mid 3$ · **B)** $3 \mid 18$ · **C)** $18 \mid 3$ · **D)** $3 + 9 = 18$ · **E)** $3 \cdot 9 = 18$

25. Se știe că $5 \mid 15$ și $15 \mid 90$. Atunci:
Variante: **A)** $5 + 15 = 90$ · **B)** $90 \mid 5$ · **C)** $5 \cdot 15 = 90$ · **D)** $5 \mid 90$ · **E)** $15 \mid 5$

26. Se știe că $3 \mid 15$ și $15 \mid 60$. Atunci:
Variante: **A)** $15 \mid 3$ · **B)** $60 \mid 3$ · **C)** $3 \mid 60$ · **D)** $3 + 15 = 60$ · **E)** $3 \cdot 15 = 60$

27. Se știe că $3 \mid 6$ și $6 \mid 12$. Atunci:
Variante: **A)** $6 \mid 3$ · **B)** $3 \cdot 6 = 12$ · **C)** $12 \mid 3$ · **D)** $3 \mid 12$ · **E)** $3 + 6 = 12$

28. Se știe că $2 \mid 12$ și $12 \mid 60$. Atunci:
Variante: **A)** $12 \mid 2$ · **B)** $2 \cdot 12 = 60$ · **C)** $2 \mid 60$ · **D)** $60 \mid 2$ · **E)** $2 + 12 = 60$

29. Se știe că $8 \mid 40$ și $40 \mid 120$. Atunci:
Variante: **A)** $120 \mid 8$ · **B)** $8 \cdot 40 = 120$ · **C)** $8 \mid 120$ · **D)** $40 \mid 8$ · **E)** $8 + 40 = 120$

30. Se știe că $7 \mid 21$ și $21 \mid 126$. Atunci:
Variante: **A)** $126 \mid 7$ · **B)** $7 + 21 = 126$ · **C)** $7 \cdot 21 = 126$ · **D)** $21 \mid 7$ · **E)** $7 \mid 126$

31. Se știe că $2 \mid 8$ și $8 \mid 24$. Atunci:
Variante: **A)** $2 \mid 24$ · **B)** $8 \mid 2$ · **C)** $24 \mid 2$ · **D)** $2 + 8 = 24$ · **E)** $2 \cdot 8 = 24$

32. Se știe că $5 \mid 25$ și $25 \mid 150$. Atunci:
Variante: **A)** $5 \cdot 25 = 150$ · **B)** $5 + 25 = 150$ · **C)** $5 \mid 150$ · **D)** $150 \mid 5$ · **E)** $25 \mid 5$

33. Se știe că $7 \mid 21$ și $21 \mid 63$. Atunci:
Variante: **A)** $63 \mid 7$ · **B)** $7 \cdot 21 = 63$ · **C)** $7 \mid 63$ · **D)** $7 + 21 = 63$ · **E)** $21 \mid 7$

34. Se știe că $5 \mid 15$ și $15 \mid 60$. Atunci:
Variante: **A)** $5 \mid 60$ · **B)** $15 \mid 5$ · **C)** $5 + 15 = 60$ · **D)** $60 \mid 5$ · **E)** $5 \cdot 15 = 60$

35. Se știe că $3 \mid 12$ și $12 \mid 48$. Atunci:
Variante: **A)** $3 \cdot 12 = 48$ · **B)** $3 + 12 = 48$ · **C)** $12 \mid 3$ · **D)** $48 \mid 3$ · **E)** $3 \mid 48$

36. Se știe că $3 \mid 18$ și $18 \mid 108$. Atunci:
Variante: **A)** $18 \mid 3$ · **B)** $3 + 18 = 108$ · **C)** $3 \cdot 18 = 108$ · **D)** $3 \mid 108$ · **E)** $108 \mid 3$

37. Se știe că $7 \mid 21$ și $21 \mid 105$. Atunci:
Variante: **A)** $7 \cdot 21 = 105$ · **B)** $7 \mid 105$ · **C)** $7 + 21 = 105$ · **D)** $21 \mid 7$ · **E)** $105 \mid 7$

38. Se știe că $9 \mid 18$ și $18 \mid 90$. Atunci:
Variante: **A)** $9 \mid 90$ · **B)** $9 + 18 = 90$ · **C)** $90 \mid 9$ · **D)** $18 \mid 9$ · **E)** $9 \cdot 18 = 90$

39. Se știe că $5 \mid 20$ și $20 \mid 60$. Atunci:
Variante: **A)** $5 \mid 60$ · **B)** $5 \cdot 20 = 60$ · **C)** $60 \mid 5$ · **D)** $5 + 20 = 60$ · **E)** $20 \mid 5$

40. Se știe că $9 \mid 27$ și $27 \mid 108$. Atunci:
Variante: **A)** $9 + 27 = 108$ · **B)** $9 \cdot 27 = 108$ · **C)** $9 \mid 108$ · **D)** $108 \mid 9$ · **E)** $27 \mid 9$

41. Se știe că $9 \mid 27$ și $27 \mid 162$. Atunci:
Variante: **A)** $9 \mid 162$ · **B)** $27 \mid 9$ · **C)** $9 + 27 = 162$ · **D)** $162 \mid 9$ · **E)** $9 \cdot 27 = 162$

