Model de test nr. 3 · BAREM

nivel ușor

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota se calculează împărțind la 10 punctajul total obținut. Subiectele I și II: 5 puncte pentru răspunsul corect, 0 puncte altfel. Subiectul al III-lea: punctajul se acordă conform baremului; orice altă rezolvare corectă se punctează echivalent.

SUBIECTUL I — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	a	c	b	b	b	F

1. $(-2)^3 = -8$, iar $20 : (-4) = -5$. Deci $-8 + (-5) = -13$.

2. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{a+b}{3+4} = \frac{21}{7} = 3$, deci $a = 3 \cdot 3 = 9$ (și $b = 12$).

3. După reducere: $200 \cdot 0{,}85 = 170$ de lei. După majorare: $170 \cdot 1{,}1 = 187$ de lei.

4. $5 - 2x > -7 \Rightarrow -2x > -12 \Rightarrow x < 6$ (se schimbă sensul inegalității). Cel mai mare număr întreg mai mic decât 6 este 5.

5. $(\sqrt{3} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}$. Atunci $4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4$.

6. Cea mai înaltă coloană este cea de la nota 8 (7 elevi), nu cea de la nota 9 (5 elevi). Afirmația este falsă.

SUBIECTUL al II-lea — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	c	b	b	b	b	c

1. $AB = 3k$, $BC = 2k$ și $5k = 30$, deci $k = 6$: $AB = 18$ cm și $BC = 12$ cm. $AM = 9$ cm, deci $MC = AC - AM = 30 - 9 = 21$ cm.

2. Unghiurile alterne interne formate de două drepte paralele cu o secantă sunt congruente: $2x + 20 = 3x - 10$, deci $x = 30$. Atunci $m(\angle 1) = 2 \cdot 30 + 20 = 80°$.

3. Latura triunghiului este $24 : 3 = 8$ cm. Înălțimea este și mediană: $BD = 4$ cm, iar $AD^2 = 8^2 - 4^2 = 48$, deci $AD = 4\sqrt{3}$ cm.

4. Din triunghiul dreptunghic ABC: $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 169 - 144 = 25$, deci $BC = 5$ cm. Aria $= AB \cdot BC = 12 \cdot 5 = 60$ cm².

5. Unghiul $\angle ACB$ este înscris într-un semicerc, deci triunghiul ABC este dreptunghic în C. $AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, deci $AB = 10$ cm, iar raza este $10 : 2 = 5$ cm.

6. Dreptunghiul $ABB'A'$ are $AB = 2 \cdot 3 = 6$ cm și $BB' = 4$ cm. $AB'^2 = 6^2 + 4^2 = 52$, deci $AB' = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ cm.

SUBIECTUL al III-lea — 30 de puncte

1. Un turist parcurge un drum în trei zile. În prima zi parcurge 30% din lungimea drumului, în a doua zi parcurge 40% din restul drumului, iar în a treia zi parcurge ultimii 63 km.

2p **a)** Este posibil ca drumul să aibă lungimea de 200 km? Justifică răspunsul dat.

După prima zi rămân 70% din drum. În a doua zi parcurge 40% din 70% = 28% din drum, deci în a treia zi rămân 100% − 30% − 28% = 42% din drum. **(1p)** Pentru un drum de 200 km, 42% din 200 = 84 km ≠ 63 km. Deci nu este posibil. **(1p)**

3p **b)** Determină lungimea drumului.

42% din lungimea drumului este 63 km. **(1p)** Lungimea drumului este 63 : 0,42 **(1p)** = 150 km. Verificare: prima zi 45 km, a doua zi 0,4·105 = 42 km, a treia zi 63 km, iar 45 + 42 + 63 = 150. **(1p)**

2. Se consideră numerele $a = \sqrt{48} : \sqrt{3} + (\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} + 1) - 2$ și $b = (\sqrt{8} + \sqrt{2})^2$.

2p **a)** Arată că $a = 8$.

