Aplicații: operații cu mulțimi

Probleme cu mulțimi: formula cardinalului reuniunii, diagrame Venn, probleme cu divizori și multipli.

Multe probleme de numărare se rezolvă cu diagrame Venn. Cheia este să nu numărăm de două ori elementele comune.

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$$

$$\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B)$$

$$\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(A \cap C) - \text{card}(B \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$$

Cum rezolvăm

1. Notăm mulțimile (de exemplu A = elevii care practică fotbal, B = elevii care practică baschet).
2. Începem completarea diagramei de la zona comună.
3. Din fiecare mulțime scădem zona comună pentru a afla „doar A", „doar B".
4. Verificăm totalul.

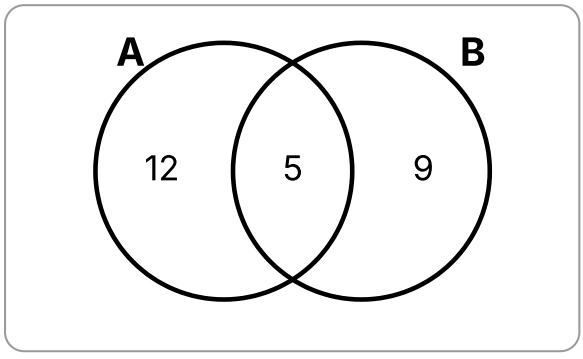


Diagrama arată: doar fotbal 12, ambele 5, doar baschet 9.

Exemplul 1. În clasă, 17 elevi practică fotbal, 14 practică baschet, iar 5 practică ambele sporturi. Practică cel puțin un sport $17 + 14 - 5 = 26$ elevi. Doar fotbal: $17 - 5 = 12$; doar baschet: $14 - 5 = 9$.

Exemplul 2. Într-o clasă de 30 de elevi, 18 practică înot și 15 practică șah, iar fiecare elev practică cel puțin una dintre cele două activități. Atunci $18 + 15 - 30 = 3$ elevi practică

ambele.

Exemplul 3. Câte numere de la 1 la 60 se divid cu 4 sau cu 6? Cu 4: 15 numere; cu 6: 10 numere; cu ambele (multipli de 12): 5 numere. Total 15 + 10 − 5 = 20. Nu se divid cu niciunul: 60 − 20 = 40.

Exemplul 4. Mulțimea divizorilor lui 24 este {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}, iar a lui 36 este {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}. Intersecția: {1, 2, 3, 4, 6, 12} — divizorii comuni. Cel mai mare dintre ei, 12, este cmmdc.

Cel mai mare și cel mai mic cardinal al reuniunii

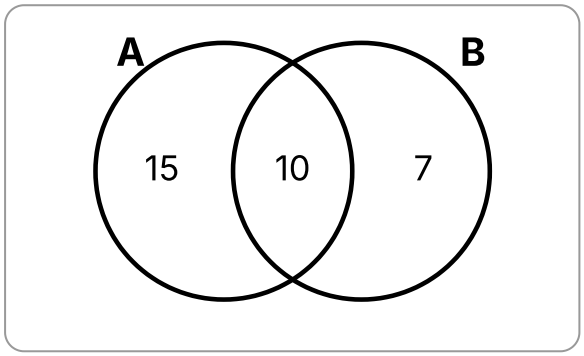
Dacă mulțimile sunt disjuncte, card(A ∪ B) = card(A) + card(B) (valoarea maximă). Dacă mulțimea mai mică este inclusă în cea mai mare, card(A ∪ B) = card(mulțimii mai mari) (valoarea minimă).

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

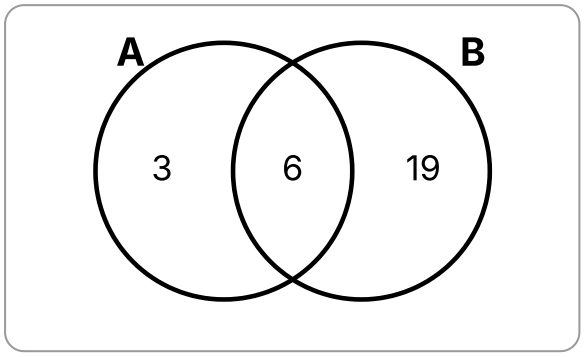
Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Într-o clasă, 12 elevi practică fotbal, 20 elevi practică baschet, iar 7 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
2. Într-o clasă, 16 elevi practică înot, 20 elevi practică șah, iar 4 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
3. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



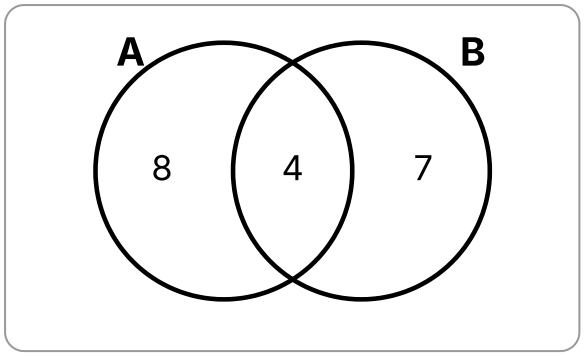
4. Într-o clasă, 20 elevi practică înot, 17 elevi practică șah, iar 11 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

5. Într-o clasă, 19 elevi practică fotbal, 25 elevi practică baschet, iar 17 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
6. Într-o clasă, 21 elevi practică fotbal, 18 elevi practică baschet, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
7. Într-o clasă, 24 elevi practică pian, 12 elevi practică vioară, iar 8 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
8. Într-o clasă, 26 elevi practică înot, 22 elevi practică șah, iar 6 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
9. Într-o clasă, 12 elevi practică pian, 27 elevi practică vioară, iar 5 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
10. Într-o clasă, 27 elevi practică înot, 9 elevi practică șah, iar 4 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
11. Într-o clasă, 11 elevi practică desen, 23 elevi practică teatru, iar 4 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
12. Într-o clasă, 15 elevi practică desen, 8 elevi practică teatru, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
13. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?

