Model de test nr. 4 · BAREM

nivel ușor

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota se calculează împărțind la 10 punctajul total obținut. Subiectele I și II: 5 puncte pentru răspunsul corect, 0 puncte altfel. Subiectul al III-lea: punctajul se acordă conform baremului; orice altă rezolvare corectă se punctează echivalent.

SUBIECTUL I — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	c	b	c	b	b	F

1. $5 - 8 = -3$, apoi $6\cdot(-3) = -18$ și $(-18) : 2 = -9$. În final, $18 - (-9) = 18 + 9 = 27$.

2. Din proporție, $2(x + 1) = 4\cdot 3 = 12$, deci $x + 1 = 6$ și $x = 5$.

3. Divizorii lui 36 sunt 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36, adică 9 divizori.

4. $\sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$, iar $\sqrt{9} = 3$. Deci $6 - 3 = 3$.

5. $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$. Cum $25 < 28 < 36$, avem $5 < 2\sqrt{7} < 6$, deci cel mai mare număr întreg mai mic decât $2\sqrt{7}$ este 5.

6. Împărțim la -2 și schimbăm sensul inegalității: $x \geq -3$. Soluția este intervalul $[-3, +\infty)$, deci afirmația este falsă.

SUBIECTUL al II-lea — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	a	c	b	b	b	c

1. AC = 16 cm, deci AN = 8 cm. AM = 5 cm. Cum M și N sunt pe același semisegment din A, MN = AN − AM = 8 − 5 = 3 cm.

2. Unghiurile AOB, BOC și COD formează un unghi alungit: $2x + 3x + x = 180°$, deci $x = 30°$. Atunci $m(\angle BOC) = 3\cdot 30° = 90°$.

3. $BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, deci BC = 13 cm. Mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză: AM = 13 : 2 = 6,5 cm.

4. MN este linia mijlocie a trapezului, deci MN = (AB + CD) : 2 = (9 + 21) : 2 = 15 cm.

5. Triunghiul ABC este dreptunghic în C (unghi înscris în semicerc). Cateta AC se opune unghiului de 30°, deci AC = AB : 2 = 10 cm.

6. Prisma are 6 muchii ale bazelor (două triunghiuri echilaterale): $6\cdot 6 = 36$ cm, și 3 muchii laterale: $3\cdot 10 = 30$ cm. În total $36 + 30 = 66$ cm.

SUBIECTUL al III-lea — 30 de puncte

1. Maria are 30 de bancnote, unele de 5 lei, altele de 10 lei.

2p **a)** Este posibil ca suma totală să fie 145 de lei? Justifică răspunsul dat.

Dacă toate cele 30 de bancnote ar fi de 5 lei, suma ar fi 150 de lei, iar cu bancnote de 10 lei suma crește. Deci suma este cel puțin 150 de lei. **(1p)** Cum 145 < 150, nu este posibil. **(1p)**

3p **b)** Dacă suma totală este 215 lei, determină câte bancnote de 10 lei are Maria.

Fie x numărul bancnotelor de 5 lei; atunci are 30 − x bancnote de 10 lei. Suma este $5x + 10(30 - x) = 300 - 5x$. **(1p)** Din $300 - 5x = 215$ rezultă $5x = 85$, deci $x = 17$. **(1p)** Maria are $30 - 17 = 13$ bancnote de 10 lei (verificare: $17 \cdot 5 + 13 \cdot 10 = 85 + 130 = 215$). **(1p)**

2. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < (2x + 1)/3 \leq 3\}$.

2p **a)** Arată că $A = (-2, 4]$.

Înmulțim cu 3: $-3 < 2x + 1 \leq 9$. **(1p)** Scădem 1: $-4 < 2x \leq 8$, apoi împărțim la 2: $-2 < x \leq 4$. Deci $A = (-2, 4]$. **(1p)**

3p **b)** Determină cel mai mare număr natural n pentru care $n^2 \in A$.

$n^2 \in (-2, 4] \Rightarrow n^2 \leq 4$ (condiția $n^2 > -2$ este verificată pentru orice n). **(1p)** Pentru n natural: n = 0, 1, 2 verifică (0, 1, 4), iar pentru $n \geq 3$ avem $n^2 \geq 9 > 4$. **(1p)** Cel mai mare număr natural este n = 2. **(1p)**

3. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1) + 3x$, unde x este număr real.

2p **a)** Arată că $E(x) = 2 - x$, pentru orice număr real x.

$(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$ și $(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 1$ **(1p)**. $E(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 1 + 3x = 2 - x$. **(1p)**

3p **b)** Determină numerele întregi x pentru care $E(x) \in [-1, 3)$.

$-1 \leq 2 - x < 3$. **(1p)** Scădem 2: $-3 \leq -x < 1$, apoi înmulțim cu −1 și schimbăm sensul inegalităților: $-1 < x \leq 3$. **(1p)** Numerele întregi sunt 0, 1, 2, 3. **(1p)**

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu AB = AC = 12 cm și $m(\angle BAC) = 120°$. Punctul D este piciorul perpendicularei din A pe BC.

2p **a)** Arată că $BC = 12\sqrt{3}$ cm.

AD este înălțime și bisectoare în triunghiul isoscel, deci $m(\angle BAD) = 60°$ și $m(\angle ABD) = 30°$. **(1p)** Atunci $AD = AB : 2 = 6$ cm, iar $BD^2 = 144 - 36 = 108$, deci $BD = 6\sqrt{3}$ cm și $BC = 2 \cdot BD = 12\sqrt{3}$ cm. **(1p)**

3p **b)** Arată că aria triunghiului ABC este egală cu $36\sqrt{3}$ cm².

Aria = $BC \cdot AD : 2$ **(1p)** = $12\sqrt{3} \cdot 6 : 2$ **(1p)** = $36\sqrt{3}$ cm². **(1p)**

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul ABCD, cu AB = 12 cm și AD = 6 cm. Punctul M este mijlocul laturii CD.

2p **a)** Arată că $AM = 6\sqrt{2}$ cm.

DM = CD : 2 = 6 cm. **(1p)** Din triunghiul dreptunghic ADM: $AM^2 = AD^2 + DM^2 = 36 + 36 = 72$, deci $AM = 6\sqrt{2}$ cm. **(1p)**

3p **b)** Arată că triunghiul AMB este dreptunghic.

Analog, $BM = 6\sqrt{2}$ cm (triunghiurile ADM și BCM sunt congruente). **(1p)** $AM^2 + BM^2 = 72 + 72 = 144$ **(1p)** $= AB^2$. Conform reciprocei teoremei lui Pitagora, triunghiul AMB este dreptunghic în M. **(1p)**

6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat VABC, cu muchia de 6 cm. Punctul O este centrul triunghiului echilateral ABC (VO este înălțimea tetraedrului).

2p **a)** Arată că aria triunghiului VBC este egală cu $9\sqrt{3}$ cm².

Triunghiul VBC este echilateral cu latura 6 cm. **(1p)** Aria $= \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ cm². **(1p)**

3p **b)** Arată că înălțimea VO a tetraedrului este egală cu $2\sqrt{6}$ cm.

Înălțimea triunghiului ABC este $3\sqrt{3}$ cm, iar O este centrul de greutate: $AO = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ cm. **(1p)** VO este perpendiculară pe planul (ABC), deci $VO \perp AO$. **(1p)** $VO^2 = VA^2 - AO^2 = 36 - 12 = 24$, deci $VO = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ cm. **(1p)**