Model de test nr. 1 · BAREM

nivel ușor

Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota se calculează împărțind la 10 punctajul total obținut. Subiectele I și II: 5 puncte pentru răspunsul corect, 0 puncte altfel. Subiectul al III-lea: punctajul se acordă conform baremului; orice altă rezolvare corectă se punctează echivalent.

SUBIECTUL I — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	a	c	c	b	c	F

1. $2\cdot(-7) = -14$, iar $36 : (-4) = -9$, deci $-14 + (-9) = -23$.

2. Din proporție, $x\cdot y = 5\cdot 3 = 15$. Atunci $2xy - 10 = 2\cdot 15 - 10 = 20$.

3. Prețul inițial p crește la 120% din $p = 90$, deci $p = 90 : 1{,}2 = 75$ de lei.

4. Cum $2 < \sqrt{7} < 3$, rezultă $-3 < -\sqrt{7} < -2$, iar $5 < \sqrt{30} < 6$. Numerele întregi din interval sunt -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, adică 8 numere.

5. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ și $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Media aritmetică este $(5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) : 2 = 8\sqrt{2} : 2 = 4\sqrt{2}$.

6. $3x > -9$, deci $x > -3$. Inegalitatea este strictă, deci soluția este intervalul $(-3, +\infty)$. Numărul -3 nu este soluție; afirmația este falsă.

SUBIECTUL al II-lea — 30 de puncte

Item	1	2	3	4	5	6
Răspuns	b	c	b	b	b	b

1. $MB = AB : 2 = 3$ cm și $BN = BC : 2 = 5$ cm. Cum B se află între M și N, $MN = MB + BN = 3 + 5 = 8$ cm.

2. Dacă $m(\angle BOC) = x$, atunci $m(\angle AOB) = 2x$ și $2x + x = 180°$. Deci $x = 60°$ și $m(\angle AOB) = 120°$.

3. $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, deci $BC = 10$ cm. Aria triunghiului este $AB\cdot AC : 2 = 24$ cm² și este egală cu $BC\cdot AD : 2$. Deci $10\cdot AD = 48$, adică $AD = 4{,}8$ cm.

4. Înălțimea AE cade pe CD cu $DE = (20 - 12) : 2 = 4$ cm. Din triunghiul dreptunghic AED, $AE^2 = 5^2 - 4^2 = 9$, deci $AE = 3$ cm. Aria $= (12 + 20)\cdot 3 : 2 = 48$ cm².

5. Unghiul $\angle ACB$ este înscris într-un semicerc, deci are 90°. În triunghiul ABC, $m(\angle ABC) = 180° - 90° - 35° = 55°$.

6. Cubul are 12 muchii congruente, deci muchia este $96 : 12 = 8$ cm. Diagonala AC a pătratului ABCD are lungimea $8\sqrt{2}$ cm.

SUBIECTUL al III-lea — 30 de puncte

1. Într-o clasă sunt 28 de elevi. La o serbare, fiecare fată primește 3 mere, iar fiecare băiat primește 2 mere.

2p **a)** Este posibil ca numărul total de mere distribuite să fie 85? Justifică răspunsul dat.

Dacă în clasă sunt f fete, atunci sunt 28 − f băieți și numărul de mere este 3f + 2(28 − f) = 56 + f. **(1p)**
Pentru 85 de mere ar trebui 56 + f = 85, adică f = 29 > 28, ceea ce este imposibil. Deci nu este posibil. **(1p)**

3p **b)** Dacă s-au distribuit 71 de mere, determină câte fete sunt în clasă.

56 + f = 71 **(1p)**, deci f = 15 **(1p)**. În clasă sunt 15 fete (și 13 băieți); verificare: 3·15 + 2·13 = 45 + 26 = 71. **(1p)**

2. Se consideră numărul $a = (\sqrt{75} - \sqrt{12})\cdot\sqrt{3} - 2$.

2p **a)** Arată că a = 7.