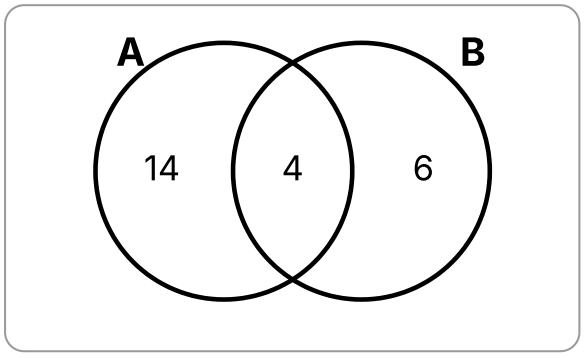


14. Într-o clasă, 8 elevi practică înot, 24 elevi practică șah, iar 4 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
15. Într-o clasă, 16 elevi practică pian, 23 elevi practică vioară, iar 7 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
16. Într-o clasă, 26 elevi practică pian, 16 elevi practică vioară, iar 14 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
17. Într-o clasă, 20 elevi practică desen, 9 elevi practică teatru, iar 6 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
18. Într-o clasă, 13 elevi practică fotbal, 27 elevi practică baschet, iar 8 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
19. Într-o clasă, 24 elevi practică fotbal, 27 elevi practică baschet, iar 7 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

20. Într-o clasă, 12 elevi practică pian, 9 elevi practică vioară, iar 3 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
21. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?

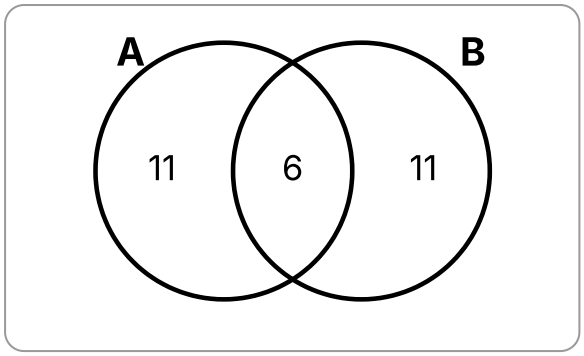


22. Într-o clasă, 10 elevi practică pian, 15 elevi practică vioară, iar 5 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
23. Într-o clasă, 29 elevi practică desen, 9 elevi practică teatru, iar 3 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
24. Într-o clasă, 23 elevi practică înot, 11 elevi practică șah, iar 3 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
25. Într-o clasă, 20 elevi practică engleză, 29 elevi practică franceză, iar 3 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
26. Într-o clasă, 19 elevi practică fotbal, 21 elevi practică baschet, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
27. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



28. Într-o clasă, 22 elevi practică fotbal, 28 elevi practică baschet, iar 15 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
29. Într-o clasă, 29 elevi practică desen, 10 elevi practică teatru, iar 6 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
30. Într-o clasă, 18 elevi practică înot, 26 elevi practică șah, iar 15 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

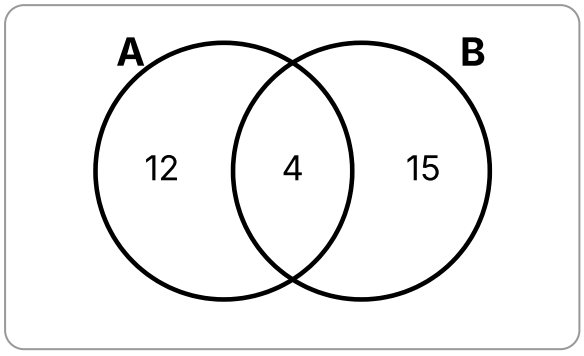
31. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



32. Într-o clasă, 22 elevi practică desen, 20 elevi practică teatru, iar 12 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

33. Într-o clasă, 21 elevi practică engleză, 30 elevi practică franceză, iar 6 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

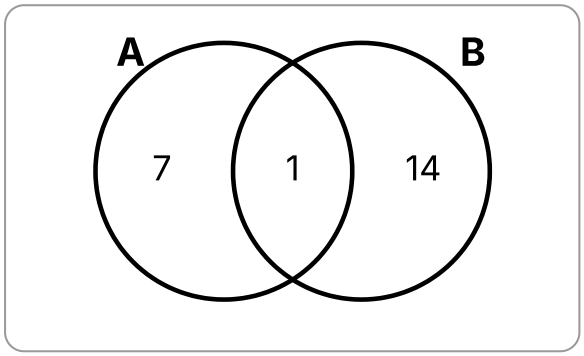
34. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



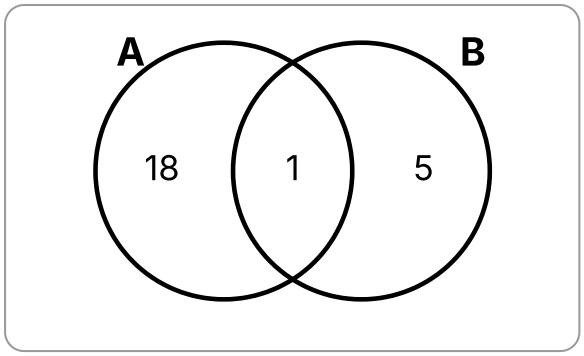
35. Într-o clasă, 18 elevi practică înot, 28 elevi practică șah, iar 16 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

36. Într-o clasă, 13 elevi practică fotbal, 30 elevi practică baschet, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

37. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?

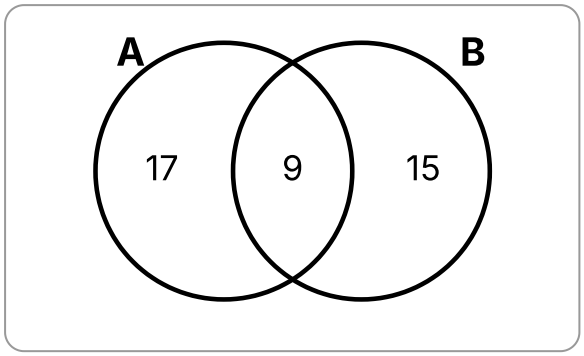


38. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?

