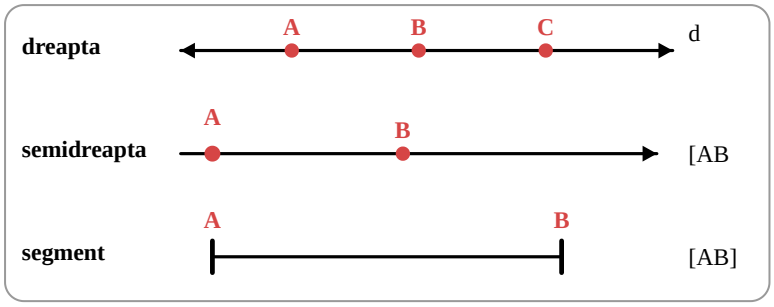
Punct. Dreaptă. Plan. Semiplan. Semidreaptă. Segment de dreaptă

Noțiunile de bază ale geometriei, notații, numărări de puncte, drepte și segmente și condițiile de coliniaritate.

Geometria pornește de la câteva noțiuni **fundamentale**, pe care le acceptăm fără definiție: **punctul**, **dreapta** și **planul**. Punctele se notează cu litere mari (A, B, C), dreptele cu litere mici (d, a, b) sau cu două puncte (AB), iar planele cu litere grecești (α, β).

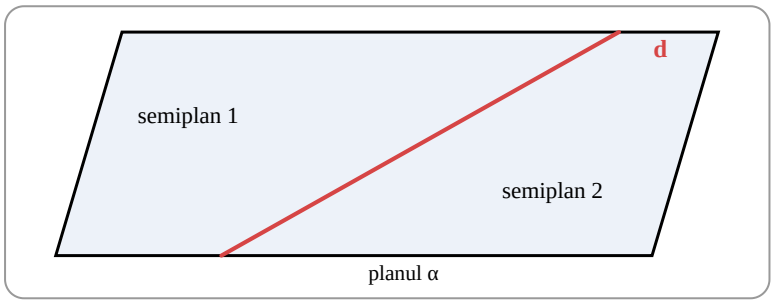


Dreapta nu are capete, semidreapta are o origine, segmentul are două capete.

Figură	Notație	Proprietate
dreaptă	d sau AB	nemărginită, fără capete
semidreaptă	[AB	are origine (A), nemărginită
segment	[AB]	două capete; are lungime (AB)

Axiome importante

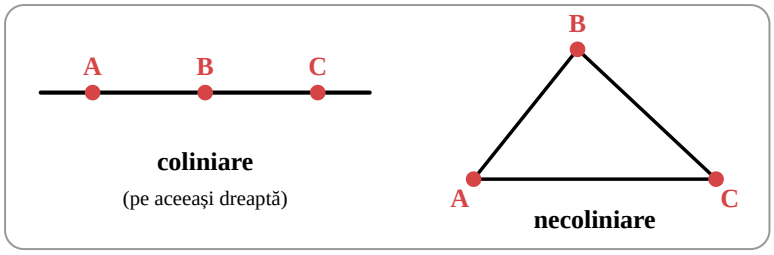
- **Prin două puncte distincte trece o singură dreaptă.**
- Orice dreaptă conține o infinitate de puncte.
- Un punct de pe o dreaptă o împarte în două **semidrepte opuse** (cu aceeași origine).
- O dreaptă din plan împarte planul în două **semiplane**.



Dreapta d împarte planul în două semiplane; punctele din același semiplan sunt „de aceeași parte" a dreptei.

Puncte coliniare

Mai multe puncte sunt **coliniare** dacă aparțin aceleiași drepte; altfel sunt **necoliniare**.



Când sunt trei puncte coliniare? Ce verificăm?

