Divizori comuni

Divizorii comuni a două numere, cel mai mare divizor comun, numere prime între ele, algoritmul lui Euclid.

Divizorii comuni ai numerelor a și b sunt numerele care divid și pe a, și pe b. Cel mai mare dintre ei se numește **cel mai mare divizor comun**, notat (a, b) sau cmmdc(a, b).

Exemplul 1. $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. Divizorii comuni: {1, 2, 3, 6}, deci (12, 18) = 6.

Calculul cu descompunerea în factori primi

cmmdc = produsul factorilor primi comuni, luați o singură dată, cu cel mai mic exponent

Exemplul 2. $36 = 2^2 \cdot 3^2$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Comuni: 2^2 și 3, deci (36, 60) = 4 · 3 = 12.

Algoritmul lui Euclid

Împărțim numărul mare la cel mic; apoi împărțitorul la rest, și așa mai departe. Ultimul rest nenul este cmmdc.

Exemplul 3. (252, 198): 252 = 198 · 1 + 54; 198 = 54 · 3 + 36; 54 = 36 · 1 + 18; 36 = 18 · 2 + 0. Deci (252, 198) = 18.

Numere prime între ele

Numerele a și b sunt **prime între ele** dacă (a, b) = 1. Două numere consecutive sunt întotdeauna prime între ele.

Probleme cu cmmdc

Exemplul 4. Un dreptunghi de 48 cm × 36 cm se acoperă cu pătrate egale, fără goluri. Cea mai mare latură este (48, 36) = 12 cm; se folosesc (48 : 12) · (36 : 12) = 4 · 3 = 12

pătrate.

Exemplul 5. 24 de fete și 36 de băieți se grupează în echipe identice. Numărul maxim de echipe este (24, 36) = 12 (cu 2 fete și 3 băieți fiecare).

Greșeli frecvente

- cmmdc nu este produsul numerelor (decât dacă sunt prime între ele).
- La descompunere, se iau doar factorii comuni, la exponentul cel mai mic.

Exersează

Calculează (84, 60) prin descompunere și apoi prin algoritmul lui Euclid.

▼ **Arată răspunsul**

$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow 4 \cdot 3 = 12$. Euclid: $84 = 60 \cdot 1 + 24$; $60 = 24 \cdot 2 + 12$; $24 = 12 \cdot 2 + 0 \Rightarrow 12$.

Exerciții

Rezolvă pe caiet, apoi verifică-ți răspunsurile. Exercițiile sunt grupate pe trei niveluri de dificultate. La test vei primi și variante de răspuns.

Nivel ușor (50 de exerciții)

1. Ce sunt divizorii comuni ai numerelor a și b?
2. Când sunt două numere prime între ele?
3. Care este cmmdc al oricărui număr a și al lui 1?
4. Care este cmmdc dintre a și a?
5. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 12 și 21?
6. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 40 și 12?
7. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 18 și 12?
8. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 28 și 16?
9. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 14 și 16?
10. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 18 și 21?
11. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 15 și 35?

12. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 17 și 34?
13. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 24 și 20?
14. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 27 și 24?
15. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 12 și 9?
16. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 32 și 26?
17. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 11 și 33?
18. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 10 și 26?
19. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18?
20. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 8 și 12?
21. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 10 și 15?
22. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 14 și 21?
23. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 18 și 27?
24. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 20 și 30?
25. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 9 și 15?
26. Care este cel mai mare divizor comun al numerelor 24 și 36?
27. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 28 și 38?
28. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 35 și 28?
29. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 40 și 18?
30. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 36 și 28?
31. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 12 și 36?
32. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 22 și 11?
33. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 14 și 24?
34. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 36 și 22?
35. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 30 și 10?
36. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 40 și 25?
37. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 14 și 34?
38. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 32 și 24?
39. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 16 și 18?
40. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 34 și 17?
41. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 34 și 28?
42. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 39 și 27?
43. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 24 și 26?
44. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 16 și 14?

45. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 33 și 27?
46. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 30 și 33?
47. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 38 și 26?
48. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 6 și 28?
49. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 15 și 39?
50. Care sunt divizorii comuni ai numerelor 24 și 16?