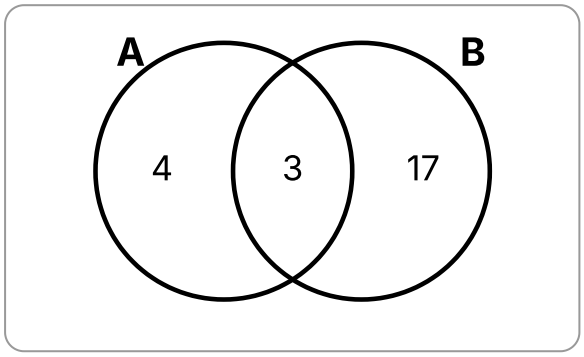


39. Într-o clasă, 22 elevi practică înot, 9 elevi practică șah, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

40. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



41. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



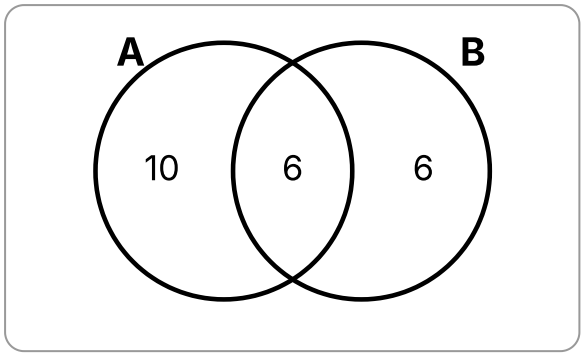
42. Într-o clasă, 24 elevi practică pian, 18 elevi practică vioară, iar 8 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

43. Într-o clasă, 25 elevi practică pian, 23 elevi practică vioară, iar 13 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

44. Într-o clasă, 22 elevi practică desen, 14 elevi practică teatru, iar 7 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

45. Într-o clasă, 15 elevi practică fotbal, 24 elevi practică baschet, iar 8 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?

46. Într-o clasă, 28 elevi practică pian, 24 elevi practică vioară, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
47. Într-o clasă, 10 elevi practică înot, 29 elevi practică șah, iar 2 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
48. Într-o clasă, 13 elevi practică engleză, 19 elevi practică franceză, iar 5 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
49. Într-o clasă, 17 elevi practică desen, 30 elevi practică teatru, iar 10 elevi practică ambele activități. Câți elevi practică cel puțin una dintre cele două activități?
50. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — elevii care practică fotbal, B — elevii care practică baschet. Câți elevi practică ambele sporturi?



▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

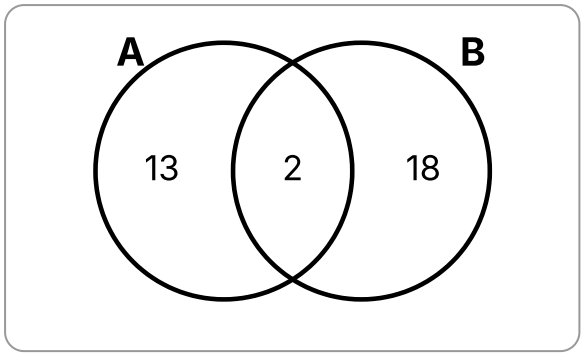
1. **25** — Cei 7 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 12 + 20 − 7 = 25.
2. **32** — Cei 4 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 16 + 20 − 4 = 32.
3. **10** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
4. **26** — Cei 11 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 20 + 17 − 11 = 26.
5. **27** — Cei 17 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 19 + 25 − 17 = 27.
6. **37** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 21 + 18 − 2 = 37.
7. **28** — Cei 8 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 24 + 12 − 8 = 28.
8. **42** — Cei 6 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 26 + 22 − 6 = 42.
9. **34** — Cei 5 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 12 + 27 − 5 = 34.
10. **32** — Cei 4 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 27 + 9 − 4 = 32.
11. **30** — Cei 4 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 11 + 23 − 4 = 30.
12. **21** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 15 + 8 − 2 = 21.
13. **6** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
14. **28** — Cei 4 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 8 + 24 − 4 = 28.
15. **32** — Cei 7 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 16 + 23 − 7 = 32.
16. **28** — Cei 14 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 26 + 16 − 14 = 28.

17. **23** — Cei 6 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 20 + 9 − 6 = 23.
18. **32** — Cei 8 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 13 + 27 − 8 = 32.
19. **44** — Cei 7 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 24 + 27 − 7 = 44.
20. **18** — Cei 3 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 12 + 9 − 3 = 18.
21. **4** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
22. **20** — Cei 5 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 10 + 15 − 5 = 20.
23. **35** — Cei 3 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 29 + 9 − 3 = 35.
24. **31** — Cei 3 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 23 + 11 − 3 = 31.
25. **46** — Cei 3 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 20 + 29 − 3 = 46.
26. **38** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 19 + 21 − 2 = 38.
27. **4** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
28. **35** — Cei 15 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 22 + 28 − 15 = 35.
29. **33** — Cei 6 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 29 + 10 − 6 = 33.
30. **29** — Cei 15 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 18 + 26 − 15 = 29.
31. **6** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
32. **30** — Cei 12 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 22 + 20 − 12 = 30.
33. **45** — Cei 6 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 21 + 30 − 6 = 45.
34. **4** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
35. **30** — Cei 16 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 18 + 28 − 16 = 30.
36. **41** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 13 + 30 − 2 = 41.
37. **1** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
38. **1** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
39. **29** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 22 + 9 − 2 = 29.
40. **9** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
41. **3** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.
42. **34** — Cei 8 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 24 + 18 − 8 = 34.
43. **35** — Cei 13 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 25 + 23 − 13 = 35.
44. **29** — Cei 7 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 22 + 14 − 7 = 29.
45. **31** — Cei 8 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 15 + 24 − 8 = 31.
46. **50** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 28 + 24 − 2 = 50.
47. **37** — Cei 2 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 10 + 29 − 2 = 37.
48. **27** — Cei 5 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 13 + 19 − 5 = 27.
49. **37** — Cei 10 elevi care fac ambele au fost numărați de două ori: 17 + 30 − 10 = 37.

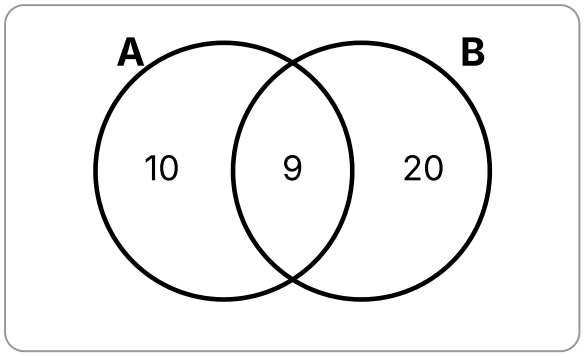
50. **6** — Zona comună a cercurilor arată elevii care practică ambele sporturi.

