Model de test nr. 7 · BAREM

nivel mediu

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota se calculează împărțind la 10 punctajul total obținut. Subiectele I și II: 5 puncte pentru răspunsul corect, 0 puncte altfel. Subiectul al III-lea: punctajul se acordă conform baremului; orice altă rezolvare corectă se punctează echivalent.

SUBIECTUL I — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	b	b	a	c	b	A

1. $(-1)^{2^{\circ}26} = 1$ (exponent par) și $(-1)^{2^{\circ}27} = -1$ (exponent impar). Expresia este $1 - 1 + 8 - 9 = -1$.

2. $\frac{2x+y}{y} = 2\cdot\frac{x}{y} + 1 = 2\cdot\frac{3}{4} + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$.

3. 60% din 25 = 15 probleme rezolvate, deci au rămas $25 - 15 = 10$ probleme.

4. Înmulțim cu 6: $3(x+1) - 2(x-1) = 6$, adică $3x + 3 - 2x + 2 = 6$, deci $x + 5 = 6$ și $x = 1$.

5. $-3 \le 3x + 1 < 10 \Rightarrow -4 \le 3x < 9 \Rightarrow -1{,}33\ldots \le x < 3$. Numerele întregi sunt −1, 0, 1, 2, iar suma lor este 2.

6. $4\sqrt{3} = \sqrt{48}$, iar $7 = \sqrt{49}$. Cum $48 < 49$, rezultă $4\sqrt{3} < 7$. Afirmația este adevărată.

SUBIECTUL al II-lea — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	b	b	b	c	b	c

1. AB = 12 cm și BC = 6 cm. MB = 6 cm și BN = 3 cm. Cum B se află între M și N, MN = MB + BN = 6 + 3 = 9 cm (în general, MN = AC : 2).

2. Suma unghiurilor unui triunghi este 180°: $3x + 4x + 5x = 180°$, deci $12x = 180°$ și $x = 15°$. Atunci $m(\angle C) = 5\cdot 15° = 75°$.

3. $m(\angle C) = 30°$, deci AB = BC : 2 = 10 cm. $AC^2 = 400 - 100 = 300$, deci $AC = 10\sqrt{3}$ cm. Aria = AB·AC : $2 = 10\cdot 10\sqrt{3} : 2 = 50\sqrt{3}$ cm².

4. Triunghiul ABD este isoscel cu un unghi de 60°, deci echilateral, iar BD = 8 cm, BO = 4 cm. Din triunghiul dreptunghic AOB: $AO^2 = 64 - 16 = 48$, deci $AO = 4\sqrt{3}$ cm și $AC = 2\cdot AO = 8\sqrt{3}$ cm.

5. Unghiul înscris ∠ACB are 50°, deci unghiul la centru ∠AOB are 100°. Triunghiul AOB este isoscel (OA = OB), deci $m(\angle OAB) = (180° - 100°) : 2 = 40°$.

6. Triunghiul VOB este dreptunghic în O: $VO^2 = VB^2 - OB^2 = 169 - 25 = 144$, deci VO = 12 cm.

SUBIECTUL al III-lea — 30 de puncte

1. Tatăl are 42 de ani, iar fiul lui are 12 ani.

2p **a)** Este posibil ca peste 4 ani vârsta tatălui să fie triplul vârstei fiului? Justifică răspunsul dat.

Peste 4 ani, tatăl va avea 46 de ani, iar fiul 16 ani. **(1p)** Triplul vârstei fiului ar fi $48 \neq 46$, deci nu este posibil. **(1p)**

3p **b)** Peste câți ani vârsta tatălui va fi dublul vârstei fiului?

Peste x ani, tatăl va avea $42 + x$ ani, iar fiul $12 + x$ ani. **(1p)** $42 + x = 2(12 + x) \Rightarrow 42 + x = 24 + 2x \Rightarrow x = 18$. **(1p)** Peste 18 ani tatăl va avea 60 de ani, iar fiul 30 de ani, adică dublu. **(1p)**

2. Se consideră numerele $a = \frac{6}{\sqrt{3}} + \sqrt{27} - \frac{12}{\sqrt{12}}$ și $b = \sqrt{48} - \sqrt{27}$.

2p **a)** Arată că $a = 3\sqrt{3}$.