42. Se știe că $4 \mid 12$ și $12 \mid 48$. Atunci:
Variante: **A)** $4 \cdot 12 = 48$ · **B)** $12 \mid 4$ · **C)** $4 \mid 48$ · **D)** $48 \mid 4$ · **E)** $4 + 12 = 48$

43. Se știe că $3 \mid 6$ și $6 \mid 30$. Atunci:
Variante: **A)** $6 \mid 3$ · **B)** $30 \mid 3$ · **C)** $3 \mid 30$ · **D)** $3 \cdot 6 = 30$ · **E)** $3 + 6 = 30$

44. Se știe că $4 \mid 24$ și $24 \mid 144$. Atunci:
Variante: **A)** $24 \mid 4$ · **B)** $4 + 24 = 144$ · **C)** $144 \mid 4$ · **D)** $4 \mid 144$ · **E)** $4 \cdot 24 = 144$

45. Se știe că $6 \mid 36$ și $36 \mid 108$. Atunci:
Variante: **A)** $6 \mid 108$ · **B)** $36 \mid 6$ · **C)** $108 \mid 6$ · **D)** $6 + 36 = 108$ · **E)** $6 \cdot 36 = 108$

46. Se știe că $7 \mid 28$ și $28 \mid 84$. Atunci:
Variante: **A)** $84 \mid 7$ · **B)** $7 \mid 84$ · **C)** $28 \mid 7$ · **D)** $7 \cdot 28 = 84$ · **E)** $7 + 28 = 84$

47. Se știe că $2 \mid 10$ și $10 \mid 60$. Atunci:
Variante: **A)** $10 \mid 2$ · **B)** $2 + 10 = 60$ · **C)** $60 \mid 2$ · **D)** $2 \mid 60$ · **E)** $2 \cdot 10 = 60$

48. Se știe că $5 \mid 10$ și $10 \mid 40$. Atunci:
Variante: **A)** $5 \mid 40$ · **B)** $10 \mid 5$ · **C)** $40 \mid 5$ · **D)** $5 \cdot 10 = 40$ · **E)** $5 + 10 = 40$

49. Se știe că $7 \mid 35$ și $35 \mid 105$. Atunci:
Variante: **A)** $7 \mid 105$ · **B)** $35 \mid 7$ · **C)** $105 \mid 7$ · **D)** $7 + 35 = 105$ · **E)** $7 \cdot 35 = 105$

50. Se știe că $3 \mid 9$ și $9 \mid 36$. Atunci:
Variante: **A)** $3 \cdot 9 = 36$ · **B)** $3 \mid 36$ · **C)** $36 \mid 3$ · **D)** $9 \mid 3$ · **E)** $3 + 9 = 36$

▼ Arată răspunsurile: nivel ușor

1. **$3 \mid 27$** — Tranzitivitate: dacă $a \mid b$ și $b \mid c$, atunci $a \mid c$. $27 = 9 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 9$.
2. **$9 \mid 225$** — Tranzitivitate: dacă $a \mid b$ și $b \mid c$, atunci $a \mid c$. $225 = 45 \cdot 5 = 9 \cdot 5 \cdot 5 = 9 \cdot 25$.
3. **$6 \mid 36$** — Tranzitivitate: dacă $a \mid b$ și $b \mid c$, atunci $a \mid c$. $36 = 12 \cdot 3 = 6 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \cdot 6$.

4. **2 | 16** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 16 = 4 · 4 = 2 · 2 · 4 = 2 · 8.
5. **5 | 75** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 75 = 15 · 5 = 5 · 3 · 5 = 5 · 15.
6. **par** — Dintre două numere consecutive, unul este par, deci produsul este par. Pentru n = 3: 3·4 = 12; pentru n = 4: 4·5 = 20 nu este multiplu de 3; deci doar „par" este sigur.
7. **4 | 100** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 100 = 20 · 5 = 4 · 5 · 5 = 4 · 25.
8. **8 | 96** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 96 = 48 · 2 = 8 · 6 · 2 = 8 · 12.
9. **4 | 96** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 96 = 24 · 4 = 4 · 6 · 4 = 4 · 24.
10. **6 | 96** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 96 = 24 · 4 = 6 · 4 · 4 = 6 · 16.
11. **2 | 36** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 36 = 12 · 3 = 2 · 6 · 3 = 2 · 18.
12. **6 | 72** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 72 = 18 · 4 = 6 · 3 · 4 = 6 · 12.
13. **6 | 54** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 54 = 18 · 3 = 6 · 3 · 3 = 6 · 9.
14. **3 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 12 · 5 = 3 · 4 · 5 = 3 · 20.
15. **7 | 168** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 168 = 42 · 4 = 7 · 6 · 4 = 7 · 24.
16. **8 | 240** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 240 = 48 · 5 = 8 · 6 · 5 = 8 · 30.
17. **6 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 30 · 2 = 6 · 5 · 2 = 6 · 10.
18. **6 | 144** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 144 = 24 · 6 = 6 · 4 · 6 = 6 · 24.
19. **9 | 216** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 216 = 54 · 4 = 9 · 6 · 4 = 9 · 24.
20. **8 | 288** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 288 = 48 · 6 = 8 · 6 · 6 = 8 · 36.
21. **8 | 32** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 32 = 16 · 2 = 8 · 2 · 2 = 8 · 4.
22. **9 | 180** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 180 = 45 · 4 = 9 · 5 · 4 = 9 · 20.
23. **2 | 48** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 48 = 12 · 4 = 2 · 6 · 4 = 2 · 24.
24. **3 | 18** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 18 = 9 · 2 = 3 · 3 · 2 = 3 · 6.
25. **5 | 90** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 90 = 15 · 6 = 5 · 3 · 6 = 5 · 18.
26. **3 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 15 · 4 = 3 · 5 · 4 = 3 · 20.
27. **3 | 12** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 12 = 6 · 2 = 3 · 2 · 2 = 3 · 4.
28. **2 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 12 · 5 = 2 · 6 · 5 = 2 · 30.
29. **8 | 120** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 120 = 40 · 3 = 8 · 5 · 3 = 8 · 15.
30. **7 | 126** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 126 = 21 · 6 = 7 · 3 · 6 = 7 · 18.
31. **2 | 24** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 24 = 8 · 3 = 2 · 4 · 3 = 2 · 12.
32. **5 | 150** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 150 = 25 · 6 = 5 · 5 · 6 = 5 · 30.
33. **7 | 63** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 63 = 21 · 3 = 7 · 3 · 3 = 7 · 9.
34. **5 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 15 · 4 = 5 · 3 · 4 = 5 · 12.
35. **3 | 48** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 48 = 12 · 4 = 3 · 4 · 4 = 3 · 16.