1. Dacă **aparțin aceleiași drepte** (dreapta AB conține și punctul C).
2. Dacă **una dintre sumele** AB + BC = AC, AB + AC = BC sau BC + AC = AB este adevărată (distanțele sunt date).
3. Dacă punctul C se află pe **semidreapta [AB** sau pe semidreapta opusă ei.
4. Dacă pe axa numerelor au coordonate (orice puncte de pe o axă sunt coliniare).

Trei puncte sunt **necoliniare** dacă niciuna dintre cele trei egalități nu are loc. Atunci ele formează un triunghi: fiecare distanță este **mai mică decât suma** celorlalte două.

A, B, C coliniare $\Leftrightarrow$ AB + BC = AC sau AB + AC = BC sau BC + AC = AB

Modele de rezolvare

Exemplul 1. Numărarea segmentelor. Pe o dreaptă sunt 6 puncte. Fiecare pereche de puncte determină un segment: 6 · 5 : 2 = 15 segmente. *Regula:* n puncte coliniare determină n(n − 1) : 2 segmente.

Exemplul 2. Numărarea dreptelor. 5 puncte din plan, oricare trei necoliniare, determină 5 · 4 : 2 = 10 drepte.

Exemplul 3. Coliniaritate parțială. 7 puncte, dintre care 4 sunt coliniare, iar celelalte alegeri de trei sunt necoliniare. Fără coliniaritate ar fi 7 · 6 : 2 = 21 de drepte; cele 4 puncte coliniare dau o singură dreaptă în loc de 4 · 3 : 2 = 6, deci 21 − 6 + 1 = 16 drepte.

Exemplul 4. Semidrepte. Pe o dreaptă sunt 8 puncte. Fiecare punct este originea a două

semidrepte opuse, deci sunt $2 \cdot 8 = 16$ semidrepte cu originea în aceste puncte.

Exemplul 5. Puncte pe un segment. Pe segmentul [AB] se iau 4 puncte interioare. În total sunt $4 + 2 = 6$ puncte pe segment, deci $6 \cdot 5 : 2 = 15$ segmente.

Exemplul 6. Verificarea coliniarității. AB = 8 cm, BC = 5 cm, AC = 13 cm. Verificăm: AB + BC = 13 = AC ⇒ B este între A și C, deci A, B, C sunt coliniare.

Exemplul 7. Puncte necoliniare. AB = 6 cm, BC = 7 cm, AC = 9 cm. $6 + 7 = 13 \neq 9$, $6 + 9 = 15 \neq 7$, $7 + 9 = 16 \neq 6$ ⇒ necoliniare.

Greșeli frecvente

- Dreapta nu are lungime; doar segmentul se măsoară.
- [AB și [BA sunt semidrepte diferite (au origini diferite).
- La numărarea segmentelor nu se numără de două ori [AB] și [BA]: de aceea se împarte la 2.
- Trei puncte pot fi „aproape pe o linie" în desen, dar necoliniare; decide doar verificarea cu distanțe sau cu dreapta.

Exersează

Pe o dreaptă sunt 9 puncte. Câte segmente și câte semidrepte cu originea în aceste puncte se formează? Sunt coliniare punctele A, B, C cu AB = 12 cm, BC = 5 cm, AC = 7 cm?

▼ **Arată răspunsul**

Segmente: $9 \cdot 8 : 2 = 36$. Semidrepte: $2 \cdot 9 = 18$. Da: BC + AC = 5 + 7 = 12 = AB, deci C este între A și B (coliniare).

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Prin două puncte distincte trece:
   Variante: **A)** o singură dreaptă · **B)** două drepte · **C)** trei drepte · **D)** nicio dreaptă · **E)** o infinitate de drepte

