Model de test nr. 5 · BAREM

nivel ușor

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota se calculează împărțind la 10 punctajul total obținut. Subiectele I și II: 5 puncte pentru răspunsul corect, 0 puncte altfel. Subiectul al III-lea: punctajul se acordă conform baremului; orice altă rezolvare corectă se punctează echivalent.

SUBIECTUL I — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	b	a	b	b	c	A

1. $(-4)^2 = 16$, deci $3\cdot 16 : 6 = 48 : 6 = 8$. Atunci $8 - 12 = -4$.

2. Din $2a = 3b$ rezultă $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$. Atunci $\frac{a-b}{b} = \frac{a}{b} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$.

3. 150 de lei reprezintă 75% din prețul inițial, deci prețul inițial este $150 : 0{,}75 = 200$ de lei. Ieftinirea este $200 - 150 = 50$ de lei.

4. Cum $7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2$, avem $7 < \sqrt{50} < 8$, deci $x = 7$.

5. $3 < \sqrt{10} < 4$, deci $-4 < -\sqrt{10} < -3$, iar $3 < \sqrt{15} < 4$. Numerele întregi din interval sunt $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, adică 7 numere.

6. În aprilie s-au citit 40 de cărți, iar în martie 10 cărți. Cum $40 = 4\cdot 10$, afirmația este adevărată.

SUBIECTUL al II-lea — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	c	d	c	b	b	c

1. $AC = 3k$, $CB = 5k$ și $8k = 24$, deci $k = 3$. Atunci $CB = 5\cdot 3 = 15$ cm (și $AC = 9$ cm).

2. $m(\angle C) = 180° - 50° - 70° = 60°$, deci $m(\angle ACD) = 30°$. În triunghiul ADC: $m(\angle ADC) = 180° - 50° - 30° = 100°$.

3. Mediana corespunzătoare ipotenuzei are lungimea jumătate din ipotenuză: $AM = MB = MC$. Triunghiul AMB este isoscel, deci $m(\angle MAB) = m(\angle B) = 65°$. Unghiul AMC este exterior triunghiului AMB: $m(\angle AMC) = 65° + 65° = 130°$.

4. Dacă latura este l, atunci $AC = l\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$, deci $l = 10$ cm. Aria este $10^2 = 100$ cm^2.

5. Tangentele duse dintr-un punct exterior sunt congruente: $PA = PB = 8$ cm. Triunghiul PAB este isoscel cu un unghi de 60°, deci este echilateral, iar $AB = 8$ cm.

6. O este mijlocul laturii AB, deci $AO = 5$ cm. Din triunghiul dreptunghic VOA: $VO^2 = VA^2 - AO^2 = 100 - 25 = 75$, deci $VO = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ cm.

SUBIECTUL al III-lea — 30 de puncte

1. Ana, Bogdan și Cătălin au împreună 195 de lei. Ana are 2/3 din suma pe care o are Bogdan, iar Cătălin are cu 20 de lei mai mult decât Ana.

2p **a)** Este posibil ca Ana să aibă 40 de lei? Justifică răspunsul dat.

Dacă Ana are 40 de lei, Bogdan are $40 : 2 \cdot 3 = 60$ de lei, iar Cătălin are $40 + 20 = 60$ de lei. **(1p)** Suma ar fi $40 + 60 + 60 = 160 \neq 195$, deci nu este posibil. **(1p)**

3p **b)** Determină sumele de bani pe care le au cei trei copii.

Fie Bogdan 3k, Ana 2k și Cătălin 2k + 20. **(1p)** Atunci $3k + 2k + 2k + 20 = 195$, deci $7k = 175$ și $k = 25$. **(1p)** Ana are 50 de lei, Bogdan 75 de lei și Cătălin 70 de lei (verificare: $50 + 75 + 70 = 195$). **(1p)**

2. Se consideră numărul $a = (\sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5}$.

2p **a)** Arată că $a = 20$.

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ și $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$, deci paranteza este $2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$. **(1p)** Atunci $a = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 4 \cdot 5 = 20$. **(1p)**

3p **b)** Determină câte numere întregi se află în intervalul $(-\sqrt{a}, \sqrt{a})$.