Nivel mediu (50 de exerciţii)

1. Fie A mulțimea divizorilor lui 40 și B mulțimea divizorilor lui 28. Atunci A ∩ B este:
   Variante: **A)** {1, 2, 4} · **B)** {1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 28, 40} · **C)** {7, 14, 28} · **D)** {5, 8, 10, 20, 40} · **E)** {1, 4, 38}
2. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?

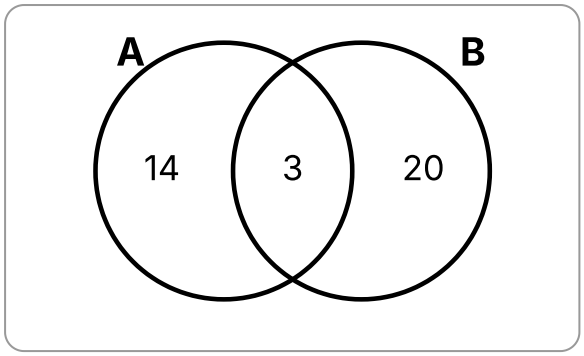


3. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?

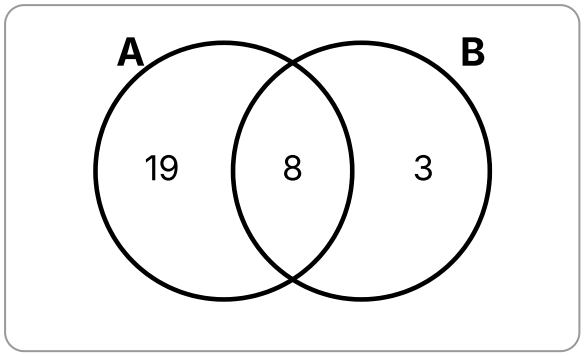


4. În clasa a VI-a, 31 elevi au citit cartea X, 27 au citit cartea Y, iar 48 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?
5. Fie A mulțimea divizorilor lui 20 și B mulțimea divizorilor lui 48. Atunci A ∩ B este:
   Variante: **A)** {5, 10, 20} · **B)** {3, 6, 8, 12, 16, 24, 48} · **C)** {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 24, 48} · **D)** {1, 2, 4} · **E)** {1, 2, 43}

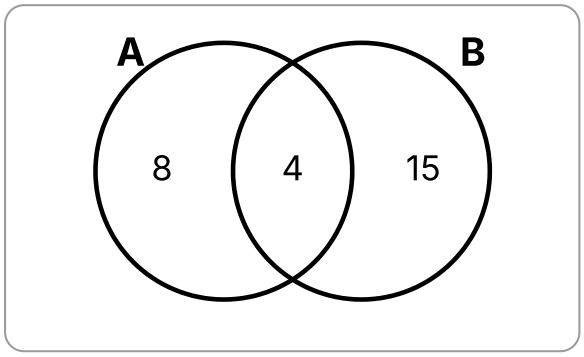
6. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?



7. Într-o clasă, 26 elevi practică fotbal, 18 practică baschet, iar 10 practică ambele. Câți elevi practică doar fotbal?
8. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?



9. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?



10. Fie A = {1, 7, 15, 16, 18, 19, 20, 23} și B = {1, 16, 18, 19, 20, 23, 32, 40}. Câte elemente are A ∪ B?
11. Fie A = {3, 6, 10, 13, 19, 26, 28} și B = {3, 6, 10, 13, 19, 41}. Câte elemente are A ∪ B?
12. Fie A = {2, 4, 6, 11, 13, 16, 20} și B = {2, 4, 6, 34}. Câte elemente are A ∪ B?
13. Fie A mulțimea divizorilor lui 48 și B mulțimea divizorilor lui 28. Atunci A ∩ B este:
Variante: **A)** {3, 6, 8, 12, 16, 24, 48} · **B)** {7, 14, 28} · **C)** {2, 4, 44} · **D)** {1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 16, 24, 28, 48} · **E)** {1, 2, 4}

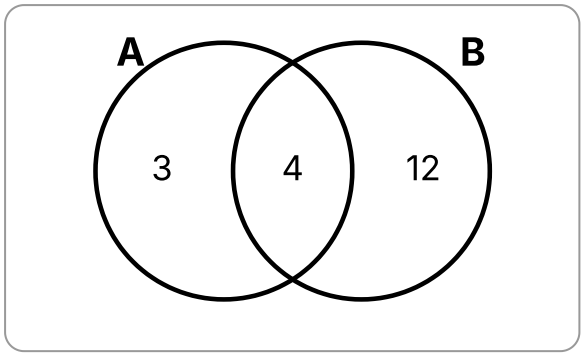
14. În clasa a VI-a, 35 elevi au citit cartea X, 17 au citit cartea Y, iar 42 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

15. În clasa a VI-a, 40 elevi au citit cartea X, 10 au citit cartea Y, iar 48 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

16. Într-o clasă de 36 elevi, 22 practică fotbal, 15 practică baschet, iar 5 practică ambele. Câți elevi nu practică niciuna dintre cele două activități?

17. Într-o clasă, 11 elevi practică înot, 30 practică șah, iar 5 practică ambele. Câți elevi practică doar înot?

18. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?



19. În clasa a VI-a, 21 elevi au citit cartea X, 12 au citit cartea Y, iar 31 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

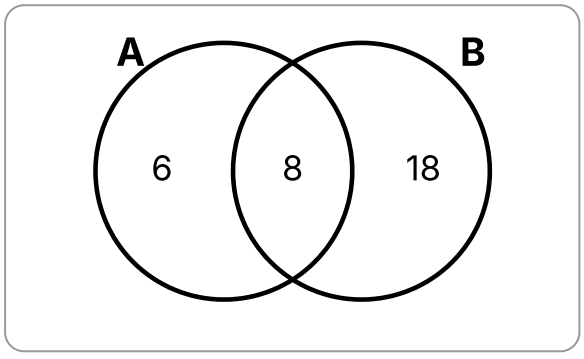
20. În clasa a VI-a, 35 elevi au citit cartea X, 14 au citit cartea Y, iar 36 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

21. Într-o clasă, 14 elevi practică pian, 10 practică vioară, iar 6 practică ambele. Câți elevi practică doar pian?