36. **3 | 108** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 108 = 18 · 6 = 3 · 6 · 6 = 3 · 36.
37. **7 | 105** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 105 = 21 · 5 = 7 · 3 · 5 = 7 · 15.
38. **9 | 90** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 90 = 18 · 5 = 9 · 2 · 5 = 9 · 10.
39. **5 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 20 · 3 = 5 · 4 · 3 = 5 · 12.
40. **9 | 108** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 108 = 27 · 4 = 9 · 3 · 4 = 9 · 12.
41. **9 | 162** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 162 = 27 · 6 = 9 · 3 · 6 = 9 · 18.
42. **4 | 48** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 48 = 12 · 4 = 4 · 3 · 4 = 4 · 12.
43. **3 | 30** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 30 = 6 · 5 = 3 · 2 · 5 = 3 · 10.
44. **4 | 144** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 144 = 24 · 6 = 4 · 6 · 6 = 4 · 36.
45. **6 | 108** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 108 = 36 · 3 = 6 · 6 · 3 = 6 · 18.
46. **7 | 84** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 84 = 28 · 3 = 7 · 4 · 3 = 7 · 12.
47. **2 | 60** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 60 = 10 · 6 = 2 · 5 · 6 = 2 · 30.
48. **5 | 40** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 40 = 10 · 4 = 5 · 2 · 4 = 5 · 8.
49. **7 | 105** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 105 = 35 · 3 = 7 · 5 · 3 = 7 · 15.
50. **3 | 36** — Tranzitivitate: dacă a | b și b | c, atunci a | c. 36 = 9 · 4 = 3 · 3 · 4 = 3 · 12.

Nivel mediu (50 de exerciții)

1. Se știe că 10 | 70 și 10 | 60. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
   Variante: **A)** 135 · **B)** 130 · **C)** 134 · **D)** 138 · **E)** 132
2. Se știe că 5 | 20 și 5 | 15. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 5?
   Variante: **A)** 39 · **B)** 38 · **C)** 35 · **D)** 37 · **E)** 36
3. Se știe că 10 | 120 și 10 | 50. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
   Variante: **A)** 75 · **B)** 70 · **C)** 72 · **D)** 71 · **E)** 78
4. Se știe că 10 | 40 și 10 | 90. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
   Variante: **A)** 130 · **B)** 138 · **C)** 136 · **D)** 137 · **E)** 132
5. Dacă 14 | n, atunci n se divide sigur și cu:
   Variante: **A)** 49 · **B)** 2 · **C)** 25 · **D)** 16 · **E)** 44
6. Se știe că 7 | 14 și 7 | 49. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
   Variante: **A)** 63 · **B)** 65 · **C)** 64 · **D)** 66 · **E)** 69
7. Se știe că 11 | 121 și 11 | 22. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 11?
   Variante: **A)** 105 · **B)** 106 · **C)** 99 · **D)** 101 · **E)** 100
8. Se știe că 4 | 28 și 4 | 16. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 4?
   Variante: **A)** 14 · **B)** 15 · **C)** 17 · **D)** 13 · **E)** 12
9. Dacă 6 | n, atunci n se divide sigur și cu:
   Variante: **A)** 17 · **B)** 27 · **C)** 40 · **D)** 28 · **E)** 2

10. Se știe că 6 | 48 și 6 | 42. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 6?
    Variante: **A)** 92 · **B)** 91 · **C)** 90 · **D)** 95 · **E)** 94

11. Dacă 18 | n, atunci n se divide sigur și cu:
    Variante: **A)** 3 · **B)** 40 · **C)** 45 · **D)** 7 · **E)** 39

12. Suma a 3 numere naturale consecutive se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 4 · **B)** 5 · **C)** 7 · **D)** 3 · **E)** 9