▼ **Arată răspunsurile: nivel ușor**

1. **numerele care sunt și divizori ai lui a, și divizori ai lui b** — Divizorii comuni apar în ambele liste de divizori.
2. **când cmmdc-ul lor este 1** — a și b sunt prime între ele (relativ prime) dacă (a, b) = 1.
3. **1** — (a, 1) = 1.
4. **a** — (a, a) = a.
5. **1, 3** — Divizorii lui 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Divizorii lui 21: 1, 3, 7, 21. Comuni: 1, 3.
6. **1, 2, 4** — Divizorii lui 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40. Divizorii lui 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Comuni: 1, 2, 4.
7. **1, 2, 3, 6** — Divizorii lui 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Divizorii lui 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Comuni: 1, 2, 3, 6.
8. **1, 2, 4** — Divizorii lui 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Divizorii lui 16: 1, 2, 4, 8, 16. Comuni: 1, 2, 4.
9. **1, 2** — Divizorii lui 14: 1, 2, 7, 14. Divizorii lui 16: 1, 2, 4, 8, 16. Comuni: 1, 2.
10. **1, 3** — Divizorii lui 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Divizorii lui 21: 1, 3, 7, 21. Comuni: 1, 3.
11. **1, 5** — Divizorii lui 15: 1, 3, 5, 15. Divizorii lui 35: 1, 5, 7, 35. Comuni: 1, 5.
12. **1, 17** — Divizorii lui 17: 1, 17. Divizorii lui 34: 1, 2, 17, 34. Comuni: 1, 17.
13. **1, 2, 4** — Divizorii lui 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Divizorii lui 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20. Comuni: 1, 2, 4.
14. **1, 3** — Divizorii lui 27: 1, 3, 9, 27. Divizorii lui 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Comuni: 1, 3.
15. **1, 3** — Divizorii lui 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Divizorii lui 9: 1, 3, 9. Comuni: 1, 3.
16. **1, 2** — Divizorii lui 32: 1, 2, 4, 8, 16, 32. Divizorii lui 26: 1, 2, 13, 26. Comuni: 1, 2.
17. **1, 11** — Divizorii lui 11: 1, 11. Divizorii lui 33: 1, 3, 11, 33. Comuni: 1, 11.
18. **1, 2** — Divizorii lui 10: 1, 2, 5, 10. Divizorii lui 26: 1, 2, 13, 26. Comuni: 1, 2.
19. **6** — Divizorii comuni sunt 1, 2, 3, 6; cel mai mare este 6.
20. **4** — Divizorii comuni sunt 1, 2, 4; cel mai mare este 4.
21. **5** — Divizorii comuni sunt 1, 5; cel mai mare este 5.
22. **7** — Divizorii comuni sunt 1, 7; cel mai mare este 7.