$\frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$, $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ și $\frac{12}{\sqrt{12}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. **(1p)** Atunci $a = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. **(1p)**

3p **b)** Arată că media geometrică a numerelor a și b este numărul natural 3.

$b = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$. **(1p)** Media geometrică este $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$ **(1p)** $= \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{9} = 3$. **(1p)**

3. Se consideră mulțimile $A = (-3, 9]$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3(x - 1) \leq 2x + 4\}$.

2p **a)** Arată că $B = (-\infty, 7]$.

$3x - 3 \leq 2x + 4$ **(1p)** $\Rightarrow 3x - 2x \leq 4 + 3 \Rightarrow x \leq 7$, deci $B = (-\infty, 7]$. **(1p)**

3p **b)** Determină numerele naturale pare din mulțimea $A \cap B$.

$A \cap B = (-3, 9] \cap (-\infty, 7] = (-3, 7]$. **(1p)** Numerele naturale din acest interval sunt 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. **(1p)** Cele pare sunt 0, 2, 4, 6. **(1p)**

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic ABCD, cu $AB \parallel CD$, $m(\angle A) = m(\angle D) = 90°$, $AB = 6$ cm, $AD = 8$ cm și $BC = 10$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AD.

2p **a)** Arată că $CD = 12$ cm.

Fie $BE \perp CD$, $E \in CD$. ABED este dreptunghi, deci $BE = AD = 8$ cm și $DE = AB = 6$ cm. **(1p)** Din triunghiul dreptunghic BEC: $EC^2 = 100 - 64 = 36$, deci $EC = 6$ cm și $CD = 6 + 6 = 12$ cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează aria triunghiului BMC.

Aria trapezului ABCD $= (6 + 12) \cdot 8 : 2 = 72$ cm². **(1p)** Cum M este mijlocul lui AD, $AM = MD = 4$ cm. Aria triunghiului ABM $= 6 \cdot 4 : 2 = 12$ cm², iar aria triunghiului MDC $= 4 \cdot 12 : 2 = 24$ cm². **(1p)** Aria triunghiului BMC $= 72 - 12 - 24 = 36$ cm². **(1p)**

5. În figura alăturată, triunghiul ABC este isoscel, cu $AB = AC = 15$ cm și $BC = 10$ cm. Bisectoarea unghiului ABC intersectează latura AC în D, iar paralela prin D la BC intersectează latura AB în E.

2p **a)** Arată că $EB = ED$.

Cum DE ∥ BC, unghiurile EDB şi DBC sunt alterne interne, deci m(∠EDB) = m(∠DBC). **(1p)** BD este bisectoarea unghiului ABC, deci m(∠DBC) = m(∠EBD). Rezultă m(∠EDB) = m(∠EBD), deci triunghiul EBD este isoscel şi EB = ED. **(1p)**

3p **b)** Calculează perimetrul triunghiului AED.

Fie EB = ED = y; atunci AE = 15 − y. Triunghiurile AED şi ABC sunt asemenea (DE ∥ BC), deci AE/AB = ED/BC: (15 − y)/15 = y/10. **(1p)** Rezultă 10(15 − y) = 15y, adică 150 = 25y şi y = 6. Atunci AE = 9 cm şi ED = 6 cm. **(1p)** Triunghiul AED este asemenea cu ABC, care este isoscel, deci AD = AE = 9 cm. Perimetrul = 9 + 9 + 6 = 24 cm. **(1p)**

6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată VABCD, cu toate muchiile de 8 cm. Punctul M este mijlocul muchiei VA, iar N este mijlocul muchiei VD.

2p **a)** Arată că dreptele MN şi BC sunt paralele.

MN este linie mijlocie în triunghiul VAD, deci MN ∥ AD. **(1p)** Cum ABCD este pătrat, AD ∥ BC. Atunci MN ∥ BC. **(1p)**

3p **b)** Calculează perimetrul patrulaterului MNCB.

MN = AD : 2 = 4 cm şi BC = 8 cm. **(1p)** Triunghiul VAB este echilateral cu latura 8 cm, iar BM este mediană, deci şi înălțime: $BM^2 = 64 - 16 = 48$ şi $BM = 4\sqrt{3}$ cm; analog $CN = 4\sqrt{3}$ cm. **(1p)** Perimetrul = $4 + 8 + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 12 + 8\sqrt{3}$ cm. **(1p)**