2. Prin trei puncte necoliniare trec:
   Variante: **A)** două drepte · **B)** nicio dreaptă · **C)** o singură dreaptă · **D)** trei drepte (câte una prin fiecare pereche) · **E)** șase drepte
3. Trei puncte sunt coliniare dacă:
   Variante: **A)** sunt vârfurile unui pătrat · **B)** sunt egal depărtate · **C)** aparțin unor drepte paralele · **D)** formează un triunghi · **E)** aparțin aceleiași drepte
4. Un punct de pe o dreaptă împarte dreapta în:
   Variante: **A)** două semiplane · **B)** două semidrepte opuse · **C)** un segment și o semidreaptă · **D)** două segmente · **E)** trei semidrepte
5. O dreaptă din plan împarte planul în:
   Variante: **A)** patru unghiuri · **B)** două segmente · **C)** două semiplane · **D)** două semidrepte · **E)** trei regiuni
6. Cum se notează segmentul cu capetele A și B?
7. Câte capete are un segment?
8. Câte puncte de origine are o semidreaptă?
9. Ce figură geometrică este nemărginită în ambele sensuri?
10. Semidreptele [AB și [BA (cu A ≠ B) sunt:
    Variante: **A)** perpendiculare întotdeauna · **B)** identice · **C)** diferite (au originile în puncte diferite) · **D)** opuse mereu cu origine comună · **E)** segmente
11. Un segment poate fi măsurat, o dreaptă:
    Variante: **A)** are lungime 100 · **B)** are lungimea unui raport · **C)** are lungime egală cu un segment · **D)** nu poate fi măsurată (este nemărginită) · **E)** are lungime 1
12. Pe o dreaptă se iau 3 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
13. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 3 puncte coliniare A_1, ..., A_3 sunt determinate de ele?
14. Câte drepte determină 3 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
15. Pe o dreaptă se iau 4 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
16. Câte drepte determină 4 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
17. Pe o dreaptă se iau 5 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
18. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 5 puncte coliniare A_1, ..., A_5 sunt determinate de ele?
19. Câte drepte determină 5 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
20. Pe o dreaptă se iau 6 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?

21. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 6 puncte coliniare A_1, ..., A_6 sunt determinate de ele?
22. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 7 puncte coliniare A_1, ..., A_7 sunt determinate de ele?
23. Câte drepte determină 7 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
24. Pe o dreaptă se iau 8 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
25. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 8 puncte coliniare A_1, ..., A_8 sunt determinate de ele?
26. Câte drepte determină 8 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
27. Pe o dreaptă se iau 9 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
28. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 9 puncte coliniare A_1, ..., A_9 sunt determinate de ele?
29. Câte drepte determină 9 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
30. Pe o dreaptă se iau 10 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
31. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 10 puncte coliniare A_1, ..., A_{10} sunt determinate de ele?
32. Câte drepte determină 10 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
33. Pe o dreaptă se iau 11 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
34. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 11 puncte coliniare A_1, ..., A_{11} sunt determinate de ele?
35. Câte drepte determină 11 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
36. Pe o dreaptă se iau 12 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
37. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 12 puncte coliniare A_1, ..., A_{12} sunt determinate de ele?
38. Câte drepte determină 12 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
39. Pe o dreaptă se iau 13 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
40. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 13 puncte coliniare A_1, ..., A_{13} sunt determinate de ele?
41. Câte drepte determină 13 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?

42. Pe o dreaptă se iau 14 puncte distincte. Câte segmente determină (cu capetele în aceste puncte)?
43. Câte semidrepte cu originea într-unul dintre cele 14 puncte coliniare A_1, ..., A_{14} sunt determinate de ele?
44. Câte drepte determină 14 puncte din plan, dintre care oricare trei sunt necoliniare?
45. Pe segmentul [AB] se iau 2 puncte interioare. Câte puncte sunt în total pe segment, cu capetele A și B?
46. Pe segmentul [AB] se iau 3 puncte interioare. Câte puncte sunt în total pe segment, cu capetele A și B?
47. Pe segmentul [AB] se iau 4 puncte interioare. Câte puncte sunt în total pe segment, cu capetele A și B?
48. Pe segmentul [AB] se iau 5 puncte interioare. Câte puncte sunt în total pe segment, cu capetele A și B?
49. Pe segmentul [AB] se iau 6 puncte interioare. Câte puncte sunt în total pe segment, cu capetele A și B?
50. Pe segmentul [AB] se iau 7 puncte interioare. Câte puncte sunt în total pe segment, cu capetele A și B?

▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

1. **o singură dreaptă** — Două puncte distincte determină o dreaptă unică.
2. **trei drepte (câte una prin fiecare pereche)** — Perechile sunt AB, BC și AC: trei drepte.
3. **aparțin aceleiași drepte** — Puncte coliniare = puncte situate pe aceeași dreaptă.
4. **două semidrepte opuse** — Punctul este originea comună a celor două semidrepte opuse.
5. **două semiplane** — Dreapta este frontiera comună a celor două semiplane.
6. **[AB]** — Segmentul are ambele capete incluse: [AB].
7. **2** — Un segment are două capete (extremități).
8. **1** — O semidreaptă are o singură origine.
9. **dreapta** — Dreapta nu are capete; semidreapta are o origine.
10. **diferite (au originile în puncte diferite)** — [AB are originea în A, [BA are originea în B.
11. **nu poate fi măsurată (este nemărginită)** — Segmentul are lungime; dreapta și semidreapta sunt nemărginite.
12. **3** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $3 \cdot 2 : 2 = 3$.
13. **6** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 3 = 6$.
14. **3** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $3 \cdot 2 : 2 = 3$.
15. **6** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $4 \cdot 3 : 2 = 6$.

16. **6** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $4 \cdot 3 : 2 = 6$.
17. **10** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $5 \cdot 4 : 2 = 10$.
18. **10** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 5 = 10$.
19. **10** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $5 \cdot 4 : 2 = 10$.
20. **15** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $6 \cdot 5 : 2 = 15$.
21. **12** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 6 = 12$.
22. **14** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 7 = 14$.
23. **21** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $7 \cdot 6 : 2 = 21$.
24. **28** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $8 \cdot 7 : 2 = 28$.
25. **16** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 8 = 16$.
26. **28** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $8 \cdot 7 : 2 = 28$.
27. **36** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $9 \cdot 8 : 2 = 36$.
28. **18** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 9 = 18$.
29. **36** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $9 \cdot 8 : 2 = 36$.
30. **45** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $10 \cdot 9 : 2 = 45$.
31. **20** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 10 = 20$.
32. **45** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $10 \cdot 9 : 2 = 45$.
33. **55** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $11 \cdot 10 : 2 = 55$.
34. **22** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 11 = 22$.
35. **55** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $11 \cdot 10 : 2 = 55$.
36. **66** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $12 \cdot 11 : 2 = 66$.
37. **24** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 12 = 24$.
38. **66** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $12 \cdot 11 : 2 = 66$.
39. **78** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $13 \cdot 12 : 2 = 78$.
40. **26** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 13 = 26$.
41. **78** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $13 \cdot 12 : 2 = 78$.
42. **91** — Fiecare pereche de puncte dă un segment: $14 \cdot 13 : 2 = 91$.
43. **28** — Fiecare punct este originea a două semidrepte opuse: $2 \cdot 14 = 28$.
44. **91** — Fiecare pereche de puncte determină o dreaptă: $14 \cdot 13 : 2 = 91$.
45. **4** — Cele 2 puncte și cele două capete: 4.
46. **5** — Cele 3 puncte și cele două capete: 5.
47. **6** — Cele 4 puncte și cele două capete: 6.
48. **7** — Cele 5 puncte și cele două capete: 7.

49. **8** — Cele 6 puncte și cele două capete: 8.
50. **9** — Cele 7 puncte și cele două capete: 9.