23. **9** — Divizorii comuni sunt 1, 3, 9; cel mai mare este 9.
24. **10** — Divizorii comuni sunt 1, 2, 5, 10; cel mai mare este 10.
25. **3** — Divizorii comuni sunt 1, 3; cel mai mare este 3.
26. **12** — Divizorii comuni sunt 1, 2, 3, 4, 6, 12; cel mai mare este 12.
27. **1, 2** — Divizorii lui 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Divizorii lui 38: 1, 2, 19, 38. Comuni: 1, 2.
28. **1, 7** — Divizorii lui 35: 1, 5, 7, 35. Divizorii lui 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Comuni: 1, 7.
29. **1, 2** — Divizorii lui 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40. Divizorii lui 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Comuni: 1, 2.
30. **1, 2, 4** — Divizorii lui 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Divizorii lui 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Comuni: 1, 2, 4.
31. **1, 2, 3, 4, 6, 12** — Divizorii lui 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Divizorii lui 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Comuni: 1, 2, 3, 4, 6, 12.
32. **1, 11** — Divizorii lui 22: 1, 2, 11, 22. Divizorii lui 11: 1, 11. Comuni: 1, 11.
33. **1, 2** — Divizorii lui 14: 1, 2, 7, 14. Divizorii lui 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Comuni: 1, 2.
34. **1, 2** — Divizorii lui 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Divizorii lui 22: 1, 2, 11, 22. Comuni: 1, 2.
35. **1, 2, 5, 10** — Divizorii lui 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Divizorii lui 10: 1, 2, 5, 10. Comuni: 1, 2, 5, 10.
36. **1, 5** — Divizorii lui 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40. Divizorii lui 25: 1, 5, 25. Comuni: 1, 5.
37. **1, 2** — Divizorii lui 14: 1, 2, 7, 14. Divizorii lui 34: 1, 2, 17, 34. Comuni: 1, 2.
38. **1, 2, 4, 8** — Divizorii lui 32: 1, 2, 4, 8, 16, 32. Divizorii lui 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Comuni: 1, 2, 4, 8.
39. **1, 2** — Divizorii lui 16: 1, 2, 4, 8, 16. Divizorii lui 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Comuni: 1, 2.
40. **1, 17** — Divizorii lui 34: 1, 2, 17, 34. Divizorii lui 17: 1, 17. Comuni: 1, 17.
41. **1, 2** — Divizorii lui 34: 1, 2, 17, 34. Divizorii lui 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Comuni: 1, 2.
42. **1, 3** — Divizorii lui 39: 1, 3, 13, 39. Divizorii lui 27: 1, 3, 9, 27. Comuni: 1, 3.
43. **1, 2** — Divizorii lui 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Divizorii lui 26: 1, 2, 13, 26. Comuni: 1, 2.
44. **1, 2** — Divizorii lui 16: 1, 2, 4, 8, 16. Divizorii lui 14: 1, 2, 7, 14. Comuni: 1, 2.
45. **1, 3** — Divizorii lui 33: 1, 3, 11, 33. Divizorii lui 27: 1, 3, 9, 27. Comuni: 1, 3.
46. **1, 3** — Divizorii lui 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Divizorii lui 33: 1, 3, 11, 33. Comuni: 1, 3.
47. **1, 2** — Divizorii lui 38: 1, 2, 19, 38. Divizorii lui 26: 1, 2, 13, 26. Comuni: 1, 2.
48. **1, 2** — Divizorii lui 6: 1, 2, 3, 6. Divizorii lui 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Comuni: 1, 2.
49. **1, 3** — Divizorii lui 15: 1, 3, 5, 15. Divizorii lui 39: 1, 3, 13, 39. Comuni: 1, 3.
50. **1, 2, 4, 8** — Divizorii lui 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Divizorii lui 16: 1, 2, 4, 8, 16. Comuni: 1, 2, 4, 8.

Nivel mediu (50 de exerciţii)

1. Care este cmmdc al numerelor 82 și 14?
2. Care este cmmdc al numerelor 13 și 85?
3. Care este cmmdc al numerelor 91 și 57?
4. Care este cmmdc al numerelor 41 și 47?
5. Care este cmmdc al numerelor 51 și 52?
6. Care este cmmdc al numerelor 58 și 56?
7. Care este cmmdc al numerelor 31 și 25?
8. Care este cmmdc al numerelor 45 și 39?
9. Care este cmmdc al numerelor 46 și 85?
10. Care este cmmdc al numerelor 72 și 52?
11. Care este cmmdc al numerelor 35 și 38?
12. Care este cmmdc al numerelor 97 și 39?
13. Care este cmmdc al numerelor 95 și 76?
14. Care este cmmdc al numerelor 65 și 64?
15. Care este cmmdc al numerelor 46 și 74?
16. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 53 și 24 · **B)** 34 și 56 · **C)** 58 și 18 · **D)** 58 și 29 · **E)** 39 și 24
17. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 35 și 20 · **B)** 58 și 26 · **C)** 57 și 19 · **D)** 25 și 9 · **E)** 39 și 39
18. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 54 și 39 · **B)** 50 și 18 · **C)** 57 și 48 · **D)** 30 și 26 · **E)** 59 și 36
19. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 14 și 18 · **B)** 34 și 13 · **C)** 8 și 28 · **D)** 60 și 35 · **E)** 16 și 44
20. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 50 și 56 · **B)** 34 și 40 · **C)** 7 și 22 · **D)** 27 și 42 · **E)** 32 și 24
21. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 45 și 15 · **B)** 12 și 15 · **C)** 13 și 56 · **D)** 28 și 20 · **E)** 58 și 58
22. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 24 și 26 · **B)** 54 și 16 · **C)** 16 și 40 · **D)** 10 și 51 · **E)** 16 și 48
23. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 7 și 42 · **B)** 8 și 14 · **C)** 8 și 9 · **D)** 57 și 12 · **E)** 10 și 45
24. Dacă (a, b) = 1, cât este (a · 2, b · 2)?
25. Care este cmmdc al numerelor 88 și 40?
26. Care este cmmdc al numerelor 76 și 34?