13. Se știe că 7 | 63 și 7 | 63. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
    Variante: **A)** 132 · **B)** 127 · **C)** 126 · **D)** 130 · **E)** 129

14. Se știe că 6 | 24 și 6 | 48. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 6?
    Variante: **A)** 74 · **B)** 72 · **C)** 75 · **D)** 77 · **E)** 76

15. Se știe că 10 | 110 și 10 | 30. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
    Variante: **A)** 88 · **B)** 82 · **C)** 80 · **D)** 83 · **E)** 84

16. Suma a 5 numere naturale consecutive se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 25 · **B)** 6 · **C)** 7 · **D)** 11 · **E)** 5

17. Dacă 20 | n, atunci n se divide sigur și cu:
    Variante: **A)** 11 · **B)** 2 · **C)** 43 · **D)** 13 · **E)** 30

18. Dacă 21 | n, atunci n se divide sigur și cu:
    Variante: **A)** 3 · **B)** 4 · **C)** 10 · **D)** 27 · **E)** 39

19. Se știe că 4 | 48 și 4 | 20. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 4?
    Variante: **A)** 31 · **B)** 33 · **C)** 28 · **D)** 29 · **E)** 30

20. Dacă 24 | n, atunci n se divide sigur și cu:
    Variante: **A)** 44 · **B)** 5 · **C)** 3 · **D)** 36 · **E)** 10

21. Se știe că 11 | 110 și 11 | 33. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 11?
    Variante: **A)** 84 · **B)** 81 · **C)** 79 · **D)** 77 · **E)** 87

22. Se știe că 3 | 27 și 3 | 6. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 3?
    Variante: **A)** 34 · **B)** 41 · **C)** 35 · **D)** 33 · **E)** 40

23. Se știe că 10 | 100 și 10 | 20. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
    Variante: **A)** 80 · **B)** 82 · **C)** 88 · **D)** 89 · **E)** 81

24. Se știe că 9 | 63 și 9 | 45. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 9?
    Variante: **A)** 18 · **B)** 21 · **C)** 19 · **D)** 24 · **E)** 22

25. Se știe că 6 | 72 și 6 | 18. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 6?
    Variante: **A)** 57 · **B)** 58 · **C)** 54 · **D)** 55 · **E)** 56

26. Se știe că 8 | 24 și 8 | 16. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 8?
    Variante: **A)** 40 · **B)** 43 · **C)** 44 · **D)** 47 · **E)** 42

27. Se știe că 4 | 36 și 4 | 12. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 4?
    Variante: **A)** 29 · **B)** 27 · **C)** 25 · **D)** 26 · **E)** 24

28. Se știe că 3 | 15 și 3 | 12. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 3?
    Variante: **A)** 35 · **B)** 27 · **C)** 34 · **D)** 28 · **E)** 29

29. Se știe că 4 | 36 și 4 | 8. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 4?
Variante: **A)** 30 · **B)** 29 · **C)** 33 · **D)** 31 · **E)** 28

30. Se știe că 3 | 12 și 3 | 21. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 3?
Variante: **A)** 34 · **B)** 41 · **C)** 40 · **D)** 35 · **E)** 33

31. Se știe că 7 | 35 și 7 | 35. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
Variante: **A)** 74 · **B)** 73 · **C)** 70 · **D)** 75 · **E)** 72

32. Se știe că 9 | 27 și 9 | 18. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 9?
Variante: **A)** 49 · **B)** 52 · **C)** 50 · **D)** 48 · **E)** 45

33. Se știe că 7 | 56 și 7 | 21. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
Variante: **A)** 35 · **B)** 41 · **C)** 40 · **D)** 37 · **E)** 38

34. Se știe că 9 | 108 și 9 | 27. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 9?
Variante: **A)** 87 · **B)** 81 · **C)** 83 · **D)** 86 · **E)** 85

35. Dacă 30 | n, atunci n se divide sigur și cu:
Variante: **A)** 34 · **B)** 24 · **C)** 9 · **D)** 49 · **E)** 10

36. Se știe că 11 | 110 și 11 | 55. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 11?
Variante: **A)** 55 · **B)** 64 · **C)** 57 · **D)** 63 · **E)** 61

37. Se știe că 10 | 70 și 10 | 50. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
Variante: **A)** 21 · **B)** 23 · **C)** 27 · **D)** 20 · **E)** 28

38. Se știe că 9 | 36 și 9 | 81. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 9?
Variante: **A)** 123 · **B)** 121 · **C)** 117 · **D)** 118 · **E)** 125

39. Se știe că 5 | 25 și 5 | 25. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 5?
Variante: **A)** 53 · **B)** 50 · **C)** 52 · **D)** 51 · **E)** 54

40. Se știe că 7 | 84 și 7 | 21. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
Variante: **A)** 66 · **B)** 68 · **C)** 63 · **D)** 64 · **E)** 67

41. Se știe că 10 | 60 și 10 | 30. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
Variante: **A)** 90 · **B)** 96 · **C)** 93 · **D)** 95 · **E)** 91

42. Se știe că 3 | 21 și 3 | 6. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 3?
Variante: **A)** 27 · **B)** 28 · **C)** 35 · **D)** 29 · **E)** 34