Nivel mediu (50 de exerciţii)

1. Pe o dreaptă se iau 22 puncte distincte. Câte segmente determină?
2. Câte drepte determină 22 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
3. Pe un segment [AB] se iau 22 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 24 puncte?
4. Pe o dreaptă se iau 18 puncte distincte. Câte segmente determină?
5. Pe un segment [AB] se iau 18 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 20 puncte?
6. Pe o dreaptă sunt 18 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
7. Câte drepte determină 12 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
8. Pe un segment [AB] se iau 12 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 14 puncte?
9. Pe o dreaptă sunt 12 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
10. Pe o dreaptă se iau 13 puncte distincte. Câte segmente determină?
11. Câte drepte determină 13 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
12. Pe un segment [AB] se iau 13 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 15 puncte?
13. Pe o dreaptă sunt 13 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
14. Pe o dreaptă se iau 21 puncte distincte. Câte segmente determină?
15. Câte drepte determină 21 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
16. Pe un segment [AB] se iau 21 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 23 puncte?
17. Pe un segment [AB] se iau 24 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 26 puncte?
18. Pe o dreaptă se iau 17 puncte distincte. Câte segmente determină?
19. Câte drepte determină 17 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
20. Pe un segment [AB] se iau 17 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 19 puncte?
21. Pe o dreaptă sunt 17 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?

22. Pe o dreaptă se iau 19 puncte distincte. Câte segmente determină?
23. Câte drepte determină 19 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
24. Pe un segment [AB] se iau 19 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 21 puncte?
25. Pe o dreaptă sunt 19 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
26. Câte drepte determină 23 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
27. Pe o dreaptă sunt 23 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
28. Pe o dreaptă se iau 11 puncte distincte. Câte segmente determină?
29. Câte drepte determină 11 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
30. Pe un segment [AB] se iau 11 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 13 puncte?
31. Câte drepte determină 25 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
32. Pe o dreaptă se iau 20 puncte distincte. Câte segmente determină?
33. Câte drepte determină 20 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
34. Pe o dreaptă sunt 20 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
35. Câte drepte determină 9 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
36. Pe un segment [AB] se iau 9 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 11 puncte?
37. Pe o dreaptă sunt 9 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
38. Pe o dreaptă se iau 14 puncte distincte. Câte segmente determină?
39. Câte drepte determină 14 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
40. Pe un segment [AB] se iau 14 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 16 puncte?
41. Câte drepte determină 16 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
42. Pe un segment [AB] se iau 16 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 18 puncte?
43. Pe o dreaptă sunt 16 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
44. Pe o dreaptă se iau 10 puncte distincte. Câte segmente determină?
45. Câte drepte determină 10 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
46. Pe un segment [AB] se iau 10 puncte interioare. Câte segmente se formează, având capetele printre cele 12 puncte?

47. Pe o dreaptă sunt 10 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?
48. Pe o dreaptă se iau 15 puncte distincte. Câte segmente determină?
49. Câte drepte determină 15 puncte din plan, oricare trei necoliniare?
50. Pe o dreaptă sunt 15 puncte distincte. Câte semidrepte cu originea în aceste puncte sunt determinate?

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **231** — $22 \cdot 21 : 2 = 231$.
2. **231** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: $22 \cdot 21 : 2 = 231$.
3. **276** — Sunt 24 puncte coliniare: $24 \cdot 23 : 2 = 276$.
4. **153** — $18 \cdot 17 : 2 = 153$.
5. **190** — Sunt 20 puncte coliniare: $20 \cdot 19 : 2 = 190$.
6. **36** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: $2 \cdot 18 = 36$.
7. **66** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: $12 \cdot 11 : 2 = 66$.
8. **91** — Sunt 14 puncte coliniare: $14 \cdot 13 : 2 = 91$.
9. **24** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: $2 \cdot 12 = 24$.
10. **78** — $13 \cdot 12 : 2 = 78$.
11. **78** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: $13 \cdot 12 : 2 = 78$.
12. **105** — Sunt 15 puncte coliniare: $15 \cdot 14 : 2 = 105$.
13. **26** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: $2 \cdot 13 = 26$.
14. **210** — $21 \cdot 20 : 2 = 210$.
15. **210** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: $21 \cdot 20 : 2 = 210$.
16. **253** — Sunt 23 puncte coliniare: $23 \cdot 22 : 2 = 253$.
17. **325** — Sunt 26 puncte coliniare: $26 \cdot 25 : 2 = 325$.
18. **136** — $17 \cdot 16 : 2 = 136$.
19. **136** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: $17 \cdot 16 : 2 = 136$.
20. **171** — Sunt 19 puncte coliniare: $19 \cdot 18 : 2 = 171$.
21. **34** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: $2 \cdot 17 = 34$.
22. **171** — $19 \cdot 18 : 2 = 171$.
23. **171** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: $19 \cdot 18 : 2 = 171$.
24. **210** — Sunt 21 puncte coliniare: $21 \cdot 20 : 2 = 210$.
25. **38** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: $2 \cdot 19 = 38$.