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ și $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ **(1p)**. Atunci $a = (5\sqrt{3} - 2\sqrt{3})\cdot\sqrt{3} - 2 = 3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} - 2 = 9 - 2 = 7$. **(1p)**

3p **b)** Determină elementele mulțimii $A \cap \mathbb{Z}^*$, unde $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -a \le 2x - 3 < a\}$.

Cu a = 7: $-7 \le 2x - 3 < 7$. **(1p)** Adunăm 3: $-4 \le 2x < 10$, apoi împărțim la 2: $-2 \le x < 5$, deci $A = [-2, 5)$. **(1p)**
Numerele întregi din A sunt −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4; eliminăm 0, deci $A \cap \mathbb{Z}^* = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$. **(1p)**

3. Se consideră expresia $E(x) = (x - 3)^2 - (x + 4)(x - 4) + 2x$, unde x este număr real.

2p **a)** Arată că $E(x) = -4x + 25$, pentru orice număr real x.

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ și $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$ **(1p)**. $E(x) = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 16 + 2x = -4x + 25$. **(1p)**

3p **b)** Determină numerele naturale n pentru care E(n) > 5.

$-4n + 25 > 5$ **(1p)**, deci $-4n > -20$, adică $n < 5$ (la împărțirea cu −4 se schimbă sensul inegalității). **(1p)**
Cum n este natural, $n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. **(1p)**

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu AB = AC = 13 cm și BC = 10 cm. Punctul D este mijlocul lui BC (AD ⊥ BC), iar DE ⊥ AB, cu E ∈ AB.

2p **a)** Arată că lungimea segmentului AD este egală cu 12 cm.

Triunghiul ABC este isoscel, deci mediana AD este și înălțime, iar BD = 5 cm. **(1p)** Din triunghiul dreptunghic ABD: $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 169 - 25 = 144$, deci AD = 12 cm. **(1p)**

3p **b)** Arată că lungimea segmentului DE este egală cu 60/13 cm.

Aria triunghiului ABD se poate calcula în două moduri: BD·AD : 2 = 5·12 : 2 = 30 cm² **(1p)** și AB·DE : 2 = 13·DE : 2. **(1p)** Din 13·DE : 2 = 30 rezultă DE = 60/13 cm. **(1p)**

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic ABCD, cu AB ∥ CD, m(∠A) = m(∠D) = 90°, AB = 8 cm, CD = 14 cm și BC = 10 cm.

2p **a)** Arată că AD = 8 cm.

Fie $BE \perp CD$, $E \in CD$. $ABED$ este dreptunghi, deci $DE = AB = 8$ cm şi $EC = 14 - 8 = 6$ cm. **(1p)** Din triunghiul dreptunghic BEC: $BE^2 = 100 - 36 = 64$, deci $BE = 8$ cm. Cum $AD = BE$, $AD = 8$ cm. **(1p)**

3p **b)** Punctul M este mijlocul laturii BC. Calculează aria triunghiului AMD.

Fie P mijlocul laturii AD. Atunci MP este linia mijlocie a trapezului, deci $MP \parallel AB$ şi $MP = (8 + 14) : 2 = 11$ cm. **(1p)** Cum $AB \perp AD$, rezultă $MP \perp AD$, deci MP este înălţimea triunghiului AMD. **(1p)** Aria $= AD \cdot MP : 2 = 8 \cdot 11 : 2 = 44$ cm². **(1p)**

6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = 6$ cm. Punctul M este mijlocul muchiei AA', iar N este mijlocul muchiei CC'.

2p **a)** Arată că volumul cubului este egal cu 216 cm³.

$V = AB^3$ **(1p)** $= 6^3 = 216$ cm³. **(1p)**

3p **b)** Arată că patrulaterul AMNC este dreptunghi şi calculează lungimea segmentului MN.

$AA' \parallel CC'$ (muchii paralele ale cubului) şi $AM = CN = 3$ cm, deci AMNC este paralelogram. **(1p)** Muchia AA' este perpendiculară pe planul bazei, deci $AM \perp AC$; paralelogramul AMNC are un unghi drept, deci este dreptunghi. **(1p)** Atunci $MN = AC = 6\sqrt{2}$ cm (diagonala unui pătrat cu latura 6 cm). **(1p)**