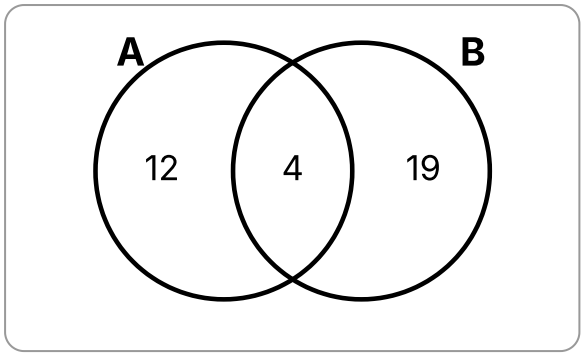
22. Fie A mulțimea divizorilor lui 30 și B mulțimea divizorilor lui 24. Atunci A ∩ B este:
Variante: **A)** {5, 10, 15, 30} · **B)** {1, 2, 3, 6} · **C)** {1, 2, 3, 6, 15} · **D)** {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 24, 30} · **E)** {4, 8, 12, 24}

23. Fie A = {5, 11, 12, 13, 19} și B = {12, 32, 37, 40}. Câte elemente are A ∪ B?

24. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?



25. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică cel puțin unul dintre sporturi?



26. Fie A = {3, 11, 12, 13, 15} și B = {3, 12, 13, 15, 33, 35, 36}. Câte elemente are A ∪ B?

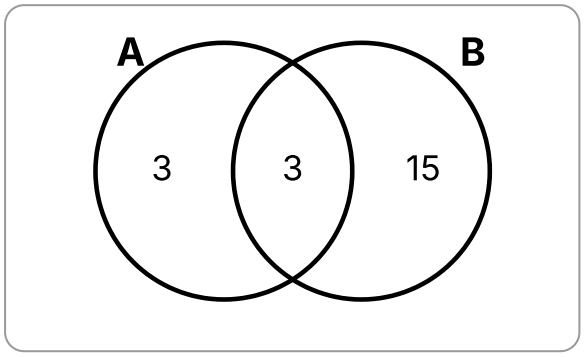
27. Într-o clasă, 17 elevi practică înot, 22 practică șah, iar 7 practică ambele. Câți elevi practică doar înot?

28. În clasa a VI-a, 23 elevi au citit cartea X, 38 au citit cartea Y, iar 59 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

29. În clasa a VI-a, 11 elevi au citit cartea X, 24 au citit cartea Y, iar 32 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

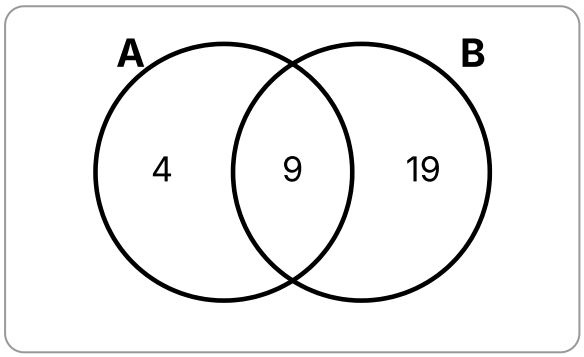
30. Fie A = {2, 3, 9, 22} și B = {2, 3, 9, 31, 36}. Câte elemente are A ∪ B?

31. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?



32. În clasa a VI-a, 10 elevi au citit cartea X, 25 au citit cartea Y, iar 30 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

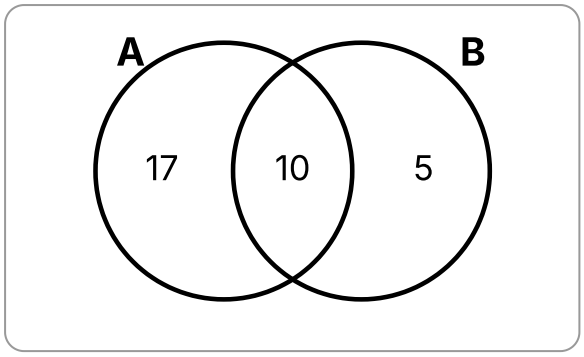
33. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică cel puțin unul dintre sporturi?



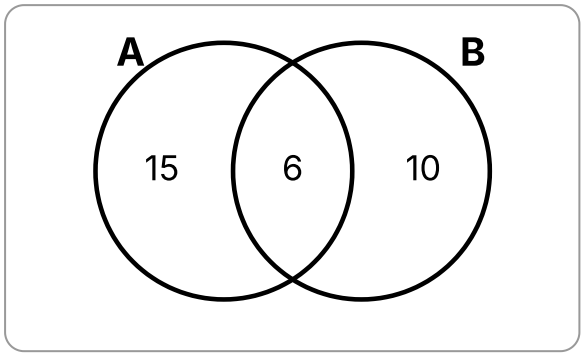
34. Se știe că card(A) = 12, card(B) = 16 și card(A ∩ B) = 10. Cât este card(A \ B)?

35. Într-o clasă, 22 elevi practică fotbal, 20 practică baschet, iar 5 practică ambele. Câți elevi practică doar fotbal?

36. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică cel puțin unul dintre sporturi?



37. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică fotbal?

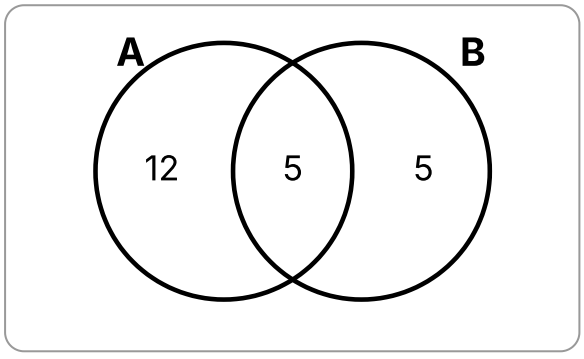


38. Fie A = {10, 14, 16, 18, 22, 23, 24, 28} și B = {16, 23, 28, 38}. Câte elemente are A ∪ B?

39. Într-o clasă, 15 elevi practică fotbal, 20 practică baschet, iar 10 practică ambele. Câți elevi practică doar fotbal?

40. Într-o clasă de 26 elevi, 23 practică pian, 15 practică vioară, iar 12 practică ambele. Câți elevi nu practică niciuna dintre cele două activități?