26. **253** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 23 · 22 : 2 = 253.
27. **46** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: 2 · 23 = 46.
28. **55** — 11 · 10 : 2 = 55.
29. **55** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 11 · 10 : 2 = 55.
30. **78** — Sunt 13 puncte coliniare: 13 · 12 : 2 = 78.
31. **300** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 25 · 24 : 2 = 300.
32. **190** — 20 · 19 : 2 = 190.
33. **190** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 20 · 19 : 2 = 190.
34. **40** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: 2 · 20 = 40.
35. **36** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 9 · 8 : 2 = 36.
36. **55** — Sunt 11 puncte coliniare: 11 · 10 : 2 = 55.
37. **18** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: 2 · 9 = 18.
38. **91** — 14 · 13 : 2 = 91.
39. **91** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 14 · 13 : 2 = 91.
40. **120** — Sunt 16 puncte coliniare: 16 · 15 : 2 = 120.
41. **120** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 16 · 15 : 2 = 120.
42. **153** — Sunt 18 puncte coliniare: 18 · 17 : 2 = 153.
43. **32** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: 2 · 16 = 32.
44. **45** — 10 · 9 : 2 = 45.
45. **45** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 10 · 9 : 2 = 45.
46. **66** — Sunt 12 puncte coliniare: 12 · 11 : 2 = 66.
47. **20** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: 2 · 10 = 20.
48. **105** — 15 · 14 : 2 = 105.
49. **105** — Fiecare pereche de puncte dă o dreaptă: 15 · 14 : 2 = 105.
50. **30** — Fiecare punct este origine pentru două semidrepte: 2 · 15 = 30.

Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Se consideră 34 puncte în plan, dintre care exact 5 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
2. Se consideră 23 puncte în plan, dintre care exact 4 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
3. Se consideră 29 puncte în plan, dintre care exact 18 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?

4. Se știe că 325 segmente sunt determinate de puncte coliniare distincte (capetele în aceste puncte). Câte puncte sunt?
5. Se știe că 378 segmente sunt determinate de puncte coliniare distincte (capetele în aceste puncte). Câte puncte sunt?
6. Punctele A_1, A_2, ..., A_7 sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 4 cm?
7. Punctele A_1, A_2, ..., A_{23} sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 2 cm?
8. Punctele A_1, A_2, ..., A_{40} sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 1 cm?
9. Punctele A_1, A_2, ..., A_{22} sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 3 cm?
10. Pe o dreaptă d se iau 5 puncte, iar în afara ei 9 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
11. Pe o dreaptă d se iau 29 puncte, iar în afara ei 7 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
12. Pe o dreaptă d se iau 16 puncte, iar în afara ei 5 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
13. Se consideră 10 puncte în plan, dintre care exact 4 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
14. Se consideră 14 puncte în plan, dintre care exact 9 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
15. Pe o dreaptă d se iau 8 puncte, iar în afara ei 9 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
16. Se consideră 21 puncte în plan, dintre care exact 7 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
17. Se consideră 40 puncte în plan, dintre care exact 18 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?