43. Se știe că 7 | 42 și 7 | 28. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
Variante: **A)** 17 · **B)** 19 · **C)** 18 · **D)** 16 · **E)** 14

44. Se știe că 5 | 30 și 5 | 20. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 5?
Variante: **A)** 50 · **B)** 51 · **C)** 54 · **D)** 52 · **E)** 53

45. Se știe că 8 | 16 și 8 | 48. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 8?
Variante: **A)** 71 · **B)** 69 · **C)** 64 · **D)** 66 · **E)** 65

46. Se știe că 5 | 45 și 5 | 15. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 5?
Variante: **A)** 31 · **B)** 30 · **C)** 32 · **D)** 34 · **E)** 33

47. Se știe că 12 | 96 și 12 | 24. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 12?
Variante: **A)** 123 · **B)** 131 · **C)** 130 · **D)** 120 · **E)** 128

48. Se știe că 8 | 48 și 8 | 32. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 8?
Variante: **A)** 18 · **B)** 19 · **C)** 22 · **D)** 16 · **E)** 21

49. Se știe că 10 | 80 și 10 | 80. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 10?
Variante: **A)** 164 · **B)** 169 · **C)** 160 · **D)** 168 · **E)** 161

50. Se știe că 7 | 63 și 7 | 56. Care dintre numerele următoare se divide sigur cu 7?
Variante: **A)** 125 · **B)** 121 · **C)** 124 · **D)** 119 · **E)** 122

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **130** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 70 + 60 = 130 se divide cu 10.
2. **35** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 20 + 15 = 35 se divide cu 5.
3. **70** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 120 − 50 = 70 = 10 · 7.
4. **130** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 40 + 90 = 130 se divide cu 10.
5. **2** — 2 | 14 și 14 | n, deci, prin tranzitivitate, 2 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
6. **63** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 14 + 49 = 63 se divide cu 7.
7. **99** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 121 − 22 = 99 = 11 · 9.
8. **12** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 28 − 16 = 12 = 4 · 3.
9. **2** — 2 | 6 și 6 | n, deci, prin tranzitivitate, 2 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
10. **90** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 48 + 42 = 90 se divide cu 6.
11. **3** — 3 | 18 și 18 | n, deci, prin tranzitivitate, 3 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
12. **3** — Fie n, n+1, ..., n+2. Suma lor este 3n + 3 = 3(n + 1), deci se divide cu 3.
13. **126** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 63 + 63 = 126 se divide cu 7.
14. **72** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 24 + 48 = 72 se divide cu 6.
15. **80** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 110 − 30 = 80 = 10 · 8.
16. **5** — Fie n, n+1, ..., n+4. Suma lor este 5n + 10 = 5(n + 2), deci se divide cu 5.
17. **2** — 2 | 20 și 20 | n, deci, prin tranzitivitate, 2 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
18. **3** — 3 | 21 și 21 | n, deci, prin tranzitivitate, 3 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
19. **28** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 48 − 20 = 28 = 4 · 7.
20. **3** — 3 | 24 și 24 | n, deci, prin tranzitivitate, 3 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
21. **77** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 110 − 33 = 77 = 11 · 7.

22. **33** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 27 + 6 = 33 se divide cu 3.
23. **80** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 100 − 20 = 80 = 10 · 8.
24. **18** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 63 − 45 = 18 = 9 · 2.
25. **54** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 72 − 18 = 54 = 6 · 9.
26. **40** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 24 + 16 = 40 se divide cu 8.
27. **24** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 36 − 12 = 24 = 4 · 6.
28. **27** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 15 + 12 = 27 se divide cu 3.
29. **28** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 36 − 8 = 28 = 4 · 7.
30. **33** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 12 + 21 = 33 se divide cu 3.
31. **70** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 35 + 35 = 70 se divide cu 7.
32. **45** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 27 + 18 = 45 se divide cu 9.
33. **35** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 56 − 21 = 35 = 7 · 5.
34. **81** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 108 − 27 = 81 = 9 · 9.
35. **10** — 10 | 30 și 30 | n, deci, prin tranzitivitate, 10 | n. Pentru celelalte numere nu avem această garanție.
36. **55** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 110 − 55 = 55 = 11 · 5.
37. **20** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 70 − 50 = 20 = 10 · 2.
38. **117** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 36 + 81 = 117 se divide cu 9.
39. **50** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 25 + 25 = 50 se divide cu 5.
40. **63** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 84 − 21 = 63 = 7 · 9.
41. **90** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 60 + 30 = 90 se divide cu 10.
42. **27** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 21 + 6 = 27 se divide cu 3.
43. **14** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 42 − 28 = 14 = 7 · 2.
44. **50** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 30 + 20 = 50 se divide cu 5.
45. **64** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 16 + 48 = 64 se divide cu 8.
46. **30** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 45 − 15 = 30 = 5 · 6.
47. **120** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 96 + 24 = 120 se divide cu 12.
48. **16** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b − c). Aici 48 − 32 = 16 = 8 · 2.
49. **160** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 80 + 80 = 160 se divide cu 10.
50. **119** — Dacă a | b și a | c, atunci a | (b + c). Aici 63 + 56 = 119 se divide cu 7.

Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Câte numere naturale n verifică relația (2n + 1) | 105?