$\sqrt{48} : \sqrt{3} = \sqrt{16} = 4$ **(1p)** și $(\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} + 1) = 7 - 1 = 6$. Atunci $a = 4 + 6 - 2 = 8$. **(1p)**

3p **b)** Arată că media geometrică a numerelor a și b este numărul natural 12.

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, deci $b = (2\sqrt{2} + \sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$. **(1p)** Media geometrică este $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{8 \cdot 18}$ **(1p)** $= \sqrt{144} = 12 \in \mathbb{N}$. **(1p)**

3. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 5 \leq 7\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2(x + 1) > -4\}$.

2p **a)** Arată că $A = (-\infty, 4]$ și $B = (-3, +\infty)$.

$3x - 5 \leq 7 \Rightarrow 3x \leq 12 \Rightarrow x \leq 4$, deci $A = (-\infty, 4]$. **(1p)** $2(x + 1) > -4 \Rightarrow x + 1 > -2 \Rightarrow x > -3$, deci $B = (-3, +\infty)$. **(1p)**

3p **b)** Calculează suma elementelor mulțimii $(A \cap B) \cap \mathbb{Z}$.

$A \cap B = (-3, 4]$. **(1p)** Numerele întregi din acest interval sunt −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4. **(1p)** Suma lor este (−2) + (−1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 7. **(1p)**

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB = 6 cm și AC = 8 cm. Punctul M este mijlocul laturii BC, iar N este un punct pe AB astfel încât $MN \perp AB$.

2p **a)** Arată că lungimea segmentului AM este egală cu 5 cm.

$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, deci BC = 10 cm. **(1p)** AM este mediană corespunzătoare ipotenuzei, deci AM = BC : 2 = 5 cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează aria triunghiului AMN.

$MN \perp AB$ și $AC \perp AB$, deci $MN \parallel AC$. Cum M este mijlocul lui BC, N este mijlocul lui AB și MN este linie mijlocie: MN = AC : 2 = 4 cm și AN = AB : 2 = 3 cm. **(1p)** Triunghiul AMN este dreptunghic în N. **(1p)** Aria = AN·MN : 2 = 3·4 : 2 = 6 cm². **(1p)**

5. Rombul ABCD din figura alăturată are perimetrul egal cu 32 cm și $m(\angle ABC) = 120°$.

2p **a)** Arată că lungimea diagonalei BD este egală cu 8 cm.

Latura rombului este 32 : 4 = 8 cm. Unghiurile ∠ABC și ∠BAD sunt suplementare, deci m(∠BAD) = 60°. **(1p)** Triunghiul ABD este isoscel (AB = AD) cu un unghi de 60°, deci este echilateral și BD = 8 cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează aria rombului ABCD.

Diagonalele rombului sunt perpendiculare și se înjumătățesc: BO = 4 cm. Din triunghiul dreptunghic AOB: $AO^2 = 64 - 16 = 48$, deci $AO = 4\sqrt{3}$ cm și $AC = 8\sqrt{3}$ cm. **(2p)** Aria = $AC \cdot BD : 2 = 8\sqrt{3} \cdot 8 : 2 = 32\sqrt{3}$ cm². **(1p)**

6. Piramida patrulateră regulată VABCD din figura alăturată are toate muchiile congruente, cu lungimea de 8 cm. Punctul O este centrul bazei.

2p **a)** Arată că triunghiul VAC este dreptunghic isoscel.

VA = VC = 8 cm, iar $AC = 8\sqrt{2}$ cm (diagonala pătratului ABCD). **(1p)** $VA^2 + VC^2 = 64 + 64 = 128 = AC^2$, deci, conform reciprocei teoremei lui Pitagora, triunghiul VAC este dreptunghic în V și isoscel. **(1p)**

3p **b)** Calculează lungimea înălțimii VO a piramidei.

O este mijlocul ipotenuzei AC, deci VO este mediană în triunghiul dreptunghic VAC. **(1p)** Mediana corespunzătoare ipotenuzei are lungimea jumătate din ipotenuză: **(1p)** $VO = AC : 2 = 4\sqrt{2}$ cm. **(1p)**