18. Pe o dreaptă d se iau 22 puncte, iar în afara ei 4 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
19. Pe o dreaptă d se iau 13 puncte, iar în afara ei 12 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
20. Se consideră 40 puncte în plan, dintre care exact 11 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
21. Pe o dreaptă d se iau 28 puncte, iar în afara ei 11 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
22. Pe o dreaptă d se iau 25 puncte, iar în afara ei 9 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
23. Pe o dreaptă d se iau 10 puncte, iar în afara ei 4 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
24. Pe o dreaptă d se iau 9 puncte, iar în afara ei 5 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
25. Se consideră 24 puncte în plan, dintre care exact 18 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
26. Se consideră 33 puncte în plan, dintre care exact 5 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
27. Se consideră 10 puncte în plan, dintre care exact 5 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
28. Punctele A_1, A_2, ..., A_6 sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 2 cm?
29. Pe o dreaptă d se iau 13 puncte, iar în afara ei 5 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?

30. Pe o dreaptă d se iau 13 puncte, iar în afara ei 9 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
31. Pe o dreaptă d se iau 16 puncte, iar în afara ei 6 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
32. Pe o dreaptă d se iau 8 puncte, iar în afara ei 12 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
33. Se consideră 15 puncte în plan, dintre care exact 10 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
34. Se consideră 29 puncte în plan, dintre care exact 9 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
35. Punctele A_1, A_2, ..., A_{24} sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 1 cm?
36. Pe o dreaptă d se iau 20 puncte, iar în afara ei 6 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
37. Se consideră 32 puncte în plan, dintre care exact 5 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
38. Punctele A_1, A_2, ..., A_{11} sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 2 cm?
39. Pe o dreaptă d se iau 5 puncte, iar în afara ei 6 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
40. Pe o dreaptă d se iau 8 puncte, iar în afara ei 6 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
41. Se consideră 31 puncte în plan, dintre care exact 22 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
42. Punctele A_1, A_2, ..., A_{22} sunt coliniare, în această ordine, iar A_iA_{i+1} = 1 cm pentru fiecare i. Câte segmente determinate de aceste puncte au lungimea 4 cm?

43. Se consideră 27 puncte în plan, dintre care exact 7 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
44. Pe o dreaptă d se iau 22 puncte, iar în afara ei 12 puncte, astfel încât oricare trei dintre punctele din afara dreptei sunt necoliniare și nicio dreaptă care trece prin două puncte exterioare nu conține vreun punct de pe d. Câte drepte sunt determinate de toate punctele (inclusiv d)?
45. Se consideră 24 puncte în plan, dintre care exact 7 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
46. Se consideră 17 puncte în plan, dintre care exact 14 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
47. Se consideră 37 puncte în plan, dintre care exact 33 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
48. Se consideră 36 puncte în plan, dintre care exact 21 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
49. Se consideră 20 puncte în plan, dintre care exact 8 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?
50. Se consideră 35 puncte în plan, dintre care exact 31 sunt coliniare, iar oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Câte drepte determină?

▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **552** — Fără coliniaritate ar fi 561 drepte; cele 10 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 561 − 10 + 1 = 552.
2. **248** — Fără coliniaritate ar fi 253 drepte; cele 6 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 253 − 6 + 1 = 248.
3. **254** — Fără coliniaritate ar fi 406 drepte; cele 153 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 406 − 153 + 1 = 254.
4. **26** — $n(n-1) : 2 = 325 \Rightarrow n(n-1) = 650 = 26 \cdot 25$, deci $n = 26$.
5. **28** — $n(n-1) : 2 = 378 \Rightarrow n(n-1) = 756 = 28 \cdot 27$, deci $n = 28$.
6. **3** — Segmentele A_iA_{i+4} cu i de la 1 la 3: 3 segmente.
7. **21** — Segmentele A_iA_{i+2} cu i de la 1 la 21: 21 segmente.
8. **39** — Segmentele A_iA_{i+1} cu i de la 1 la 39: 39 segmente.
9. **19** — Segmentele A_iA_{i+3} cu i de la 1 la 19: 19 segmente.
10. **82** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (36) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (5 · 9) = 82.
11. **225** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (21) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (29 · 7) = 225.