Intervalul este $(-\sqrt{20}, \sqrt{20})$. Cum $16 < 20 < 25$, avem $4 < \sqrt{20} < 5$. **(1p)** Numerele întregi din interval sunt $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$. **(1p)** În interval sunt 9 numere întregi. **(1p)**

3. Numerele reale x și y verifică relațiile $x + y = 7$ și $x \cdot y = 10$.

2p **a)** Arată că $x^2 + y^2 = 29$.

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ **(1p)**, deci $x^2 + y^2 = 7^2 - 2 \cdot 10 = 49 - 20 = 29$. **(1p)**

3p **b)** Determină numerele x și y, știind că $x > y$.

$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 29 - 20 = 9$. **(1p)** Cum $x > y$, $x - y = 3$. **(1p)** Din $x + y = 7$ și $x - y = 3$ rezultă $x = 5$ și $y = 2$ (verificare: $5 \cdot 2 = 10$). **(1p)**

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $m(\angle B) = 30°$ și $BC = 16$ cm. Punctul D este piciorul perpendicularei din A pe BC.

2p **a)** Arată că $AC = 8$ cm și $AB = 8\sqrt{3}$ cm.

Cateta AC se opune unghiului de 30°, deci $AC = BC : 2 = 8$ cm. **(1p)** $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 256 - 64 = 192$, deci $AB = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$ cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează distanța de la punctul A la dreapta BC.

Distanța este lungimea înălțimii AD. Aria triunghiului ABC este $AB \cdot AC : 2 = 8\sqrt{3} \cdot 8 : 2 = 32\sqrt{3}$ cm². **(1p)** Aceeași arie este $BC \cdot AD : 2 = 8 \cdot AD$. **(1p)** Din $8 \cdot AD = 32\sqrt{3}$ rezultă $AD = 4\sqrt{3}$ cm. **(1p)**

5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul ABCD, cu $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm și $m(\angle A) = 60°$. Bisectoarea unghiului A intersectează dreapta CD în punctul E, $E \in CD$.

2p **a)** Arată că $DE = 6$ cm.

$m(\angle DAE) = m(\angle EAB) = 30°$. Cum $AB \parallel CD$, unghiurile EAB şi DEA sunt alterne interne, deci $m(\angle DEA) = 30°$. **(1p)** Triunghiul ADE are două unghiuri congruente ($\angle DAE$ şi $\angle DEA$), deci este isoscel şi $DE = AD = 6$ cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează perimetrul patrulaterului ABCE.

$EC = CD - DE = 10 - 6 = 4$ cm. **(1p)** $m(\angle D) = 180° - 60° = 120°$. Fie $DM \perp AE$; în triunghiul isoscel ADE, M este mijlocul lui AE şi $m(\angle DAM) = 30°$, deci $DM = AD : 2 = 3$ cm. Atunci $AM^2 = 36 - 9 = 27$, $AM = 3\sqrt{3}$ cm şi $AE = 6\sqrt{3}$ cm. **(1p)** Perimetrul $= AB + BC + CE + EA = 10 + 6 + 4 + 6\sqrt{3} = 20 + 6\sqrt{3}$ cm. **(1p)**

6. În figura alăturată este reprezentată prisma triunghiulară dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza ABC triunghi dreptunghic în A, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm şi $AA' = 8$ cm.

2p **a)** Arată că $BC = 10$ cm.

Din teorema lui Pitagora în triunghiul ABC: $BC^2 = 36 + 64 = 100$. **(1p)** Deci $BC = 10$ cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează perimetrul triunghiului $A'BC$.

Muchia AA' este perpendiculară pe planul (ABC), deci $AA' \perp AB$ şi $AA' \perp AC$. **(1p)** $A'B^2 = AA'^2 + AB^2 = 64 + 36 = 100$, deci $A'B = 10$ cm; $A'C^2 = 64 + 64 = 128$, deci $A'C = 8\sqrt{2}$ cm. **(1p)** Perimetrul $= A'B + A'C + BC = 10 + 8\sqrt{2} + 10 = 20 + 8\sqrt{2}$ cm. **(1p)**