Nivel avansat – Împărțirea cu rest

Clasa a 5-a · 50 de probleme. Răspunsurile și rezolvările sunt la sfârșit.

1. Aflați cel mai mic număr natural nenul care împărțit la 6 dă restul 4, iar împărțit la 11 dă restul 7.

Răspuns = _____

2. Suma tuturor resturilor posibile la împărțirea unui număr natural la n este 120. Aflați n.

Răspuns = _____

3. Suma tuturor resturilor posibile la împărțirea unui număr natural la n este 190. Aflați n.

Răspuns = _____

4. Numerele a și b, împărțite la 40, dau câturile 23, respectiv 39, și resturile 39, respectiv 38. Aflați câtul și restul împărțirii (a + b) : 40.

cât = _____ **rest** = _____

5. Un număr natural împărțit la 8 dă câtul 23 și restul 2. Dacă mărim numărul cu 22, ce cât și ce rest obținem la împărțirea noului număr la 8?

cât = _____ **rest** = _____

6. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 17 dă câtul de 6 ori mai mare decât restul.

A) 1658 **B)** 1647 **C)** 1748
D) 1648 **E)** 1650

7. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 25 dau câtul de 7 ori mai mic decât restul.

numerele = _____

8. Un număr natural împărțit la 30 dă câtul 41 și restul 18. Dacă mărim numărul cu 105, ce cât și ce rest obținem la împărțirea noului număr la 30?

cât = _____ **rest** = _____

9. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 15 dă câtul de 2 ori mai mare decât restul.

Răspuns = _____

10. Numerele a și b, împărțite la 10, dau câturile 42, respectiv 33, și resturile 8, respectiv 7. Aflați câtul și restul împărțirii (a + b) : 10.

cât = _____ **rest** = _____

11. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 14 dau câtul de 4 ori mai mic decât restul.

numerele = _____

12. Aflați cel mai mic număr natural nenul care împărțit la 5 dă restul 3, iar împărțit la 7 dă restul 6.

A) 24 **B)** 12 **C)** 13
D) 14 **E)** 15

13. Două numere naturale nenule, împărțite la 14, dau resturi diferite și, de fiecare dată, câtul este de 6 ori mai mic decât restul. Aflați suma celor două numere.

Răspuns = _____

14. Determinați numărul natural nenul n, știind că suma resturilor posibile la împărțirea cu n este egală cu 9·n.

Răspuns = _____

15. Aflați cel mai mic număr natural nenul care împărțit la 5 dă restul 3, iar împărțit la 8 dă restul 2.

Răspuns = _____

16. Mai multe numere naturale consecutive, dintre care cel mai mic se împarte exact la 7, se împart la 7. Suma resturilor obținute este 27. Se adună cel mai mic și cel mai mare dintre aceste numere, iar suma se împarte la 7. Ce rest se obține?

A) 2 **B)** 5 **C)** 14
D) 3 **E)** 1

17. Aflați cel mai mic număr natural nenul care împărțit la 6 dă restul 4, iar împărțit la 7 dă restul 4.

Răspuns = _____

18. Numerele a și b, împărțite la 23, dau câturile 18, respectiv 43, și resturile 13, respectiv 20. Aflați câtul și restul împărțirii (a + b) : 23.

cât = _____ **rest** = _____

19. Un număr natural împărțit la 31 dă câtul 55 și restul 28. Dacă mărim numărul cu 127, ce cât și ce rest obținem la împărțirea noului număr la 31?

cât = _____ **rest** = _____

20. Două numere naturale nenule, împărțite la 20, dau resturi diferite și, de fiecare dată, câtul este de 7 ori mai mic decât restul. Aflați suma celor două numere.

Răspuns = _____

21. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 18 dă câtul de 3 ori mai mare decât restul.

Răspuns = _____

22. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 9 dau câtul de 2 ori mai mare decât restul.

numerele = _____

23. Numerele a și b, împărțite la 36, dau câturile 10, respectiv 8, și resturile 21, respectiv 26. Aflați câtul și restul împărțirii (a + b) : 36.

cât = _____ **rest** = _____

24. Mai multe numere naturale consecutive, dintre care cel mai mic se împarte exact la 7, se împart la 7. Suma resturilor obținute este 42. Se adună cel mai mic și cel mai mare dintre aceste numere, iar suma se împarte la 7. Ce rest se obține?