2. Dacă 3 | 7·n și numerele 3 și 7 sunt prime între ele, atunci:
   Variante: **A)** 3·7 | n · **B)** n = 3 · **C)** 3 | 7 · **D)** 3 | n · **E)** 7 | n
3. Dacă 7 | 4·n și numerele 7 și 4 sunt prime între ele, atunci:
   Variante: **A)** 4 | n · **B)** 7·4 | n · **C)** 7 | n · **D)** n = 7 · **E)** 7 | 4
4. Dacă 9 | 7·n și numerele 9 și 7 sunt prime între ele, atunci:
   Variante: **A)** 9 | 7 · **B)** 9 | n · **C)** n = 9 · **D)** 7 | n · **E)** 9·7 | n
5. Câte numere naturale n verifică relația (n + 4) | 36?
6. Câte numere naturale n verifică relația (n + 2) | 36?
7. Câte numere naturale n verifică relația (2n + 1) | 135?
8. Dacă 9 | n, 4 | n și numerele 9 și 4 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
   Variante: **A)** 35 · **B)** 37 · **C)** 106 · **D)** 73 · **E)** 36
9. Dacă 6 | n și 10 | n, atunci n se divide sigur cu:
   Variante: **A)** 31 · **B)** 29 · **C)** 61 · **D)** 30 · **E)** 91
10. Dacă 7 | n, 9 | n și numerele 7 și 9 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 62 · **B)** 127 · **C)** 64 · **D)** 63 · **E)** 187
11. Dacă 2 | n, 3 | n și numerele 2 și 3 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 7 · **B)** 5 · **C)** 6 · **D)** 13 · **E)** 16
12. Care este suma tuturor numerelor naturale n pentru care (n + 3) | 40?
13. Care este suma tuturor numerelor naturale n pentru care (n + 4) | 18?
14. Câte numere naturale n verifică (n + 4) | (3n + 20)?
15. Câte numere naturale n verifică relația (n + 2) | 60?
16. Câte numere naturale n verifică (n + 4) | (2n + 16)?
17. Dacă 7 | n, 5 | n și numerele 7 și 5 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 103 · **B)** 71 · **C)** 34 · **D)** 36 · **E)** 35
18. Dacă 9 | n, 5 | n și numerele 9 și 5 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 45 · **B)** 91 · **C)** 133 · **D)** 46 · **E)** 44
19. Dacă 7 | 5·n și numerele 7 și 5 sunt prime între ele, atunci:
    Variante: **A)** 7·5 | n · **B)** n = 7 · **C)** 7 | 5 · **D)** 5 | n · **E)** 7 | n
20. Câte numere naturale n verifică (n + 3) | (4n + 18)?
21. Dacă 6 | n și 9 | n, atunci n se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 17 · **B)** 18 · **C)** 55 · **D)** 19 · **E)** 37
22. Câte numere naturale n verifică relația (n + 5) | 12?
23. Câte numere naturale n verifică relația (n + 5) | 18?
24. Care este suma tuturor numerelor naturale n pentru care (n + 4) | 30?
25. Dacă 2 | n, 7 | n și numerele 2 și 7 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
    Variante: **A)** 29 · **B)** 13 · **C)** 40 · **D)** 14 · **E)** 15

26. Câte numere naturale n verifică relația (n + 4) | 20?

27. Dacă 5 | n, 6 | n și numerele 5 și 6 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
Variante: **A)** 61 · **B)** 30 · **C)** 29 · **D)** 88 · **E)** 31

28. Dacă 3 | n, 4 | n și numerele 3 și 4 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
Variante: **A)** 12 · **B)** 11 · **C)** 34 · **D)** 13 · **E)** 25

29. Câte numere naturale n verifică relația (2n + 1) | 35?

30. Câte numere naturale n verifică relația (2n + 1) | 63?

31. Câte numere naturale n verifică relația (n + 4) | 40?

32. Care este suma tuturor numerelor naturale n pentru care (n + 3) | 60?

33. Dacă 7 | n, 2 | n și numerele 7 și 2 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
Variante: **A)** 13 · **B)** 14 · **C)** 15 · **D)** 40 · **E)** 29

34. Câte numere naturale n verifică relația (n + 5) | 36?

35. Câte numere naturale n verifică (n + 1) | (4n + 12)?

36. Care este suma tuturor numerelor naturale n pentru care (n + 3) | 48?

37. Câte numere naturale n verifică relația (n + 2) | 20?

38. Dacă 9 | n și 15 | n, atunci n se divide sigur cu:
Variante: **A)** 91 · **B)** 136 · **C)** 44 · **D)** 45 · **E)** 46

39. Dacă 12 | n și 18 | n, atunci n se divide sigur cu:
Variante: **A)** 109 · **B)** 73 · **C)** 37 · **D)** 35 · **E)** 36

40. Câte numere naturale n verifică (n + 1) | (2n + 11)?

41. Dacă 2 | 3·n și numerele 2 și 3 sunt prime între ele, atunci:
Variante: **A)** 2 | n · **B)** 2 | 3 · **C)** 2·3 | n · **D)** n = 2 · **E)** 3 | n