27. Care este cmmdc al numerelor 46 și 27?
28. Care este cmmdc al numerelor 95 și 22?
29. Care este cmmdc al numerelor 62 și 48?
30. Care este cmmdc al numerelor 81 și 44?
31. Care este cmmdc al numerelor 78 și 80?
32. Care este cmmdc al numerelor 56 și 36?
33. Care este cmmdc al numerelor 25 și 60?
34. Care este cmmdc al numerelor 62 și 94?
35. Care este cmmdc al numerelor 85 și 45?
36. Care este cmmdc al numerelor 71 și 14?
37. Care este cmmdc al numerelor 49 și 86?
38. Care este cmmdc al numerelor 35 și 68?
39. Care este cmmdc al numerelor 61 și 17?
40. Care este cmmdc al numerelor 46 și 82?
41. Care este cmmdc al numerelor 79 și 59?
42. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 24 și 57 · **B)** 7 și 49 · **C)** 40 și 37 · **D)** 28 și 50 · **E)** 38 și 28
43. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 8 și 36 · **B)** 14 și 16 · **C)** 29 și 42 · **D)** 40 și 12 · **E)** 16 și 30
44. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 29 și 34 · **B)** 6 și 60 · **C)** 22 și 22 · **D)** 7 și 14 · **E)** 44 și 20
45. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 26 și 13 · **B)** 58 și 28 · **C)** 57 și 30 · **D)** 33 și 39 · **E)** 17 și 15
46. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 36 și 48 · **B)** 40 și 50 · **C)** 41 și 22 · **D)** 38 și 52 · **E)** 54 și 26
47. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 24 și 58 · **B)** 50 și 60 · **C)** 50 și 8 · **D)** 27 și 13 · **E)** 18 și 46
48. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 60 și 6 · **B)** 50 și 40 · **C)** 40 și 54 · **D)** 12 și 15 · **E)** 17 și 36
49. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 21 și 12 · **B)** 52 și 34 · **C)** 58 și 17 · **D)** 7 și 49 · **E)** 48 și 21
50. Care dintre perechile următoare este formată din numere prime între ele?
    Variante: **A)** 46 și 16 · **B)** 32 și 34 · **C)** 51 și 50 · **D)** 40 și 38 · **E)** 12 și 10

▼ **Arată răspunsurile: nivel mediu**

1. **2** — Descompunem: $82 = 2 \cdot 41$, $14 = 2 \cdot 7$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
2. **1** — Descompunem: $13 = 13$, $85 = 5 \cdot 17$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
3. **1** — Descompunem: $91 = 7 \cdot 13$, $57 = 3 \cdot 19$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
4. **1** — Descompunem: $41 = 41$, $47 = 47$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
5. **1** — Descompunem: $51 = 3 \cdot 17$, $52 = 2^2 \cdot 13$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
6. **2** — Descompunem: $58 = 2 \cdot 29$, $56 = 2^3 \cdot 7$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
7. **1** — Descompunem: $31 = 31$, $25 = 5^2$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
8. **3** — Descompunem: $45 = 3^2 \cdot 5$, $39 = 3 \cdot 13$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 3.
9. **1** — Descompunem: $46 = 2 \cdot 23$, $85 = 5 \cdot 17$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
10. **4** — Descompunem: $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $52 = 2^2 \cdot 13$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 4.
11. **1** — Descompunem: $35 = 5 \cdot 7$, $38 = 2 \cdot 19$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
12. **1** — Descompunem: $97 = 97$, $39 = 3 \cdot 13$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
13. **19** — Descompunem: $95 = 5 \cdot 19$, $76 = 2^2 \cdot 19$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 19.
14. **1** — Descompunem: $65 = 5 \cdot 13$, $64 = 2^6$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
15. **2** — Descompunem: $46 = 2 \cdot 23$, $74 = 2 \cdot 37$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
16. **53 și 24** — cmmdc(53, 24) = 1, deci sunt prime între ele.
17. **25 și 9** — cmmdc(25, 9) = 1, deci sunt prime între ele.
18. **59 și 36** — cmmdc(59, 36) = 1, deci sunt prime între ele.
19. **34 și 13** — cmmdc(34, 13) = 1, deci sunt prime între ele.
20. **7 și 22** — cmmdc(7, 22) = 1, deci sunt prime între ele.
21. **13 și 56** — cmmdc(13, 56) = 1, deci sunt prime între ele.
22. **10 și 51** — cmmdc(10, 51) = 1, deci sunt prime între ele.