A) 5 **B)** 0 **C)** 3
D) 10 **E)** 1

25. Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, cu a ≠ 0, care împărțite la a + b dau câtul 6 și restul 1.

numerele = _____

26. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 6 dau câtul de 2 ori mai mare decât restul.

numerele = _____

27. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 8 dau câtul egal cu restul.

numerele = _____

28. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 9 dau câtul egal cu restul.

numerele = _____

29. Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, cu a ≠ 0, care împărțite la a + b dau câtul 5 și restul 5.

numerele = _____

30. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 27 dau câtul de 8 ori mai mic decât restul.

numerele = _____

31. Un număr natural împărțit la 18 dă câtul 72 și restul 13. Dacă mărim numărul cu 79, ce cât și ce rest obținem la împărțirea noului număr la 18?

cât = _____ **rest** = _____

32. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 38 dă câtul de 3 ori mai mare decât restul.

Răspuns = _____

33. Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, cu a ≠ 0, care împărțite la a + b dau câtul 6 și restul 4.

numerele = _____

34. Două numere naturale nenule, împărțite la 16, dau resturi diferite și, de fiecare dată, câtul este de 6 ori mai mic decât restul. Aflați suma celor două numere.

Răspuns = _____

35. Mai multe numere naturale consecutive, dintre care cel mai mic se împarte exact la 7, se împart la 7. Suma resturilor obținute este 52. Se adună cel mai mic și cel mai mare dintre aceste numere, iar suma se împarte la 7. Ce rest se obține?

A) 5 **B)** 14 **C)** 15
D) 8 **E)** 4

36. Numerele a și b, împărțite la 33, dau câturile 36, respectiv 51, și resturile 29, respectiv 19. Aflați câtul și restul împărțirii (a + b) : 33.

cât = _____ **rest** = _____

37. Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, cu a ≠ 0, care împărțite la a + b dau câtul 5 și restul 9.

numerele = _____

38. Două numere naturale nenule, împărțite la 17, dau resturi diferite și, de fiecare dată, câtul este de 6 ori mai mic decât restul. Aflați suma celor două numere.

Răspuns = _____

39. Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, cu a ≠ 0, care împărțite la a + b dau câtul 6 și restul 7.

numerele = _____

40. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 41 dă câtul de 2 ori mai mare decât restul.

Răspuns = _____

41. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 18 dau câtul de 6 ori mai mic decât restul.

numerele = _____

42. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 23 dau câtul de 8 ori mai mic decât restul.

numerele = _____

43. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 8 dau câtul de 3 ori mai mare decât restul.

numerele = _____

44. Suma tuturor resturilor posibile la împărțirea unui număr natural la n este 136. Aflați n.

A) 15 **B)** 28 **C)** 34
D) 16 **E)** 17

45. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 7 dau câtul de 2 ori mai mare decât restul.

numerele = _____

46. Numerele a și b, împărțite la 18, dau câturile 18, respectiv 43, și resturile 12, respectiv 13. Aflați câtul și restul împărțirii (a + b) : 18.

cât = _____ **rest** = _____

47. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 44 dă câtul de 2 ori mai mare decât restul.

Răspuns = _____

48. Mai multe numere naturale consecutive, dintre care cel mai mic se împarte exact la 9, se împart la 9. Suma resturilor obținute este 123. Se adună cel mai mic și cel mai mare dintre aceste numere, iar suma se împarte la 9. Ce rest se obține?

Răspuns = _____

49. Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, cu a ≠ 0, care împărțite la a + b dau câtul 8 și restul 7.

numerele = _____

50. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 33 dau câtul de 5 ori mai mic decât restul.

numerele = _____

Răspunsuri și rezolvări

1. 40

Numerele cu rest 4 la 6 sunt: 4, 10, 16, 22, 28, 34, 40. Primul care dă restul 7 la împărțirea cu 11 este 40.