42. Care este suma tuturor numerelor naturale n pentru care (n + 2) | 48?

43. Dacă 4 | n, 7 | n și numerele 4 și 7 sunt prime între ele, atunci n se divide sigur cu:
Variante: **A)** 57 · **B)** 27 · **C)** 82 · **D)** 28 · **E)** 29

44. Dacă 7 | 8·n și numerele 7 și 8 sunt prime între ele, atunci:
Variante: **A)** 8 | n · **B)** 7 | 8 · **C)** 7 | n · **D)** n = 7 · **E)** 7·8 | n

45. Câte numere naturale n verifică relația (n + 2) | 48?

46. Câte numere naturale n verifică (n + 4) | (2n + 12)?

47. Câte numere naturale n verifică relația (2n + 1) | 27?

48. Dacă 7 | 2·n și numerele 7 și 2 sunt prime între ele, atunci:
Variante: **A)** 7·2 | n · **B)** 7 | n · **C)** 7 | 2 · **D)** 2 | n · **E)** n = 7

49. Câte numere naturale n verifică relația (n + 2) | 18?

50. Câte numere naturale n verifică relația (n + 3) | 12?

▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **8** — 105 este impar, deci toți divizorii lui sunt impari: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105. Din 2n + 1 = d obținem n = (d − 1) : 2: {0, 1, 2, 3, 7, 10, 17, 52}. Sunt 8 valori.
2. **3 | n** — Dacă a | b·n și (a, b) = 1, atunci a | n. Aici 3 | 7·n și (a, b) = 1, deci 3 | n.
3. **7 | n** — Dacă a | b·n și (a, b) = 1, atunci a | n. Aici 7 | 4·n și (a, b) = 1, deci 7 | n.
4. **9 | n** — Dacă a | b·n și (a, b) = 1, atunci a | n. Aici 9 | 7·n și (a, b) = 1, deci 9 | n.
5. **6** — n + 4 este un divizor al lui 36, mai mare sau egal cu 4: 4, 6, 9, 12, 18, 36. Rezultă n ∈ {0, 2, 5, 8, 14, 32}: 6 valori.
6. **8** — n + 2 este un divizor al lui 36, mai mare sau egal cu 2: 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Rezultă n ∈ {0, 1, 2, 4, 7, 10, 16, 34}: 8 valori.
7. **8** — 135 este impar, deci toți divizorii lui sunt impari: 1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 135. Din 2n + 1 = d obținem n = (d − 1) : 2: {0, 1, 2, 4, 7, 13, 22, 67}. Sunt 8 valori.
8. **36** — Dacă a | n, b | n și (a, b) = 1, atunci a · b | n. Aici 9 · 4 = 36.
9. **30** — n este multiplu comun al lui 6 și 10, deci se divide cu cmmmc(6, 10) = 30.
10. **63** — Dacă a | n, b | n și (a, b) = 1, atunci a · b | n. Aici 7 · 9 = 63.
11. **6** — Dacă a | n, b | n și (a, b) = 1, atunci a · b | n. Aici 2 · 3 = 6.
12. **69** — n + 3 ∈ {4, 5, 8, 10, 20, 40}, deci n ∈ {1, 2, 5, 7, 17, 37}. Suma este 69.
13. **21** — n + 4 ∈ {6, 9, 18}, deci n ∈ {2, 5, 14}. Suma este 21.
14. **2** — 3n + 20 = 3(n + 4) + 8. Cum (n + 4) | 3(n + 4), trebuie ca (n + 4) | 8. Divizorii lui 8 mai mari sau egali cu 4: 4, 8, deci n ∈ {0, 4}: 2 valori.
15. **11** — n + 2 este un divizor al lui 60, mai mare sau egal cu 2: 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Rezultă n ∈ {0, 1, 2, 3, 4, 8, 10, 13, 18, 28, 58}: 11 valori.
16. **2** — 2n + 16 = 2(n + 4) + 8. Cum (n + 4) | 2(n + 4), trebuie ca (n + 4) | 8. Divizorii lui 8 mai mari sau egali cu 4: 4, 8, deci n ∈ {0, 4}: 2 valori.
17. **35** — Dacă a | n, b | n și (a, b) = 1, atunci a · b | n. Aici 7 · 5 = 35.
18. **45** — Dacă a | n, b | n și (a, b) = 1, atunci a · b | n. Aici 9 · 5 = 45.
19. **7 | n** — Dacă a | b·n și (a, b) = 1, atunci a | n. Aici 7 | 5·n și (a, b) = 1, deci 7 | n.
20. **2** — 4n + 18 = 4(n + 3) + 6. Cum (n + 3) | 4(n + 3), trebuie ca (n + 3) | 6. Divizorii lui 6 mai mari sau egali cu 3: 3, 6, deci n ∈ {0, 3}: 2 valori.
21. **18** — n este multiplu comun al lui 6 și 9, deci se divide cu cmmmc(6, 9) = 18.
22. **2** — n + 5 este un divizor al lui 12, mai mare sau egal cu 5: 6, 12. Rezultă n ∈ {1, 7}: 2 valori.
23. **3** — n + 5 este un divizor al lui 18, mai mare sau egal cu 5: 6, 9, 18. Rezultă n ∈ {1, 4, 13}: 3 valori.
24. **46** — n + 4 ∈ {5, 6, 10, 15, 30}, deci n ∈ {1, 2, 6, 11, 26}. Suma este 46.
25. **14** — Dacă a | n, b | n și (a, b) = 1, atunci a · b | n. Aici 2 · 7 = 14.

