Model de test nr. 2 · BAREM

nivel ușor

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota se calculează împărțind la 10 punctajul total obținut. Subiectele I și II: 5 puncte pentru răspunsul corect, 0 puncte altfel. Subiectul al III-lea: punctajul se acordă conform baremului; orice altă rezolvare corectă se punctează echivalent.

SUBIECTUL I — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	b	b	c	a	c	A

1. 100 : 7 = 14 rest 2, iar 7·14 = 98 are doar două cifre. Următorul multiplu este 7·15 = 105.

2. $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$.

3. 3x − 6 = 2x + 1, deci 3x − 2x = 1 + 6, adică x = 7.

4. $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ și $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, deci diferența este $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$.

5. $-4 < 2x + 1 \leq 9 \Rightarrow -5 < 2x \leq 8 \Rightarrow -2{,}5 < x \leq 4$. Numerele întregi sunt −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, adică 7 numere.

6. $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$. Cum $16 < 18 < 25$, avem $4 < \sqrt{18} < 5$, deci numărul aparține intervalului [4, 5). Afirmația este adevărată.

SUBIECTUL al II-lea — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	c	b	a	c	c	b

1. AB = AM + MB = 2·MB + MB = 3·MB, deci MB = 6 cm și AM = 12 cm.

2. m(∠AOC) = 70° + 30° = 100°, deci m(∠AOM) = 50°. Atunci m(∠BOM) = m(∠AOB) − m(∠AOM) = 70° − 50° = 20°.

3. Cateta AC se opune unghiului de 30°, deci este jumătate din ipotenuză: AC = 14 : 2 = 7 cm.

4. Diagonalele rombului sunt perpendiculare și se înjumătățesc: AO = 6 cm, BO = 8 cm. Din triunghiul dreptunghic AOB: $AB^2 = 36 + 64 = 100$, deci AB = 10 cm. Perimetrul este 4·10 = 40 cm.

5. Perpendiculara din centru pe coardă trece prin mijlocul ei: AM = MB. Din triunghiul dreptunghic OMA: $AM^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, deci AM = 8 cm și AB = 16 cm.

6. OM este jumătate din latura pătratului: OM = 8 : 2 = 4 cm, iar VO este perpendiculară pe planul bazei, deci VO ⊥ OM. Din triunghiul dreptunghic VOM: $VM^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, deci VM = 5 cm.

SUBIECTUL al III-lea — 30 de puncte

1. Suma a două numere naturale este 58. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic, se obține câtul 4 și restul 3.

2p **a)** Este posibil ca cele două numere să fie 40 și 18? Justifică răspunsul dat.

Suma 40 + 18 = 58 convine, dar 40 : 18 = 2 rest 4, deci nu se obține câtul 4 și restul 3. **(1p)** Prin urmare, nu este posibil. **(1p)**

3p **b)** Determină cele două numere.

Fie b numărul mai mic. Numărul mai mare este a = 4b + 3. **(1p)** Din a + b = 58 rezultă 5b + 3 = 58, deci b = 11. **(1p)** Atunci a = 4·11 + 3 = 47. Numerele sunt 47 și 11 (verificare: 47 + 11 = 58 și restul 3 < 11). **(1p)**

2. Se consideră numărul $a = (\sqrt{98} - \sqrt{32}) : \sqrt{2} + 3\cdot(\sqrt{2})^2 - 4$.

2p **a)** Arată că a = 5.

$\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$ și $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$, deci $(\sqrt{98} - \sqrt{32}) : \sqrt{2} = 3\sqrt{2} : \sqrt{2} = 3$. **(1p)** Atunci a = 3 + 3·2 − 4 = 5. **(1p)**

3p **b)** Determină numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -a \le 3x - 2 < a\}$.

Cu a = 5: $-5 \le 3x - 2 < 5$. **(1p)** Adunăm 2: $-3 \le 3x < 7$, apoi împărțim la 3: $-1 \le x < 7/3$ (adică 2,33…). **(1p)** Numerele întregi sunt −1, 0, 1, 2, deci mulțimea A are 4 elemente. **(1p)**

3. Se consideră expresia $E(x) = (x + 3)^2 - (x - 2)(x + 2) - 2(x + 1)$, unde x este număr real.

2p **a)** Arată că E(x) = 4x + 11, pentru orice număr real x.

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$, $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$ **(1p)**. $E(x) = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 4 - 2x - 2 = 4x + 11$. **(1p)**

3p **b)** Determină numerele întregi n pentru care $-5 \le E(n) < 15$.

$-5 \le 4n + 11 < 15$ **(1p)**. Scădem 11: $-16 \le 4n < 4$, apoi împărțim la 4: $-4 \le n < 1$. **(1p)** Numerele întregi sunt −4, −3, −2, −1, 0. **(1p)**

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB = 15 cm și AC = 20 cm. Punctul D se află pe BC, astfel încât AD ⊥ BC.

2p **a)** Arată că BC = 25 cm.

Din teorema lui Pitagora în triunghiul ABC: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 225 + 400 = 625$. **(1p)** Deci BC = 25 cm. **(1p)**

3p **b)** Arată că aria triunghiului ADC este egală cu 96 cm².

Aria triunghiului ABC este AB·AC : 2 = 150 cm² și este egală cu BC·AD : 2, deci 25·AD = 300 și AD = 12 cm. **(1p)** Din triunghiul dreptunghic ADC: $DC^2 = AC^2 - AD^2 = 400 - 144 = 256$, deci DC = 16 cm. **(1p)** Aria triunghiului ADC = AD·DC : 2 = 12·16 : 2 = 96 cm². **(1p)**

5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul ABCD, cu AB = 12 cm, AD = 8 cm și m(∠A) = 60°. Punctul E este piciorul perpendicularei din D pe dreapta AB.

2p **a)** Arată că distanța de la punctul D la dreapta AB este egală cu $4\sqrt{3}$ cm.

În triunghiul dreptunghic AED, m(∠ADE) = 30°, deci AE = AD : 2 = 4 cm. **(1p)** $DE^2 = AD^2 - AE^2 = 64 - 16 = 48$, deci $DE = 4\sqrt{3}$ cm. **(1p)**

3p **b)** Calculează lungimea diagonalei BD.

EB = AB − AE = 12 − 4 = 8 cm. **(1p)** Din triunghiul dreptunghic DEB: $BD^2 = DE^2 + EB^2 = 48 + 64 = 112$. **(1p)** Deci $BD = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$ cm. **(1p)**

6. În figura alăturată este reprezentat cubul ABCDA′B′C′D′, cu AB = 4 cm. Punctul M este mijlocul muchiei A′B′, iar N este mijlocul muchiei B′C′.

2p **a)** Arată că dreptele MN și AC sunt paralele.

MN este linie mijlocie în triunghiul A′B′C′, deci MN ∥ A′C′. **(1p)** Patrulaterul AA′C′C este dreptunghi (AA′ ∥ CC′ și AA′ = CC′), deci A′C′ ∥ AC. Atunci MN ∥ AC. **(1p)**

3p **b)** Calculează perimetrul patrulaterului AMNC.

AC = $4\sqrt{2}$ cm (diagonala unui pătrat cu latura 4 cm) și MN = A′C′ : 2 = $2\sqrt{2}$ cm. **(1p)** AA′ ⊥ A′M, deci $AM^2 = AA'^2 + A'M^2 = 16 + 4 = 20$ și AM = $2\sqrt{5}$ cm; analog CN = $2\sqrt{5}$ cm. **(1p)** Perimetrul = $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$ cm. **(1p)**