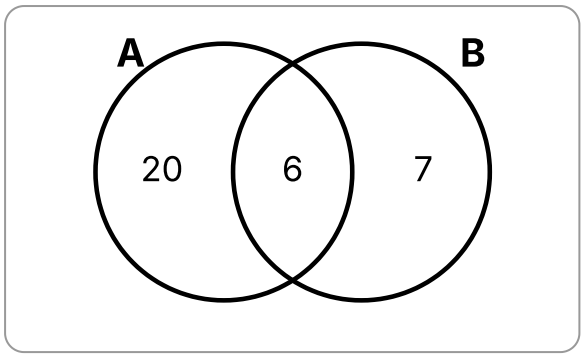
41. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică cel puțin unul dintre sporturi?



42. Fie A = {4, 8, 20, 21} și B = {4, 21, 42}. Câte elemente are A ∪ B?

43. Fie A = {2, 9, 11, 12, 16, 19, 21, 24} și B = {12, 35, 39, 41}. Câte elemente are A ∪ B?

44. În diagramă, numerele arată câți elevi sunt în fiecare zonă: A — fotbal, B — baschet. Câți elevi practică cel puțin unul dintre sporturi?



45. În clasa a VI-a, 20 elevi au citit cartea X, 14 au citit cartea Y, iar 31 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

46. Se știe că card(A) = 36, card(B) = 18 și card(A ∩ B) = 3. Cât este card(A \ B)?

47. Într-o clasă de 45 elevi, 27 practică înot, 20 practică șah, iar 7 practică ambele. Câți elevi nu practică niciuna dintre cele două activități?

48. În clasa a VI-a, 38 elevi au citit cartea X, 34 au citit cartea Y, iar 70 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

49. Se știe că card(A) = 36, card(B) = 32 și card(A ∩ B) = 27. Cât este card(A \ B)?

50. În clasa a VI-a, 24 elevi au citit cartea X, 19 au citit cartea Y, iar 28 au citit cel puțin una dintre cărți. Câți au citit ambele cărți?

▼ Arată răspunsurile: nivel mediu

1. **{1, 2, 4}** — D_{40} = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}, D_{28} = {1, 2, 4, 7, 14, 28}. Divizorii comuni: {1, 2, 4}.
2. **15** — Fotbal = doar fotbal + ambele = 13 + 2 = 15.
3. **19** — Fotbal = doar fotbal + ambele = 10 + 9 = 19.
4. **10** — card(A ∩ B) = card(A) + card(B) − card(A ∪ B) = 31 + 27 − 48 = 10.
5. **{1, 2, 4}** — D_{20} = {1, 2, 4, 5, 10, 20}, D_{48} = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}. Divizorii comuni: {1, 2, 4}.
6. **17** — Fotbal = doar fotbal + ambele = 14 + 3 = 17.
7. **16** — Din cei 26 scoatem pe cei 10 care practică și baschet: 26 − 10 = 16.
8. **27** — Fotbal = doar fotbal + ambele = 19 + 8 = 27.
9. **12** — Fotbal = doar fotbal + ambele = 8 + 4 = 12.
10. **10** — card(A ∪ B) = card(A) + card(B) − card(A ∩ B) = 8 + 8 − 6 = 10.
11. **8** — card(A ∪ B) = card(A) + card(B) − card(A ∩ B) = 7 + 6 − 5 = 8.

12. **8** — $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 7 + 4 - 3 = 8$.
13. **{1, 2, 4}** — $D_{48} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$, $D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$. Divizorii comuni: {1, 2, 4}.
14. **10** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 35 + 17 - 42 = 10$.
15. **2** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 40 + 10 - 48 = 2$.
16. **4** — Practică cel puțin una: $22 + 15 - 5 = 32$. Ceilalți sunt $36 - 32 = 4$.
17. **6** — Din cei 11 scoatem pe cei 5 care practică și șah: $11 - 5 = 6$.
18. **7** — Fotbal = doar fotbal + ambele = $3 + 4 = 7$.
19. **2** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 21 + 12 - 31 = 2$.
20. **13** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 35 + 14 - 36 = 13$.
21. **8** — Din cei 14 scoatem pe cei 6 care practică și vioară: $14 - 6 = 8$.
22. **{1, 2, 3, 6}** — $D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$. Divizorii comuni: {1, 2, 3, 6}.
23. **8** — $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 5 + 4 - 1 = 8$.
24. **14** — Fotbal = doar fotbal + ambele = $6 + 8 = 14$.
25. **35** — Adunăm cele trei zone: $12 + 4 + 19 = 35$.
26. **8** — $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 5 + 7 - 4 = 8$.
27. **10** — Din cei 17 scoatem pe cei 7 care practică și șah: $17 - 7 = 10$.
28. **2** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 23 + 38 - 59 = 2$.
29. **3** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 11 + 24 - 32 = 3$.
30. **6** — $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 4 + 5 - 3 = 6$.
31. **6** — Fotbal = doar fotbal + ambele = $3 + 3 = 6$.
32. **5** — $\text{card}(A \cap B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B) = 10 + 25 - 30 = 5$.
33. **32** — Adunăm cele trei zone: $4 + 9 + 19 = 32$.
34. **2** — $\text{card}(A \setminus B) = \text{card}(A) - \text{card}(A \cap B) = 12 - 10 = 2$.
35. **17** — Din cei 22 scoatem pe cei 5 care practică și baschet: $22 - 5 = 17$.
36. **32** — Adunăm cele trei zone: $17 + 10 + 5 = 32$.
37. **21** — Fotbal = doar fotbal + ambele = $15 + 6 = 21$.
38. **9** — $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 8 + 4 - 3 = 9$.
39. **5** — Din cei 15 scoatem pe cei 10 care practică și baschet: $15 - 10 = 5$.
40. **0** — Practică cel puțin una: $23 + 15 - 12 = 26$. Ceilalți sunt $26 - 26 = 0$.
41. **22** — Adunăm cele trei zone: $12 + 5 + 5 = 22$.
42. **5** — $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 4 + 3 - 2 = 5$.

43. **11** — card(A ∪ B) = card(A) + card(B) − card(A ∩ B) = 8 + 4 − 1 = 11.
44. **33** — Adunăm cele trei zone: 20 + 6 + 7 = 33.
45. **3** — card(A ∩ B) = card(A) + card(B) − card(A ∪ B) = 20 + 14 − 31 = 3.
46. **33** — card(A \ B) = card(A) − card(A ∩ B) = 36 − 3 = 33.
47. **5** — Practică cel puțin una: 27 + 20 − 7 = 40. Ceilalți sunt 45 − 40 = 5.
48. **2** — card(A ∩ B) = card(A) + card(B) − card(A ∪ B) = 38 + 34 − 70 = 2.
49. **9** — card(A \ B) = card(A) − card(A ∩ B) = 36 − 27 = 9.
50. **15** — card(A ∩ B) = card(A) + card(B) − card(A ∪ B) = 24 + 19 − 28 = 15.

Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 16 și 24?
2. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 188 se divid cu 6 sau cu 7?
3. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 20 și 30?
4. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 149 nu se divid nici cu 3, nici cu 9?
5. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 91 nu se divid nici cu 7, nici cu 4?
6. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 64 nu se divid nici cu 3, nici cu 2?
7. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 148 nu se divid nici cu 7, nici cu 9?
8. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 176 se divid cu 4 sau cu 2?
9. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 41 se divid cu 5 sau cu 2?
10. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 141 nu se divid nici cu 5, nici cu 7?
11. Fie A mulțimea divizorilor lui 18 și B mulțimea divizorilor lui 48. Atunci A ∩ B este:
    Variante: **A)** {4, 8, 12, 16, 24, 48} · **B)** {9, 18} · **C)** {1, 2, 3, 6} · **D)** {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 48} · **E)** {1, 2, 6, 23}
12. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 140 nu se divid nici cu 7, nici cu 5?
13. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 57 nu se divid nici cu 9, nici cu 5?
14. Fie A mulțimea divizorilor lui 30 și B mulțimea divizorilor lui 48. Atunci A ∩ B este:
    Variante: **A)** {1, 2, 3} · **B)** {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 24, 30, 48} · **C)** {1, 2, 3, 6} · **D)** {5, 10, 15, 30} · **E)** {4, 8, 12, 16, 24, 48}
15. Se știe că card(A) = 12, card(B) = 14, card(C) = 19, card(A ∩ B) = 2, card(A ∩ C) = 4, card(B ∩ C) = 3 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
16. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 135 se divid cu 9 sau cu 3?
17. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 30 și 40?
18. Se știe că card(A) = 16, card(B) = 12, card(C) = 20, card(A ∩ B) = 3, card(A ∩ C) = 1, card(B ∩ C) = 2 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
19. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 131 nu se divid nici cu 4, nici cu 6?

20. Se știe că card(A) = 15, card(B) = 20, card(C) = 19, card(A ∩ B) = 1, card(A ∩ C) = 4, card(B ∩ C) = 4 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
21. Se știe că card(A) = 19, card(B) = 10, card(C) = 13, card(A ∩ B) = 4, card(A ∩ C) = 4, card(B ∩ C) = 2 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
22. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 12 și 36?
23. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 192 nu se divid nici cu 5, nici cu 6?
24. Se știe că card(A) = 6, card(B) = 11, card(C) = 16, card(A ∩ B) = 1, card(A ∩ C) = 4, card(B ∩ C) = 2 și card(A ∩ B ∩ C) = 1. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
25. Mulțimile A și B au 38, respectiv 22 elemente. Care este cel mai mic număr posibil de elemente al mulțimii A ∪ B?
26. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 90 se divid cu 5 sau cu 4?
27. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 85 se divid cu 7 sau cu 5?
28. Mulțimile A și B au 22, respectiv 9 elemente. Care este cel mai mare număr posibil de elemente al mulțimii A ∪ B?
29. Mulțimile A și B au 15, respectiv 29 elemente. Care este cel mai mic număr posibil de elemente al mulțimii A ∪ B?
30. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 49 se divid cu 2 sau cu 6?
31. Se știe că card(A) = 16, card(B) = 13, card(C) = 18, card(A ∩ B) = 3, card(A ∩ C) = 1, card(B ∩ C) = 4 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
32. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 109 nu se divid nici cu 3, nici cu 4?
33. Se știe că card(A) = 18, card(B) = 17, card(C) = 11, card(A ∩ B) = 3, card(A ∩ C) = 4, card(B ∩ C) = 2 și card(A ∩ B ∩ C) = 1. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
34. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 30 și 36?
35. Mulțimile A și B au 38, respectiv 29 elemente. Care este cel mai mare număr posibil de elemente al mulțimii A ∪ B?
36. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 48 și 18?
37. Se știe că card(A) = 8, card(B) = 19, card(C) = 13, card(A ∩ B) = 3, card(A ∩ C) = 4, card(B ∩ C) = 2 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?
38. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 42 și 24?
39. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 20 și 16?
40. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 24 și 30?
41. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 105 se divid cu 5 sau cu 9?
42. Fie A mulțimea divizorilor lui 36 și B mulțimea divizorilor lui 24. Atunci A ∩ B este:
    Variante: **A)** {9, 18, 36} · **B)** {1, 2, 3, 4, 6, 12, 35} · **C)** {8, 24} · **D)** {1, 2, 3, 4, 6, 12} · **E)** {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36}

43. Mulțimile A și B au 39, respectiv 9 elemente. Care este cel mai mare număr posibil de elemente al mulțimii A ∪ B?

44. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 48 și 16?

45. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 145 se divid cu 3 sau cu 6?

46. Se știe că card(A) = 8, card(B) = 9, card(C) = 6, card(A ∩ B) = 1, card(A ∩ C) = 1, card(B ∩ C) = 4 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?

47. Câte elemente are mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 24 și 48?

48. Câte numere naturale nenule mai mici sau egale cu 151 nu se divid nici cu 3, nici cu 9?

49. Se știe că card(A) = 8, card(B) = 17, card(C) = 10, card(A ∩ B) = 1, card(A ∩ C) = 1, card(B ∩ C) = 1 și card(A ∩ B ∩ C) = 1. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?

50. Se știe că card(A) = 19, card(B) = 17, card(C) = 10, card(A ∩ B) = 4, card(A ∩ C) = 1, card(B ∩ C) = 4 și card(A ∩ B ∩ C) = 0. Cât este card(A ∪ B ∪ C)?