26. **4** — $n + 4$ este un divizor al lui 20, mai mare sau egal cu 4: 4, 5, 10, 20. Rezultă $n \in \{0, 1, 6, 16\}$: 4 valori.

27. **30** — Dacă $a \mid n$, $b \mid n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \cdot b \mid n$. Aici $5 \cdot 6 = 30$.

28. **12** — Dacă $a \mid n$, $b \mid n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \cdot b \mid n$. Aici $3 \cdot 4 = 12$.

29. **4** — 35 este impar, deci toți divizorii lui sunt impari: 1, 5, 7, 35. Din $2n + 1 = d$ obținem $n = (d - 1) : 2$: $\{0, 2, 3, 17\}$. Sunt 4 valori.

30. **6** — 63 este impar, deci toți divizorii lui sunt impari: 1, 3, 7, 9, 21, 63. Din $2n + 1 = d$ obținem $n = (d - 1) : 2$: $\{0, 1, 3, 4, 10, 31\}$. Sunt 6 valori.

31. **6** — $n + 4$ este un divizor al lui 40, mai mare sau egal cu 4: 4, 5, 8, 10, 20, 40. Rezultă $n \in \{0, 1, 4, 6, 16, 36\}$: 6 valori.

32. **135** — $n + 3 \in \{3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$, deci $n \in \{0, 1, 2, 3, 7, 9, 12, 17, 27, 57\}$. Suma este 135.

33. **14** — Dacă $a \mid n$, $b \mid n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \cdot b \mid n$. Aici $7 \cdot 2 = 14$.

34. **5** — $n + 5$ este un divizor al lui 36, mai mare sau egal cu 5: 6, 9, 12, 18, 36. Rezultă $n \in \{1, 4, 7, 13, 31\}$: 5 valori.

35. **4** — $4n + 12 = 4(n + 1) + 8$. Cum $(n + 1) \mid 4(n + 1)$, trebuie ca $(n + 1) \mid 8$. Divizorii lui 8 mai mari sau egali cu 1: 1, 2, 4, 8, deci $n \in \{0, 1, 3, 7\}$: 4 valori.

36. **97** — $n + 3 \in \{3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$, deci $n \in \{0, 1, 3, 5, 9, 13, 21, 45\}$. Suma este 97.

37. **5** — $n + 2$ este un divizor al lui 20, mai mare sau egal cu 2: 2, 4, 5, 10, 20. Rezultă $n \in \{0, 2, 3, 8, 18\}$: 5 valori.

38. **45** — n este multiplu comun al lui 9 și 15, deci se divide cu cmmmc(9, 15) = 45.

39. **36** — n este multiplu comun al lui 12 și 18, deci se divide cu cmmmc(12, 18) = 36.

40. **3** — $2n + 11 = 2(n + 1) + 9$. Cum $(n + 1) \mid 2(n + 1)$, trebuie ca $(n + 1) \mid 9$. Divizorii lui 9 mai mari sau egali cu 1: 1, 3, 9, deci $n \in \{0, 2, 8\}$: 3 valori.

41. **$2 \mid n$** — Dacă $a \mid b \cdot n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid n$. Aici $2 \mid 3 \cdot n$ și $(a, b) = 1$, deci $2 \mid n$.

42. **105** — $n + 2 \in \{2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$, deci $n \in \{0, 1, 2, 4, 6, 10, 14, 22, 46\}$. Suma este 105.

43. **28** — Dacă $a \mid n$, $b \mid n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \cdot b \mid n$. Aici $4 \cdot 7 = 28$.

44. **$7 \mid n$** — Dacă $a \mid b \cdot n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid n$. Aici $7 \mid 8 \cdot n$ și $(a, b) = 1$, deci $7 \mid n$.

45. **9** — $n + 2$ este un divizor al lui 48, mai mare sau egal cu 2: 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. Rezultă $n \in \{0, 1, 2, 4, 6, 10, 14, 22, 46\}$: 9 valori.

46. **1** — $2n + 12 = 2(n + 4) + 4$. Cum $(n + 4) \mid 2(n + 4)$, trebuie ca $(n + 4) \mid 4$. Divizorii lui 4 mai mari sau egali cu 4: 4, deci $n \in \{0\}$: 1 valori.

47. **4** — 27 este impar, deci toți divizorii lui sunt impari: 1, 3, 9, 27. Din $2n + 1 = d$ obținem $n = (d - 1) : 2$: $\{0, 1, 4, 13\}$. Sunt 4 valori.

48. **$7 \mid n$** — Dacă $a \mid b \cdot n$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid n$. Aici $7 \mid 2 \cdot n$ și $(a, b) = 1$, deci $7 \mid n$.

49. **5** — n + 2 este un divizor al lui 18, mai mare sau egal cu 2: 2, 3, 6, 9, 18. Rezultă n ∈ {0, 1, 4, 7, 16}: 5 valori.
50. **4** — n + 3 este un divizor al lui 12, mai mare sau egal cu 3: 3, 4, 6, 12. Rezultă n ∈ {0, 1, 3, 9}: 4 valori.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 6-a