23. **8 și 9** — cmmdc(8, 9) = 1, deci sunt prime între ele.
24. **2** — (ka, kb) = k · (a, b) = k · 1.
25. **8** — Descompunem: $88 = 2^3 \cdot 11$, $40 = 2^3 \cdot 5$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 8.
26. **2** — Descompunem: $76 = 2^2 \cdot 19$, $34 = 2 \cdot 17$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
27. **1** — Descompunem: $46 = 2 \cdot 23$, $27 = 3^3$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
28. **1** — Descompunem: $95 = 5 \cdot 19$, $22 = 2 \cdot 11$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
29. **2** — Descompunem: $62 = 2 \cdot 31$, $48 = 2^4 \cdot 3$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
30. **1** — Descompunem: $81 = 3^4$, $44 = 2^2 \cdot 11$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
31. **2** — Descompunem: $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$, $80 = 2^4 \cdot 5$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
32. **4** — Descompunem: $56 = 2^3 \cdot 7$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 4.
33. **5** — Descompunem: $25 = 5^2$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 5.
34. **2** — Descompunem: $62 = 2 \cdot 31$, $94 = 2 \cdot 47$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
35. **5** — Descompunem: $85 = 5 \cdot 17$, $45 = 3^2 \cdot 5$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 5.
36. **1** — Descompunem: $71 = 71$, $14 = 2 \cdot 7$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
37. **1** — Descompunem: $49 = 7^2$, $86 = 2 \cdot 43$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
38. **1** — Descompunem: $35 = 5 \cdot 7$, $68 = 2^2 \cdot 17$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
39. **1** — Descompunem: $61 = 61$, $17 = 17$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
40. **2** — Descompunem: $46 = 2 \cdot 23$, $82 = 2 \cdot 41$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 2.
41. **1** — Descompunem: $79 = 79$, $59 = 59$. Factorii comuni, la puterea cea mai mică: cmmdc = 1.
42. **40 și 37** — cmmdc(40, 37) = 1, deci sunt prime între ele.

43. **29 și 42** — cmmdc(29, 42) = 1, deci sunt prime între ele.
44. **29 și 34** — cmmdc(29, 34) = 1, deci sunt prime între ele.
45. **17 și 15** — cmmdc(17, 15) = 1, deci sunt prime între ele.
46. **41 și 22** — cmmdc(41, 22) = 1, deci sunt prime între ele.
47. **27 și 13** — cmmdc(27, 13) = 1, deci sunt prime între ele.
48. **17 și 36** — cmmdc(17, 36) = 1, deci sunt prime între ele.
49. **58 și 17** — cmmdc(58, 17) = 1, deci sunt prime între ele.
50. **51 și 50** — cmmdc(51, 50) = 1, deci sunt prime între ele.