2. 16

Resturile sunt 0, 1, ..., n−1, cu suma n·(n−1) : 2 = 120. Deci n·(n−1) = 240 = 16·15, de unde n = 16.

3. 20

Resturile sunt 0, 1, ..., n−1, cu suma n·(n−1) : 2 = 190. Deci n·(n−1) = 380 = 20·19, de unde n = 20.

4. cât = 63; rest = 37

a = 40·23 + 39, b = 40·39 + 38. Atunci a + b = 40·(23+39) + (39+38) = 40·62 + 77. Dar 77 = 40·1 + 37, deci a + b = 40·63 + 37. Câtul este 63, restul 37.

5. cât = 26; rest = 0

Numărul este 8·23+2 = 186. Noul număr: 186 + 22 = 208. Atunci 208 : 8 = 26 rest 0. Proba: 8·26+0 = 208.

6. D) 1648

q = 6·r și r ≤ 16. Cel mai mare număr: r = 16, q = 96. a = 17·96 + 16 = 1648.

7. numerele = 32,64,96

Restul r este multiplu de 7, r < 25, și q = r : 7 (q ≥ 1). Pentru r ∈ {7, 14, 21} se obțin câturile 1, 2, 3, deci numerele: 32, 64, 96.

8. cât = 45; rest = 3

Numărul este 30·41+18 = 1248. Noul număr: 1248 + 105 = 1353. Atunci 1353 : 30 = 45 rest 3. Proba: 30·45+3 = 1353.

9. 434

q = 2·r și r ≤ 14. Cel mai mare număr: r = 14, q = 28. a = 15·28 + 14 = 434.

10. cât = 76; rest = 5

a = 10·42 + 8, b = 10·33 + 7. Atunci a + b = 10·(42+33) + (8+7) = 10·75 + 15. Dar 15 = 10·1 + 5, deci a + b = 10·76 + 5. Câtul este 76, restul 5.

11. numerele = 18,36,54

Restul r este multiplu de 4, r < 14, și q = r : 4 (q ≥ 1). Pentru r ∈ {4, 8, 12} se obțin câturile 1, 2, 3, deci numerele: 18, 36, 54.

12. C) 13

Numerele cu rest 3 la 5 sunt: 3, 8, 13. Primul care dă restul 6 la împărțirea cu 7 este 13.

13. 60

r = 6·q, r < 14, r ≠ 0. Posibil: r = 6 (q = 1) și r = 12 (q = 2). Numerele: 14·1+6 = 20 și 14·2+12 = 40. Suma: 60.

14. 19

Resturile posibile sunt 0, 1, ..., n−1, cu suma n·(n−1) : 2. Din n·(n−1) : 2 = 9·n obținem (n−1) : 2 = 9, deci n − 1 = 18 și n = 19.

15. 18

Numerele cu rest 3 la 5 sunt: 3, 8, 13, 18. Primul care dă restul 2 la împărțirea cu 8 este 18.

16. D) 3

Resturile sunt 0, 1, ..., 6, apoi se repetă. Un ciclu complet are suma 21. Cum 27 = 1·21 + 6, avem 1 cicluri complete și încă resturile 0, 1, ..., 3 (suma 6). Ultimul număr dă restul 3. Primul dă restul 0, deci suma lor dă restul 3.

17. 4

Numerele cu rest 4 la 6 sunt: 4. Primul care dă restul 4 la împărțirea cu 7 este 4.

18. cât = 62; rest = 10

a = 23·18 + 13, b = 23·43 + 20. Atunci a + b = 23·(18+43) + (13+20) = 23·61 + 33. Dar 33 = 23·1 + 10, deci a + b = 23·62 + 10. Câtul este 62, restul 10.

19. cât = 60; rest = 0

Numărul este 31·55+28 = 1733. Noul număr: 1733 + 127 = 1860. Atunci 1860 : 31 = 60 rest 0. Proba: 31·60+0 = 1860.

20. 81

r = 7·q, r < 20, r ≠ 0. Posibil: r = 7 (q = 1) și r = 14 (q = 2). Numerele: 20·1+7 = 27 și 20·2+14 = 54. Suma: 81.