12. **91** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (10) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (16 · 5) = 91.
13. **40** — Fără coliniaritate ar fi 45 drepte; cele 6 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 45 − 6 + 1 = 40.
14. **56** — Fără coliniaritate ar fi 91 drepte; cele 36 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 91 − 36 + 1 = 56.
15. **109** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (36) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (8 · 9) = 109.
16. **190** — Fără coliniaritate ar fi 210 drepte; cele 21 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 210 − 21 + 1 = 190.
17. **628** — Fără coliniaritate ar fi 780 drepte; cele 153 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 780 − 153 + 1 = 628.
18. **95** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (6) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (22 · 4) = 95.
19. **223** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (66) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (13 · 12) = 223.
20. **726** — Fără coliniaritate ar fi 780 drepte; cele 55 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 780 − 55 + 1 = 726.
21. **364** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (55) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (28 · 11) = 364.
22. **262** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (36) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (25 · 9) = 262.
23. **47** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (6) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (10 · 4) = 47.
24. **56** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (10) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (9 · 5) = 56.
25. **124** — Fără coliniaritate ar fi 276 drepte; cele 153 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 276 − 153 + 1 = 124.
26. **519** — Fără coliniaritate ar fi 528 drepte; cele 10 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 528 − 10 + 1 = 519.
27. **36** — Fără coliniaritate ar fi 45 drepte; cele 10 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 45 − 10 + 1 = 36.
28. **4** — Segmentele A_iA_{i+2} cu i de la 1 la 4: 4 segmente.
29. **76** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (10) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (13 · 5) = 76.
30. **154** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (36) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (13 · 9) = 154.

31. **112** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (15) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (16 · 6) = 112.
32. **163** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (66) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (8 · 12) = 163.
33. **61** — Fără coliniaritate ar fi 105 drepte; cele 45 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 105 − 45 + 1 = 61.
34. **371** — Fără coliniaritate ar fi 406 drepte; cele 36 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 406 − 36 + 1 = 371.
35. **23** — Segmentele A_iA_{i+1} cu i de la 1 la 23: 23 segmente.
36. **136** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (15) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (20 · 6) = 136.
37. **487** — Fără coliniaritate ar fi 496 drepte; cele 10 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 496 − 10 + 1 = 487.
38. **9** — Segmentele A_iA_{i+2} cu i de la 1 la 9: 9 segmente.
39. **46** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (15) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (5 · 6) = 46.
40. **64** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (15) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (8 · 6) = 64.
41. **235** — Fără coliniaritate ar fi 465 drepte; cele 231 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 465 − 231 + 1 = 235.
42. **18** — Segmentele A_iA_{i+4} cu i de la 1 la 18: 18 segmente.
43. **331** — Fără coliniaritate ar fi 351 drepte; cele 21 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 351 − 21 + 1 = 331.
44. **331** — Dreapta d (1) + dreptele prin două puncte exterioare (66) + dreptele prin un punct de pe d și unul exterior (22 · 12) = 331.
45. **256** — Fără coliniaritate ar fi 276 drepte; cele 21 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 276 − 21 + 1 = 256.
46. **46** — Fără coliniaritate ar fi 136 drepte; cele 91 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 136 − 91 + 1 = 46.
47. **139** — Fără coliniaritate ar fi 666 drepte; cele 528 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 666 − 528 + 1 = 139.
48. **421** — Fără coliniaritate ar fi 630 drepte; cele 210 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 630 − 210 + 1 = 421.
49. **163** — Fără coliniaritate ar fi 190 drepte; cele 28 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 190 − 28 + 1 = 163.
50. **131** — Fără coliniaritate ar fi 595 drepte; cele 465 perechi dintre punctele coliniare dau aceeași dreaptă: 595 − 465 + 1 = 131.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 5-a