Nivel dificil (50 de exerciţii)

1. Calculează cmmdc al numerelor 360 și 150.
2. Calculează cmmdc al numerelor 546 și 390.
3. Calculează cmmdc al numerelor 231 și 165.
4. Calculează cmmdc al numerelor 420 și 294.
5. Calculează cmmdc al numerelor 288 și 216.
6. Calculează cmmdc al numerelor 540 și 225.
7. Cea mai mare lungime posibilă a laturii unui pătrat cu care se poate acoperi complet, fără goluri și fără suprapuneri, un dreptunghi de 60 cm × 45 cm este:
   Variante: **A)** 17 · **B)** 180 · **C)** 30 · **D)** 16 · **E)** 15
8. Cea mai mare lungime posibilă a laturii unui pătrat cu care se poate acoperi complet, fără goluri și fără suprapuneri, un dreptunghi de 90 cm × 60 cm este:
   Variante: **A)** 30 · **B)** 31 · **C)** 60 · **D)** 15 · **E)** 180
9. Cea mai mare lungime posibilă a laturii unui pătrat cu care se poate acoperi complet, fără goluri și fără suprapuneri, un dreptunghi de 84 cm × 56 cm este:
   Variante: **A)** 29 · **B)** 14 · **C)** 56 · **D)** 28 · **E)** 168
10. Câte pătrate cu latura de 12 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 48 cm × 36 cm?
11. Câte pătrate cu latura de 15 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 60 cm × 45 cm?
12. Câte pătrate cu latura de 18 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 72 cm × 54 cm?
13. Câte pătrate cu latura de 30 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 90 cm × 60 cm?
14. Câte pătrate cu latura de 40 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 120 cm × 80 cm?

15. Într-o clasă sunt 24 de fete și 36 de băieți. Care este numărul maxim de echipe identice (cu același număr de fete și același număr de băieți) care se pot forma, folosind toți elevii?
16. Într-o clasă sunt 18 de fete și 48 de băieți. Care este numărul maxim de echipe identice (cu același număr de fete și același număr de băieți) care se pot forma, folosind toți elevii?
17. Într-o clasă sunt 54 de fete și 72 de băieți. Care este numărul maxim de echipe identice (cu același număr de fete și același număr de băieți) care se pot forma, folosind toți elevii?
18. Într-o clasă sunt 32 de fete și 56 de băieți. Care este numărul maxim de echipe identice (cu același număr de fete și același număr de băieți) care se pot forma, folosind toți elevii?
19. Cât este cmmdc al numerelor 12 și 13?
20. Cât este cmmdc al numerelor 63 și 64?
21. Cât este cmmdc al numerelor 100 și 101?
22. Calculează cmmdc al numerelor 203 și 87.
23. Calculează cmmdc al numerelor 160 și 380.
24. Calculează cmmdc al numerelor 209 și 77.
25. Calculează cmmdc al numerelor 936 și 897.
26. Calculează cmmdc al numerelor 289 și 68.
27. Calculează cmmdc al numerelor 420 și 364.
28. Calculează cmmdc al numerelor 684 și 418.
29. Câte pătrate cu latura de 17 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 119 cm × 102 cm?
30. Câte pătrate cu latura de 9 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 45 cm × 63 cm?
31. Câte pătrate cu latura de 6 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 30 cm × 54 cm?
32. Câte pătrate cu latura de 7 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 21 cm × 28 cm?
33. Câte pătrate cu latura de 3 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 27 cm × 12 cm?
34. Calculează cmmdc al numerelor 286 și 352.
35. Calculează cmmdc al numerelor 160 și 420.
36. Calculează cmmdc al numerelor 198 și 117.
37. Calculează cmmdc al numerelor 69 și 529.
38. Calculează cmmdc al numerelor 285 și 270.
39. Calculează cmmdc al numerelor 322 și 196.
40. Calculează cmmdc al numerelor 110 și 231.

41. Calculează cmmdc al numerelor 575 și 276.
42. Calculează cmmdc al numerelor 224 și 96.
43. Calculează cmmdc al numerelor 165 și 105.
44. Calculează cmmdc al numerelor 204 și 156.
45. Câte pătrate cu latura de 8 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 72 cm × 64 cm?
46. Câte pătrate cu latura de 13 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 104 cm × 65 cm?
47. Câte pătrate cu latura de 13 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 52 cm × 39 cm?
48. Câte pătrate cu latura de 14 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 42 cm × 70 cm?
49. Câte pătrate cu latura de 18 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 126 cm × 162 cm?
50. Câte pătrate cu latura de 7 cm sunt necesare pentru a acoperi dreptunghiul de 49 cm × 28 cm?