21. 935

q = 3·r și r ≤ 17. Cel mai mare număr: r = 17, q = 51. a = 18·51 + 17 = 935.

22. numerele = 19,38,57,76,95,114,133,152

Notăm restul cu r (1 ≤ r ≤ 8); câtul este q = 2·r. Atunci a = 9·2r + r = r·19. Pentru r = 1, ..., 8 obținem: 19, 38, 57, 76, 95, 114, 133, 152.

23. cât = 19; rest = 11

a = 36·10 + 21, b = 36·8 + 26. Atunci a + b = 36·(10+8) + (21+26) = 36·18 + 47. Dar 47 = 36·1 + 11, deci a + b = 36·19 + 11. Câtul este 19, restul 11.

24. B) 0

Resturile sunt 0, 1, ..., 6, apoi se repetă. Un ciclu complet are suma 21. Cum 42 = 2·21 + 0, avem 2 cicluri complete și încă resturile 0, 1, ..., 0 (suma 0). Ultimul număr dă restul 0. Primul dă restul 0, deci suma lor dă restul 0.

25. numerele = 43,97

Încercăm pe rând cifrele. Condiția este $\overline{ab}$ = (a+b)·6 + 1, cu 1 < a + b. Verificând toate numerele de două cifre, singurele care îndeplinesc condiția sunt: 43, 97. (De exemplu 43 : 7 = 6 rest 1.)

26. numerele = 13,26,39,52,65

Notăm restul cu r (1 ≤ r ≤ 5); câtul este q = 2·r. Atunci a = 6·2r + r = r·13. Pentru r = 1, ..., 5 obținem: 13, 26, 39, 52, 65.

27. numerele = 9,18,27,36,45,54,63

Notăm restul cu r (1 ≤ r ≤ 7); câtul este q = 1·r. Atunci a = 8·1r + r = r·9. Pentru r = 1, ..., 7 obținem: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63.

28. numerele = 10,20,30,40,50,60,70,80

Notăm restul cu r (1 ≤ r ≤ 8); câtul este q = 1·r. Atunci a = 9·1r + r = r·10. Pentru r = 1, ..., 8 obținem: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80.

29. numerele = 55

Încercăm pe rând cifrele. Condiția este $\overline{ab}$ = (a+b)·5 + 5, cu 5 < a + b. Verificând toate numerele de două cifre, singurele care îndeplinesc condiția sunt: 55. (De exemplu 55 : 10 = 5 rest 5.)

30. numerele = 35,70,105

Restul r este multiplu de 8, r < 27, și q = r : 8 (q ≥ 1). Pentru r ∈ {8, 16, 24} se obțin câturile 1, 2, 3, deci numerele: 35, 70, 105.

31. cât = 77; rest = 2

Numărul este 18·72+13 = 1309. Noul număr: 1309 + 79 = 1388. Atunci 1388 : 18 = 77 rest 2. Proba: 18·77+2 = 1388.

32. 4255

q = 3·r și r ≤ 37. Cel mai mare număr: r = 37, q = 111. a = 38·111 + 37 = 4255.

33. numerele = 64

Încercăm pe rând cifrele. Condiția este $\overline{ab}$ = (a+b)·6 + 4, cu 4 < a + b. Verificând toate numerele de două cifre, singurele care îndeplinesc condiția sunt: 64. (De exemplu 64 : 10 = 6 rest 4.)

34. 66

r = 6·q, r < 16, r ≠ 0. Posibil: r = 6 (q = 1) și r = 12 (q = 2). Numerele: 16·1+6 = 22 și 16·2+12 = 44. Suma: 66.

35. E) 4

Resturile sunt 0, 1, ..., 6, apoi se repetă. Un ciclu complet are suma 21. Cum 52 = 2·21 + 10, avem 2 cicluri complete și încă resturile 0, 1, ..., 4 (suma 10). Ultimul număr dă restul 4. Primul dă restul 0, deci suma lor dă restul 4.

36. cât = 88; rest = 15

a = 33·36 + 29, b = 33·51 + 19. Atunci a + b = 33·(36+51) + (29+19) = 33·87 + 48. Dar 48 = 33·1 + 15, deci a + b = 33·88 + 15. Câtul este 88, restul 15.