▼ Arată răspunsurile: nivel dificil

1. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 4, 8}: 4 elemente (cel mai mare, 8, este cmmdc).
2. **53** — 188:6 → 31 multipli, 188:7 → 26 multipli, iar multiplii lui 42 (comuni) sunt 4, numărați de două ori. Total 31 + 26 − 4 = 53.
3. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 5, 10}: 4 elemente (cel mai mare, 10, este cmmdc).
4. **100** — Se divid cu 3 sau 9: 49 + 16 − 16 = 49. Restul sunt 149 − 49 = 100.
5. **59** — Se divid cu 7 sau 4: 13 + 22 − 3 = 32. Restul sunt 91 − 32 = 59.
6. **21** — Se divid cu 3 sau 2: 21 + 32 − 10 = 43. Restul sunt 64 − 43 = 21.
7. **113** — Se divid cu 7 sau 9: 21 + 16 − 2 = 35. Restul sunt 148 − 35 = 113.
8. **88** — 176:4 → 44 multipli, 176:2 → 88 multipli, iar multiplii lui 4 (comuni) sunt 44, numărați de două ori. Total 44 + 88 − 44 = 88.
9. **24** — 41:5 → 8 multipli, 41:2 → 20 multipli, iar multiplii lui 10 (comuni) sunt 4, numărați de două ori. Total 8 + 20 − 4 = 24.
10. **97** — Se divid cu 5 sau 7: 28 + 20 − 4 = 44. Restul sunt 141 − 44 = 97.
11. **{1, 2, 3, 6}** — D_{18} = {1, 2, 3, 6, 9, 18}, D_{48} = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}. Divizorii comuni: {1, 2, 3, 6}.
12. **96** — Se divid cu 7 sau 5: 20 + 28 − 4 = 44. Restul sunt 140 − 44 = 96.
13. **41** — Se divid cu 9 sau 5: 6 + 11 − 1 = 16. Restul sunt 57 − 16 = 41.
14. **{1, 2, 3, 6}** — D_{30} = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}, D_{48} = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}. Divizorii comuni: {1, 2, 3, 6}.
15. **36** — card(A ∪ B ∪ C) = 12 + 14 + 19 − 2 − 4 − 3 + 0 = 36.

16. **45** — 135:9 → 15 multipli, 135:3 → 45 multipli, iar multiplii lui 9 (comuni) sunt 15, numărați de două ori. Total 15 + 45 − 15 = 45.
17. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 5, 10}: 4 elemente (cel mai mare, 10, este cmmdc).
18. **42** — card(A ∪ B ∪ C) = 16 + 12 + 20 − 3 − 1 − 2 + 0 = 42.
19. **88** — Se divid cu 4 sau 6: 32 + 21 − 10 = 43. Restul sunt 131 − 43 = 88.
20. **45** — card(A ∪ B ∪ C) = 15 + 20 + 19 − 1 − 4 − 4 + 0 = 45.
21. **32** — card(A ∪ B ∪ C) = 19 + 10 + 13 − 4 − 4 − 2 + 0 = 32.
22. **6** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 3, 4, 6, 12}: 6 elemente (cel mai mare, 12, este cmmdc).
23. **128** — Se divid cu 5 sau 6: 38 + 32 − 6 = 64. Restul sunt 192 − 64 = 128.
24. **27** — card(A ∪ B ∪ C) = 6 + 11 + 16 − 1 − 4 − 2 + 1 = 27.
25. **38** — Numărul este minim când mulțimea mai mică este inclusă în cea mai mare: A ∪ B = mulțimea mai mare.
26. **36** — 90:5 → 18 multipli, 90:4 → 22 multipli, iar multiplii lui 20 (comuni) sunt 4, numărați de două ori. Total 18 + 22 − 4 = 36.
27. **27** — 85:7 → 12 multipli, 85:5 → 17 multipli, iar multiplii lui 35 (comuni) sunt 2, numărați de două ori. Total 12 + 17 − 2 = 27.
28. **31** — Numărul este maxim când A și B sunt disjuncte: card(A ∪ B) = card(A) + card(B).
29. **29** — Numărul este minim când mulțimea mai mică este inclusă în cea mai mare: A ∪ B = mulțimea mai mare.
30. **24** — 49:2 → 24 multipli, 49:6 → 8 multipli, iar multiplii lui 6 (comuni) sunt 8, numărați de două ori. Total 24 + 8 − 8 = 24.
31. **39** — card(A ∪ B ∪ C) = 16 + 13 + 18 − 3 − 1 − 4 + 0 = 39.
32. **55** — Se divid cu 3 sau 4: 36 + 27 − 9 = 54. Restul sunt 109 − 54 = 55.
33. **38** — card(A ∪ B ∪ C) = 18 + 17 + 11 − 3 − 4 − 2 + 1 = 38.
34. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 3, 6}: 4 elemente (cel mai mare, 6, este cmmdc).
35. **67** — Numărul este maxim când A și B sunt disjuncte: card(A ∪ B) = card(A) + card(B).
36. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 3, 6}: 4 elemente (cel mai mare, 6, este cmmdc).
37. **31** — card(A ∪ B ∪ C) = 8 + 19 + 13 − 3 − 4 − 2 + 0 = 31.
38. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 3, 6}: 4 elemente (cel mai mare, 6, este cmmdc).
39. **3** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 4}: 3 elemente (cel mai mare, 4, este cmmdc).
40. **4** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 3, 6}: 4 elemente (cel mai mare, 6, este cmmdc).
41. **30** — 105:5 → 21 multipli, 105:9 → 11 multipli, iar multiplii lui 45 (comuni) sunt 2, numărați de două ori. Total 21 + 11 − 2 = 30.
42. **{1, 2, 3, 4, 6, 12}** — D_{36} = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}, D_{24} = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}. Divizorii comuni: {1, 2, 3, 4, 6, 12}.

43. **48** — Numărul este maxim când A și B sunt disjuncte: card(A ∪ B) = card(A) + card(B).
44. **5** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 4, 8, 16}: 5 elemente (cel mai mare, 16, este cmmdc).
45. **48** — 145:3 → 48 multipli, 145:6 → 24 multipli, iar multiplii lui 6 (comuni) sunt 24, numărați de două ori. Total 48 + 24 − 24 = 48.
46. **17** — card(A ∪ B ∪ C) = 8 + 9 + 6 − 1 − 1 − 4 + 0 = 17.
47. **8** — Divizorii comuni sunt {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}: 8 elemente (cel mai mare, 24, este cmmdc).
48. **101** — Se divid cu 3 sau 9: 50 + 16 − 16 = 50. Restul sunt 151 − 50 = 101.
49. **33** — card(A ∪ B ∪ C) = 8 + 17 + 10 − 1 − 1 − 1 + 1 = 33.
50. **37** — card(A ∪ B ∪ C) = 19 + 17 + 10 − 4 − 1 − 4 + 0 = 37.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 6-a