▼ **Arată răspunsurile: nivel dificil**

1. **30** — Algoritmul lui Euclid (sau descompunerea în factori): cmmdc(360, 150) = 30.
2. **78** — Algoritmul lui Euclid (sau descompunerea în factori): cmmdc(546, 390) = 78.
3. **33** — Algoritmul lui Euclid (sau descompunerea în factori): cmmdc(231, 165) = 33.
4. **42** — Algoritmul lui Euclid (sau descompunerea în factori): cmmdc(420, 294) = 42.
5. **72** — Algoritmul lui Euclid (sau descompunerea în factori): cmmdc(288, 216) = 72.
6. **45** — Algoritmul lui Euclid (sau descompunerea în factori): cmmdc(540, 225) = 45.
7. **15** — Latura trebuie să dividă și 60, și 45: cea mai mare este cmmdc = 15 cm.
8. **30** — Latura trebuie să dividă și 90, și 60: cea mai mare este cmmdc = 30 cm.
9. **28** — Latura trebuie să dividă și 84, și 56: cea mai mare este cmmdc = 28 cm.
10. **12** — (48 : 12) · (36 : 12) = 4 · 3 = 12 pătrate.
11. **12** — (60 : 15) · (45 : 15) = 4 · 3 = 12 pătrate.
12. **12** — (72 : 18) · (54 : 18) = 4 · 3 = 12 pătrate.
13. **6** — (90 : 30) · (60 : 30) = 3 · 2 = 6 pătrate.
14. **6** — (120 : 40) · (80 : 40) = 3 · 2 = 6 pătrate.
15. **12** — Numărul echipelor trebuie să dividă și 24, și 36: maximul este cmmdc(24, 36) = 12.
16. **6** — Numărul echipelor trebuie să dividă și 18, și 48: maximul este cmmdc(18, 48) = 6.

17. **18** — Numărul echipelor trebuie să dividă și 54, și 72: maximul este cmmdc(54, 72) = 18.
18. **8** — Numărul echipelor trebuie să dividă și 32, și 56: maximul este cmmdc(32, 56) = 8.
19. **1** — Numerele consecutive sunt prime între ele: orice divizor comun ar divide și diferența lor, (n + 1) − n = 1.
20. **1** — Numerele consecutive sunt prime între ele: orice divizor comun ar divide și diferența lor, (n + 1) − n = 1.
21. **1** — Numerele consecutive sunt prime între ele: orice divizor comun ar divide și diferența lor, (n + 1) − n = 1.
22. **29** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(203, 87) = 29.
23. **20** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(160, 380) = 20.
24. **11** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(209, 77) = 11.
25. **39** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(936, 897) = 39.
26. **17** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(289, 68) = 17.
27. **28** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(420, 364) = 28.
28. **38** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(684, 418) = 38.
29. **42** — (119 : 17) · (102 : 17) = 42.
30. **35** — (45 : 9) · (63 : 9) = 35.
31. **45** — (30 : 6) · (54 : 6) = 45.
32. **12** — (21 : 7) · (28 : 7) = 12.
33. **36** — (27 : 3) · (12 : 3) = 36.
34. **22** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(286, 352) = 22.
35. **20** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(160, 420) = 20.
36. **9** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(198, 117) = 9.
37. **23** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(69, 529) = 23.
38. **15** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(285, 270) = 15.
39. **14** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(322, 196) = 14.
40. **11** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(110, 231) = 11.
41. **23** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(575, 276) = 23.
42. **32** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(224, 96) = 32.
43. **15** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(165, 105) = 15.
44. **12** — Algoritmul lui Euclid dă cmmdc(204, 156) = 12.
45. **72** — (72 : 8) · (64 : 8) = 72.
46. **40** — (104 : 13) · (65 : 13) = 40.

47. **12** — (52 : 13) · (39 : 13) = 12.

48. **15** — (42 : 14) · (70 : 14) = 15.

49. **63** — (126 : 18) · (162 : 18) = 63.

50. **28** — (49 : 7) · (28 : 7) = 28.

Test online

Exersează lecția cu întrebări cu 5 variante de răspuns, dintre care doar una este corectă. Sunt 150 de întrebări, pe 3 niveluri: ușor, mediu și dificil. Alegi nivelul și câte întrebări vrei (10, 20, 30 sau 50).

← Înapoi la clasa a 5-a