37. numerele = 99

Încercăm pe rând cifrele. Condiția este $\overline{ab}$ = (a+b)·5 + 9, cu 9 < a + b. Verificând toate numerele de două cifre, singurele care îndeplinesc condiția sunt: 99. (De exemplu 99 : 18 = 5 rest 9.)

38. 69

$r = 6 \cdot q$, $r < 17$, $r \neq 0$. Posibil: $r = 6$ ($q = 1$) și $r = 12$ ($q = 2$). Numerele: $17 \cdot 1 + 6 = 23$ și $17 \cdot 2 + 12 = 46$. Suma: 69.

39. numerele = 85

Încercăm pe rând cifrele. Condiția este $\overline{ab} = (a+b) \cdot 6 + 7$, cu $7 < a + b$. Verificând toate numerele de două cifre, singurele care îndeplinesc condiția sunt: 85. (De exemplu $85 : 13 = 6$ rest 7.)

40. 3320

$q = 2 \cdot r$ și $r \leq 40$. Cel mai mare număr: $r = 40$, $q = 80$. $a = 41 \cdot 80 + 40 = 3320$.

41. numerele = 24,48

Restul r este multiplu de 6, $r < 18$, și $q = r : 6$ ($q \geq 1$). Pentru $r \in \{6, 12\}$ se obțin câturile 1, 2, deci numerele: 24, 48.

42. numerele = 31,62

Restul r este multiplu de 8, $r < 23$, și $q = r : 8$ ($q \geq 1$). Pentru $r \in \{8, 16\}$ se obțin câturile 1, 2, deci numerele: 31, 62.

43. numerele = 25,50,75,100,125,150,175

Notăm restul cu r ($1 \leq r \leq 7$); câtul este $q = 3 \cdot r$. Atunci $a = 8 \cdot 3r + r = r \cdot 25$. Pentru $r = 1, \ldots, 7$ obținem: 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175.

44. E) 17

Resturile sunt $0, 1, \ldots, n-1$, cu suma $n \cdot (n-1) : 2 = 136$. Deci $n \cdot (n-1) = 272 = 17 \cdot 16$, de unde $n = 17$.

45. numerele = 15,30,45,60,75,90

Notăm restul cu r ($1 \leq r \leq 6$); câtul este $q = 2 \cdot r$. Atunci $a = 7 \cdot 2r + r = r \cdot 15$. Pentru $r = 1, \ldots, 6$ obținem: 15, 30, 45, 60, 75, 90.

46. cât = 62; rest = 7

$a = 18 \cdot 18 + 12$, $b = 18 \cdot 43 + 13$. Atunci $a + b = 18 \cdot (18+43) + (12+13) = 18 \cdot 61 + 25$. Dar $25 = 18 \cdot 1 + 7$, deci $a + b = 18 \cdot 62 + 7$. Câtul este 62, restul 7.

47. 3827

$q = 2 \cdot r$ și $r \leq 43$. Cel mai mare număr: $r = 43$, $q = 86$. $a = 44 \cdot 86 + 43 = 3827$.

48. 5

Resturile sunt $0, 1, \ldots, 8$, apoi se repetă. Un ciclu complet are suma 36. Cum $123 = 3 \cdot 36 + 15$, avem 3 cicluri complete și încă resturile $0, 1, \ldots, 5$ (suma 15). Ultimul număr dă restul 5. Primul dă restul 0, deci suma lor dă restul 5.

49. numerele = 71

Încercăm pe rând cifrele. Condiția este $\overline{ab} = (a+b) \cdot 8 + 7$, cu $7 < a + b$. Verificând toate numerele de două cifre, singurele care îndeplinesc condiția sunt: 71. (De exemplu $71 : 8 = 8$ rest 7.)

50. numerele = 38,76,114,152,190,228

Restul r este multiplu de 5, $r < 33$, și $q = r : 5$ ($q \geq 1$). Pentru $r \in \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ se obțin câturile 1, 2, 3, 4, 5, 6, deci numerele: 38, 76, 114, 152, 190, 228.